

В. Б. СМОЛОВ,  
В. С. ФОМИЧЕВ

# АНАЛОГО-ЦИФРОВЫЕ И ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА



«ЭНЕРГИЯ»  
Ленинградское отделение  
1974

6П2.15

С 51

УДК 681.33

**Смолов В. Б. и Фомичев В. С.**

**С 51** Аналого-цифровые и цифро-аналоговые нелинейные вычислительные устройства. Л., «Энергия», 1974.

264 с. с ил.

Монография посвящена комбинированным вычислительным устройствам, в частности нелинейным блокам таких устройств. Основное внимание уделяется принципам построения, описанию методики проектирования и расчета нелинейных вычислительных устройств. Рассматриваются также вопросы использования ЦВМ для расчета нелинейных преобразователей.

Книга предназначена для специалистов, разрабатывающих цифровые или комбинированные вычислительные устройства, системы управления, телемеханические или измерительные системы и другие объекты, назначением которых является обработка сигналов, имеющих разную форму представления. Книга может быть полезна также преподавателям, аспирантам и студентам старших курсов вузов в качестве пособия при изучении комбинированных вычислительных устройств.

С  $\frac{30502-508}{051(01)-74}$  220-74

6П2.15

Рецензент *С. Ш. Шаров*

© Издательство «Энергия», 1974

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Наряду с электронными цифровыми и аналоговыми быстродействующими вычислительными машинами в настоящее время большое значение имеют средства вычислительной техники, предназначенные для математической обработки информации, поступающей от преобразователей величин *различной физической природы* (механическое перемещение, параметры напряжения переменного и постоянного тока, световой поток, температура, давление и т. д.) и в *различной (непрерывной или дискретной) форме задания*.

Подобные вычислительные устройства, называемые комбинированными (КВУ), позволяют совместить процесс математической обработки с процессом преобразования физической природы и формы задания информации, что приводит во многих важных для практики применениях к существенному улучшению технико-эксплуатационных показателей электронной вычислительной аппаратуры: надежности, габаритно-весовых показателей, стоимости — по сравнению с классическими вычислительными методами и средствами для обработки смешанной информации.

К комбинированным вычислительным устройствам относятся прежде всего цифро-аналоговые и аналого-цифровые вычислительные нелинейные устройства, интерес к которым со стороны разработчиков сложных вычислительных комплексов и систем непрерывно повышается ввиду растущей роли этих устройств в различной организации процедур ввода-вывода информации, ее предварительной (предпроцессорной) обработке, включая статистическую обработку и решение задач распознавания и отображения, построения контрольно-диагностической и измерительной аппаратуры, систем сжатия информации и решение других важных задач современного математического приборостроения.

В книге изложены некоторые материалы теоретических исследований и практических реализаций цифро-

аналоговых и аналого-цифровых нелинейных вычислительных устройств, выполненных авторами и их учениками на кафедре вычислительной техники ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина) в период с 1955 г. по настоящее время.

Подготовка материала книги к изданию осуществлялась авторами совместно, а изложение — отдельно: В. Б. Смолым написаны главы 1, 5, 6, 8, 9 (кроме § 9-3), 10-я, В. С. Фомичевым — главы 2, 3, 4, 7-я, § 9-3 написан В. Б. Смолым и В. В. Горбалетовым, а глава 11-я — В. С. Фомичевым и Э. А. Опалевой.

Авторы выражают искреннюю благодарность рецензенту С. Н. Шарову, полезные замечания которого позволили улучшить качество книги, и будут искренне признательны всем специалистам, приславшим свои замечания и пожелания по адресу: 192041, Ленинград, Марсово поле, 1, Ленинградское отделение издательства «Энергия».

*В. Смолы, В. Фомичев*

## Глава первая

### **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЦИФРО-АНАЛОГОВЫХ И АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ**

#### **1-1. Назначение, способы построения и классификация цифро-аналоговых и аналого-цифровых вычислительных устройств**

В настоящее время вряд ли можно найти такую сферу человеческой деятельности, в которой бы не использовались средства современной вычислительной техники, и прежде всего быстродействующие электронные вычислительные машины различного принципа действия и назначения.

Особую роль в непрерывном повышении производительности физического и умственного труда играют цифровые и аналоговые вычислительные приборы, машины и системы, используемые в автоматических и автоматизированных системах измерения, передачи, переработки и отображения информации.

Однако во многих практических случаях возникает необходимость совместного использования средств и методов аналоговой и цифровой вычислительной техники с целью существенного повышения технико-экономических показателей автоматического процесса математической обработки информации. Поэтому в настоящее время наряду с традиционными методами раздельного использования аналоговых (АВМ) и цифровых (ЦВМ) вычислительных машин получила самостоятельное направление теория и практика создания комбинированных средств и методов вычислительной техники — так называемых *комбинированных вычислительных комплексов (КВК) и комбинированных вычислительных устройств (КВУ)* [5, 20, 35, 73].

Комбинированные вычислительные комплексы и устройства позволяют разработчикам средств вычислительной техники в наиболее полной мере использовать положительные характеристики АВМ и ЦВМ при реализации конкретного вычислительного процесса, комплексного математического моделирования или моделирования автоматической системы управления объектом.

При создании комбинированных вычислительных комплексов (КВК) используется рациональное комплексирование типовых АВМ, ЦВМ, устройств связи (преобразователей информации), устройств программного управления и устройств отображения информации.

Типовая структурная схема КВК, изображенная на рис. 1-1, является в общем случае многомашинной вычислительной системой, содержащей аналоговые и цифровые типовые вычислительные машины, устройства преобразования физической природы и формы представления информации [аналого-цифровые (АЦП) и цифро-аналоговые (ЦАП) преобразователи], устройства коммутации (КУ)

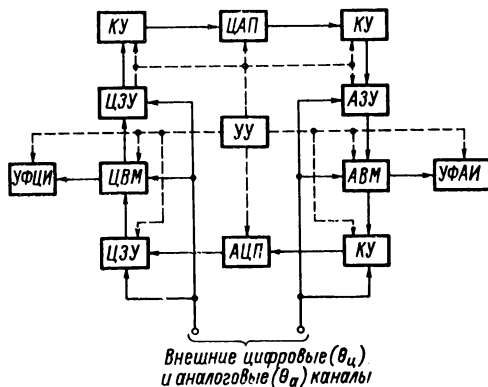


Рис. 1-1. Структурная схема комбинированного вычислительного комплекса

цепей аналоговых и цифровых сигналов, устройства запоминания аналоговых (АЗУ) и цифровых (ЦЗУ) величин, устройства фиксации (выходные устройства) аналоговой (УФАИ) и цифровой (УФЦИ) информации и устройство управления (УУ) вычислительной системой.

Как следует из рис. 1-1, структурная схема обеспечивает двустороннее прохождение информации и обмен ею в процессе решения поставленной задачи независимо от того, от каких внешних источников — аналоговых или цифровых — вводятся исходные данные вычислительного процесса. Подобные КВК позволяют в определенном смысле сочетать в единой вычислительной системе быстрдействие АВМ с точностью ЦВМ, осуществлять совмещение цифрового и физического моделирования сложных систем, производить совместную обработку аналоговой и цифровой входной информации, расширять возможности аналогового моделирования за счет использования цифровой памяти, логики и цепей управления, повышает скорость обработки цифровой информации за счет применения аналоговых подпрограмм и т. д.

Без применения КВК в настоящее время немыслимо моделирование сложных систем управления, создание тренажеров, контрольно-диагностической аппаратуры и телеметрических систем в авиации и космонавтике, моделирование физических процессов, описываемых уравнениями в частных производных, и решение многих других важных проблем современной науки и техники.

Частными и более простыми реализациями КВК являются сочетания аналоговых и цифровых методов и средств представления,

передачи и обработки информации в рамках одной — как правило, аналоговой — машины, осуществляемые с целью повышения эксплуатационно-технических характеристик АВМ и расширения сферы их применения.

К таким АВМ относятся так называемые итеративные АВМ, позволяющие осуществлять математическую обработку аналоговой информации численными методами, АВМ с цифровой логикой, программным управлением и т. д.

Примерами удачного использования аналоговых методов обработки цифровой информации являются *цифровые интегрирующие машины* (ЦИМ), современные разработки которых, кроме цифровых интеграторов, содержат блоки арифметических цифровых машин и аналоговые интеграторы.

Во всех вышеуказанных КВК основными устройствами, точность, надежность и быстродействие которых определяют в конечном счете аналогичные параметры всего КВК, являются устройства для преобразования *физической природы носителя и формы представления информации — цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи информации*.

С середины пятидесятых годов эти устройства стали рассматриваться с точки зрения возможности выполнения на них вычислительных—линейных и нелинейных—операций с целью некоторой программной разгрузки ЦВМ, повышения скорости обработки цифровой и точности обработки аналоговой информации, уменьшения общего объема оборудования КВК и оптимального решения ряда задач передачи и отображения информации.

Успешные исследовательские работы многих советских и зарубежных авторов привели к созданию нового типа устройств вычислительной техники — цифро-аналоговых и аналого-цифровых *вычислительных преобразователей информации* (ВПИ), органически сочетающих в рамках единой схемно-конструкторской реализации функции преобразования физической природы носителя и формы представления информации с функцией математической переработки информации.

Все вычислительные преобразователи информации подразделяются на три группы:

ВПИ, построенные на основе функциональных элементов и узлов цифровой вычислительной техники;

ВПИ, построенные на основе функциональных элементов и узлов аналоговой вычислительной техники;

ВПИ, построенные на основе элементов и узлов как аналоговой, так и цифровой вычислительной техники.

К первой группе относятся ВПИ числа импульсов  $N$  в цифровой код  $\tilde{x}$  ( $N \rightarrow \tilde{x}$ ) и кода  $\tilde{x}$  в число импульсов  $N$  ( $\tilde{x} \rightarrow N$ ), частоты  $f$  импульсов в код  $\tilde{x}$  ( $f \rightarrow \tilde{x}$ ) и кода  $\tilde{x}$  в частоту импульсов  $f$  ( $\tilde{x} \rightarrow f$ ), длительности  $\tau$  импульсов в код  $\tilde{x}$  ( $\tau \rightarrow \tilde{x}$ ) и кода  $\tilde{x}$  в длительность импульсов  $\tau$  ( $\tilde{x} \rightarrow \tau$ ) и, наконец, кода  $\tilde{x}_1$  в код  $\tilde{x}_2$  ( $\tilde{x}_1 \rightarrow \tilde{x}_2$ ).

Общим свойством перечисленных ВПИ является отсутствие при реализации заданной математической зависимости преобразований кодов в промежуточные аналоговые величины. Поэтому ВПИ первой группы относятся к цифровым устройствам, перестраивающим свою структуру в соответствии с заданной функциональной характеристикой  $Z = F(X_1, X_2, \dots, X_m)$  под воздействием входного  $X_j$  или выходного  $Z$  сигнала.

Вторая группа ВПИ представлена пассивными и активными электрическими цепями (ЭЦ) с управляемыми резисторами (УР)

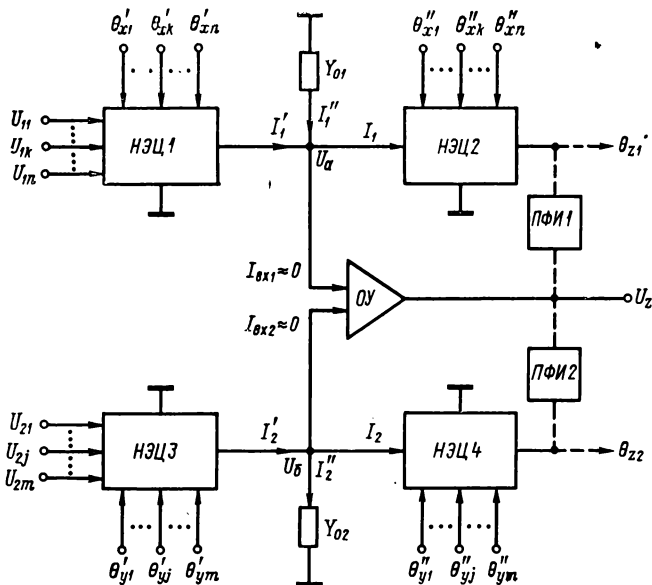


Рис. 1-2. Активная нелинейная управляемая электрическая цепь типа обобщенного операционного усилителя

или управляемыми источниками напряжения (УИН). В качестве управляющих параметров  $\theta$  чаще всего используются *механические перемещения* деталей  $\alpha$ , *длительность* прямоугольного импульсного напряжения  $\tau$ , *частота* переменного напряжения  $f$ , *цифровой код*  $\tilde{x}$ , *мгновенное* или *амплитудное напряжение* и т. д.

*Пассивные нелинейные управляемые ЭЦ* с управляемыми элементами (УР и УИН) выполняются, как правило, в виде управляемых делителей напряжения (УДН), выходное напряжение  $U_z$  которых изменяется по заданной функциональной зависимости  $U_z = U_0 F(\theta)$  от управляющего параметра  $\theta$ .

*Активные нелинейные управляемые ЭЦ* с управляемыми элементами выполняются по двум основным схемам: компенсационной схеме типа обобщенного операционного усилителя (ОУ) и компенсационной схеме мостового типа.



Обобщенный операционный усилитель (рис. 1-2) имеет дифференциальный входной каскад, поэтому в идеальном случае ( $I_{вх1} = I_{вх2} = 0$ ,  $U_a = U_b$ ;  $K_{U1} = K_{U2} = K_U = \infty$ ) равновесное состояние схемы описывается неявным уравнением вида  $G(U_{1k}, \theta'_{xk}, \theta''_{xk}, U_{2j}, \theta'_{yj}, \theta''_{yj}, U_z, Y_{01}, Y_{02}) = 0$ , где  $U_{1k}$ ,  $U_{2j}$  — входные напряжения,  $U_z$  — выходное напряжение,  $\theta'_{xk}$ ,  $\theta''_{xk}$ ,  $\theta'_{yj}$ ,  $\theta''_{yj}$  — управляющие параметры, воздействующие на соответствующие управляемые резисторы нелинейных многополюсников НЭЦ 1, НЭЦ 2, НЭЦ 3 и НЭЦ 4, включенных в цепи делителей обратных связей по верхнему ( $K_{U1}$ ) и нижнему ( $K_{U2}$ ) параллельным каналам усиления.

В частном случае, при использовании только одного канала усиления ( $K_{U1} \gg 1$ ,  $K_{U2} \approx 0$ ) схема рис. 1-2 преобразуется в широко распространенную схему операционного усилителя с потенциально-заземленным входом ( $U_a \approx 0$ ). Следует отметить, что в качестве выходного параметра, реализующего обратную связь, в схеме рис. 1-2 может быть использовано не только напряжение  $U_z$ , но и любой другой физический параметр ( $\tau$ ,  $x$ ,  $f$  и т. д.). При этом выходное напряжение усилителя преобразуется в соответствующий управляющий параметр при помощи преобразователей формы представления информации ПФИ 1, ПФИ 2, а выходными параметрами схемы являются  $\theta_{z1}$  и  $\theta_{z2}$ .

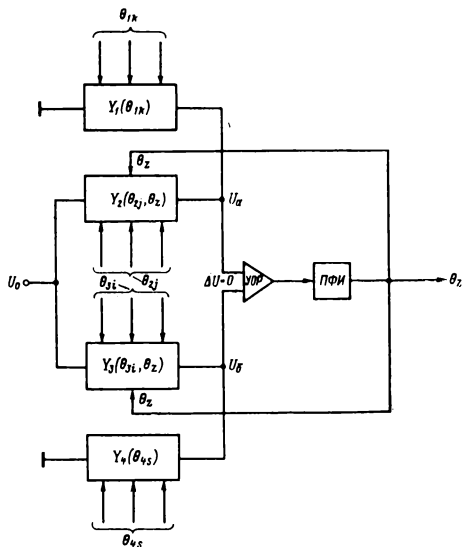


Рис. 1-3. Мостовая автобалансная управляемая ЭЦ

Мостовая автобалансная управляемая ЭЦ (рис. 1-3) структурно аналогична предыдущей схеме операционного усилителя, с той лишь разницей, что в ней электрические напряжения используются лишь в качестве источников питания схемы, а не в качестве носителей входной или выходной информации.

Управляемые сложные проводимости  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ,  $Y_4$  образуют плечи моста, равновесное состояние которого обеспечивается автоматически за счет цепей обратной связи  $\theta_z$ , изменяющих в общем случае величины проводимостей  $Y_2$  и  $Y_3$  таким образом, чтобы  $\Delta U = U_a - U_b \approx 0$  не превосходило порога чувствительности усилителя ошибки рассогласования (УОР). Преобразователь формы представления информации (ПФИ) является обязательным блоком мостовой схемы и входит в состав цепи обратной связи. Известно,

что при балансе мостовой схемы  $Y_1 Y_3 = Y_2 Y_4$  и поэтому выходной параметр  $\theta_z$  является корнем уравнения в неявной форме

$$G(\theta_{1k}, \theta_{2j}, \theta_{3i}, \theta_{4s}, \theta_z) = 0.$$

Вычислительные преобразователи третьей группы представляют собою объединение ВПИ первой и второй группы, при котором параметры, поступающие на управление резисторами, предварительно подвергаются функциональному преобразованию на цифровых перестраиваемых структурах.

Следует отметить, что в состав рассмотренных схем ВПИ могут входить также устройства запоминания цифровой и (или) аналоговой информации и устройства управления режимом работы преобразователя.

ВПИ с аналоговым выходом  $\theta_z$  относятся к цифро-аналоговым, а с цифровым выходом — к аналого-цифровым вычислительным устройствам.

## 1-2. Линейные аналого-цифровые и цифро-аналоговые вычислительные преобразователи

Простейшими цифро-аналоговыми и аналого-цифровыми вычислительными устройствами являются типовые линейные цифро-аналоговые (ЦАП) и аналого-цифровые (АЦП) преобразователи информации, содержащие в общем случае линейные управляемые проводимости (сопротивления), операционные усилители, аналоговые и цифровые запоминающие устройства, источники опорных напряжений и устройства программного управления режимом работы.

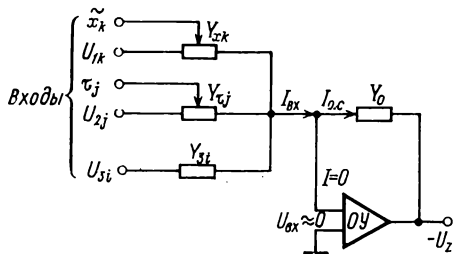


Рис. 1-4. Активный линейный ЦАП с типовым операционным усилителем

Обобщенная характеристика активного линейного ЦАП с типовым операционным усилителем (рис. 1-4) имеет вид

$$-U_z = \sum_{k=1}^n A_{1k} U_{1k} \frac{x_k}{x_{k \max}} + \sum_{j=1}^m A_{2j} U_{2j} \frac{\tau_j}{T_j} + \sum_{i=1}^s A_{3i} U_{3i}, \quad (1-1)$$

где  $A_{1k}$ ,  $A_{2k}$ ,  $A_{3k}$  — постоянные коэффициенты, задаваемые в схеме ЦАП соответствующими постоянными резисторами;  $U_{1k}$  — напряжения, подключаемые к линейным цифровым управляемым проводимостям  $Y_{xk} = Y_{0k} x_k / x_{k \max}$ ;  $x_k$  и  $x_{k \max} = 2^{n_k} - 1$  — текущее и максимальное значения цифрового управляющего аргумента;  $U_{2j}$  — напряжения, подключаемые к линейным широтно-импульсным управляемым проводимостям  $Y_{\tau j} = Y_{0j} \tau_j / T_j$ ;  $\tau_j$  и  $T_j$  — текущее

и максимальное значения широтно-импульсного управляющего аргумента;  $U_{zi}$  — напряжения, подключаемые к постоянным проводимостям  $Y_{zi}$ .

Обобщенная характеристика активного линейного АЦП с типовыми операционными усилителями (ОУ) и блоком подбора кода (БПК) (рис. 1-5) имеет вид

$$z = z_{\max} \left( \sum_{k=1}^n A_{1k} U_{1k} \frac{x_k}{x_k \max} + \sum_{j=1}^m A_{2j} U_{2j} \frac{\tau_j}{T_j} + \sum_{i=1}^s A_{3i} U_{3i} \right), \quad (1-2)$$

где  $z_{\max}$  — максимальное значение выходного кода  $z$ , пропорциональное максимальному значению линейной цифровой управляемой проводимости  $Y_z$ , образующей цепь отрицательной обратной связи операционного усилителя.

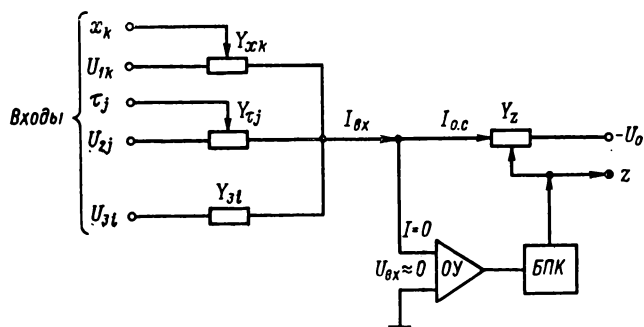


Рис. 1-5. Активный линейный АЦП с типовым операционным усилителем и блоком подбора кода

Алгоритм функционирования блока подбора кода (БПК) определяется выбранной процедурой уравнивания тока входной цепи  $I_{vx}$  током цепи обратной связи  $I_{oc}$  ( $I_{vx} - I_{oc} \approx 0$ ) — процедурой поразрядного кодирования, процедурой счета единичных приращений и т. д.

Из характеристик (1-1) и (1-2) следует, что линейные ЦАП и АЦП, кроме традиционного использования их в качестве линейных декодирующих и кодирующих преобразователей, могут выполнять операции алгебраического суммирования и умножения информации, заданной в различной форме.

Точность рассмотренных линейных вычислительных ЦАП и АЦП определяется в основном ошибками аналоговых элементов: постоянных и управляемых проводимостей и операционного усилителя.

Так как все управляемые — цифровые и широтно-импульсные — проводимости выполняются на основе элементарных управляемых проводимостей, каждая из которых состоит из постоянной проводимости  $y$  и электронного ключа  $k$  (рис. 1-6, а), то ошибка

$\Delta y_\theta$ , вносимая такой элементарной последовательной цепочкой, зависит от ошибок ключа  $\Delta_{\text{кл}}$  и проводимости  $\Delta y$ .

Удобнее оценивать величину ошибки, вносимой любой управляемой проводимостью, в единицах тока  $I_\theta$ , протекающего по этой проводимости при постоянном опорном напряжении  $U_0$ , при этом относительные ошибки  $\delta I_\theta$  и  $\delta y_\theta$  равны между собою. При разомкнутом идеальном ключе  $k$  ( $\theta = 0$ ) ток  $I_{s\theta} = 0$ , однако ввиду наличия у реального ключа в общем случае обратного сопротивления  $r_p \neq \infty$  и остаточного тока  $I_p \neq 0$  (рис. 1-6, б) ток через проводимость будет определять ошибку по току разомкнутой элементарной управляемой проводимости

$$I_{p\theta} = (U_0 + I_p r_p) \frac{y}{1 + r_p y}. \quad (1-3)$$

При замкнутом ключе ( $\theta = 1$  для цифрового аргумента,  $\theta = \theta_\tau$  для широтно-импульсного аргумента) ток  $I_\theta$  при идеальном ключе равен  $U_0 y$ .

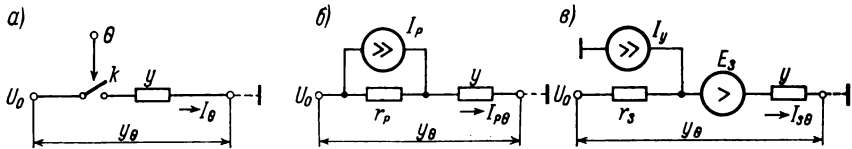


Рис. 1-6. Элементарная управляемая проводимость

Для реального замкнутого ключа (рис. 1-6, в) ввиду наличия остаточного напряжения  $E_3$ , прямого сопротивления  $r_3$  и тока управляющей цепи  $I_y$  величина тока  $I_\theta$  через проводимость  $y$  будет

$$I''_\theta = (U_0 + E_3) \frac{y}{1 + r_3 y} + \frac{I_y y r_3}{1 + r_3 y} = (U_0 + E_3 + I_y r_3) \frac{y}{1 + r_3 y}. \quad (1-4)$$

Поэтому токовая ошибка, вносимая замкнутой элементарной управляемой проводимостью, равна

$$\Delta I_{s\theta} = (E_3 + I_y r_3) \frac{y}{1 + r_3 y}. \quad (1-5)$$

Для учета ошибок, вносимых типовым *операционным усилителем с асимметричным входом*, рассмотрим схему рис. 1-7, учитывая его входное  $r_{\text{вх}}$  и выходное  $r_{\text{вн}}$  сопротивления, сопротивление нагрузки  $r_{\text{н}}$  и параметры приведенного дрейфа  $I_{\text{др}}$ ,  $U_{\text{др}}$ .

Выходное напряжение  $U_2$  при наличии делителя  $Y_1$ ,  $Y_2$  в цепи обратной отрицательной связи и отсутствии составляющих дрейфа является корнем системы уравнений, описывающих равновесное состояние усилителя:

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{вх}} &= K_1 U_1 + K_2 U_2, \\ U_2 &= U_{\text{вх}} K_3 + K_U K_4 U_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} (K_3 + K_4 K_U). \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

Из (1-6) следует, что

$$U_z = \frac{K_2 K_U \left( K_4 + \frac{K_3}{K_U} \right)}{1 - K_2 K_U \left( K_4 + \frac{K_3}{K_U} \right)} \frac{K_1}{K_2} U_1, \quad (1-7)$$

где

$$K_1 = \frac{Y_1}{Y_1 + \frac{1}{r_{вх}} + \frac{Y_2 \left( \frac{1}{r_{вн}} + \frac{1}{r_{н}} \right)}{Y_2 + \frac{1}{r_{вн}} + \frac{1}{r_{н}}}}, \quad (1-8)$$

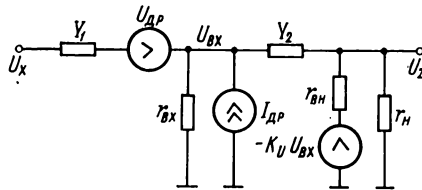


Рис. 1-7. Эквивалентная схема операционного усилителя

$$K_2 = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2 + \frac{1}{r_{вх}}}, \quad (1-9)$$

$$K_3 = \frac{Y_2}{Y_2 + \frac{1}{r_{н}} + \frac{1}{r_{вх}}}, \quad (1-10)$$

$$K_4 = \frac{\frac{1}{r_{вн}}}{\frac{1}{r_{вх}} + \frac{1}{r_{н}} + \frac{Y_2 \left( Y_1 + \frac{1}{r_{вх}} \right)}{Y_1 + Y_2 + \frac{1}{r_{вх}}}}, \quad (1-11)$$

$K_U$  — коэффициент усиления усилителя без обратной связи в режиме холостого хода ( $r_{н} = \infty$ ).

При  $K_2 K_U \left( K_4 + \frac{K_3}{K_U} \right) \neq 0$ ,  $|K_U| \rightarrow \infty$ ,  $r_{н} = r_{вх} = \infty$  и  $r_{вн} = 0$  выходное напряжение  $U_{зт}$  «идеального» усилителя имеет вид:

$$U_{зт} = -U_1 \frac{Y_1}{Y_2}, \quad (1-12)$$

поэтому при работе ОУ имеет методическую ошибку  $\Delta U_z = U_{зт} - U_z$ .

Для определения методической ошибки ОУ зависимость (1-7) с учетом принятых допущений приводится к виду

$$U_z = \frac{KK_2}{1 - KK_2} \frac{Y_1}{Y_2} U_1 = - \left( 1 - \frac{1}{1 - KK_2} \right) \frac{Y_1}{Y_2} U_1, \quad (1-13)$$

где  $K = K_U (K_4 + K_3/K_U)$ .

Из сравнения (1-12) с (1-13) следует, что методическая ошибка ОУ изменяется по зависимости

$$\Delta U_z = \frac{1}{1 - KK_2} \frac{Y_1}{Y_2} U_1. \quad (1-14)$$

Относительная методическая ошибка

$$\delta U_z = \frac{1}{1 - KK_2}. \quad (1-15)$$

Так как в общем случае  $K$  и  $K_2$  являются комплексными величинами, т. е.  $K = K(j\omega)$  и  $K_2 = K_2(j\omega)$ , то формула (1-15) может быть использована для определения фазовой погрешности  $\delta(\omega)$

$$\delta(\omega) = - \arg \left( 1 - \frac{1}{KK_2} \right) \quad (1-16)$$

и модуля динамической погрешности  $|\varepsilon(\omega)|$

$$|\varepsilon(\omega)| \approx 100 \frac{1}{|K(j\omega) K_2(j\omega)|} \quad (1-17)$$

для входного синусоидального напряжения  $U_x = U_m \sin \omega t$ . Формулы (1-15), (1-16) и (1-17) определяют влияние на точность ОУ конечного значения коэффициента усиления  $K_U$  и сопротивления нагрузки  $r_n$ . Учет приведенных ко входу составляющих дрейфа  $U_{др}$  и  $I_{др}$  может быть произведен по формуле

$$\Delta_{др} U_z = \frac{K_4 K_U}{1 - KK_2} U_{др} + \frac{KK_2}{1 - KK_2} \frac{I_{др}}{Y_2}, \quad (1-18)$$

которая выводится для схемы рис. 1-7 при  $U_x = 0$  аналогично формуле (1-7).

Так как  $U_{др}$  и  $I_{др}$  являются медленно изменяющимися величинами, для которых  $|K(j\omega) K_2(j\omega)| \gg 1$ ,  $K_4 K_U = K$ , то

$$\Delta_{др} U_z \approx - \left( \frac{U_{др}}{K_2} + \frac{I_{др}}{Y_2} \right). \quad (1-19)$$

В схемах ВПИ с цифровым или широтно-импульсным выходным параметром  $\theta_z$  усилитель используется для усиления ошибки рассогласования и входит в состав устройства сравнения напряжений. Для устройств сравнения напряжений блоков подбора цифрового кода (БПК) (рис. 1-8,а) характерно наличие оконечных пороговых элементов ПЭ, совместно с которыми усилитель ОУ обеспечивает заданную величину приведенных ко входу напряжений поро-

гов срабатывания  $U_{п} = \frac{U_{п.э}}{k_U k_2}$  и осуществляет формирование стандартных дискретных выходных сигналов (рис. 1-8,б)

$$z_1 = \beta [(U_1 - U_2) - U_{п1}], \quad z_2 = \beta [-(U_1 - U_2) - U_{п2}],$$

где  $z_1, z_2$  — булевские переменные,  $\beta$  — единичная функция.

Наличие дрейфов элементов устройства сравнения, а также гистерезиса пороговых элементов приводит к нестабильности приведенного порога срабатывания  $U_{п}$ :

$$\delta U_{п} = \frac{U'_{др}}{U_{п}} + \frac{U''_{др}}{K_1 U_{п}} + \frac{U'''_{др} + U_{г}}{K_1 K_U U_{п}}. \quad (1-20)$$

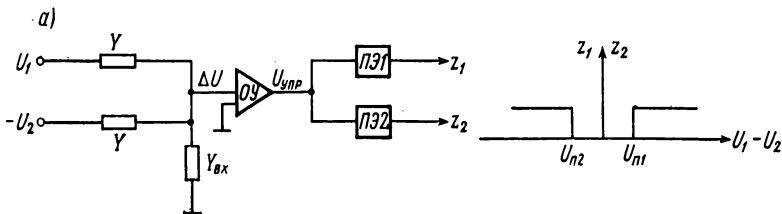


Рис. 1-8. Устройство сравнения напряжений (а) и его характеристики вход-выход (б)

В формуле (1-20) обозначены:  $K_1 = Y/(2Y + Y_{вх})$  — коэффициент передачи суммирующей резисторной цепочки;  $K_U$  — коэффициент усиления усилителя;  $U'_{др}$ ,  $U''_{др}$ ,  $U'''_{др}$  — соответственно дрейфы резисторной суммирующей цепочки, усилителя и порогового элемента;  $U_{г}$  — гистерезис порогового элемента.

Дрейфы и шумы элементов отличаются лишь спектром частот и интенсивностью и имеют случайный характер. Поэтому в практических схемах устройств сравнения напряжений имеется вероятностная зона неопределенности срабатывания, которая должна быть значительно меньше приведенного порога срабатывания. Если это условие не выполняется, необходимо применять сравнивающее устройство с одним входом и нулевым порогом.

Характеристикой чувствительности и точности устройств сравнения напряжений с нулевым порогом срабатывания ( $U_{п} = 0$ ) служит абсолютная нестабильность

$$\Delta U_{п} = U'_{др} + \frac{U''_{др}}{K_1} + \frac{U'''_{др}}{K_1 K_U}. \quad (1-21)$$

Ошибки рассмотренных основных типовых элементов, блоков и устройств ВПИ используются для оценки точности функциональных характеристик последних, для чего применяются классические методы трансформации первичных ошибок.

Так, например, ошибки опорного напряжения  $\Delta U_0$  и управляемых проводимостей  $\Delta Y_1$  и  $\Delta Y_2$ , включенных в цепь делителя

обратной связи ОУ (рис. 1-7), приводят в соответствии с функциональной характеристикой (1-12) к ошибке выходного напряжения

$$(\Delta U_z)_{\Delta Y_1, \Delta Y_2, \Delta U_0} = \frac{\partial U_z}{\partial Y_1} \Delta Y_1 + \frac{\partial U_z}{\partial Y_2} \Delta Y_2 + \frac{\partial U_z}{\partial U_0} \Delta U_0 + \\ + \frac{U_0 Y_1}{Y_2^2} \Delta Y_2 + \frac{Y_1}{Y_2} \Delta U_0.$$

Так как в подавляющем большинстве практических случаев первичные ошибки являются случайными независимыми величинами с известными законами распределения, то для оценки точности ВПИ производится трансформация математических ожиданий и дисперсий первичных ошибок в соответствии с правилами теории вероятностей.

## Глава вторая

### СХЕМЫ ИЗ РЕЗИСТОРОВ И ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЕЙ

#### 2-1. Общие сведения

Схемы, построенные из резисторов и переключателей, которые в дальнейшем будут сокращенно называться РП-схемами, используются для построения преобразователей кода в сопротивление и управляемых делителей напряжения. Примеры РП-схем приведены на рис. 2-1. В качестве двухпозиционных переключателей в таких схемах могут быть использованы как контакты реле, так и электронные переключатели, выполненные на транзисторах или диодах. Положение переключателей в схеме определяется двоичными переменными, используемыми для обозначения переключателей. Упорядоченная совокупность этих переменных образует управляющий код.

В общем виде задача исследования произвольных РП-схем кажется достаточно сложной, поэтому вначале ограничимся рассмотрением только некоторых классов двухполюсных схем. Работа двухполюсной РП-схемы характеризуется зависимостью проводимости (сопротивления) между ее внешними полюсами от управляющего кода. Совокупность элементов, образующих схему, и соединений между ними, как обычно, назовем структурой схемы. Используя эти понятия, сформулируем задачи анализа и синтеза РП-схем. Задача анализа заключается в том, чтобы по заданной структуре схемы описать ее работу. Задача синтеза является обратной задачей анализа схем и состоит в том, чтобы по заданной работе схемы найти ее структуру. Прежде чем перейти к решению этих задач, исследуем возможность аналитического описания РП-схем.

Прежде всего отметим, что каждую часть РП-схемы, или подсхему, состоящую только из одних резисторов, можно заменить



одним эквивалентным резистором, проводимость которого равна проводимости рассматриваемой подсхемы относительно внешних узлов. Такой переход может быть выполнен с помощью обычных правил преобразования, используемых в электротехнике.

РП-схемы могут содержать подсхемы из одних переключателей. Для описания таких схем можно использовать аппарат релейно-контактных схем [7, 26, 75]. Напомним, что в таких схемах проводимость замкнутого переключателя принимается равной единице, а проводимость разомкнутого переключателя — нулю. В схемах допускается использование размыкающих и замыкающих переключателей. Если проводимость замыкающего переключателя описывается двоичной переменной  $x_i$ , то проводимость размыкающего переключателя описывается с помощью инверсии двоичной

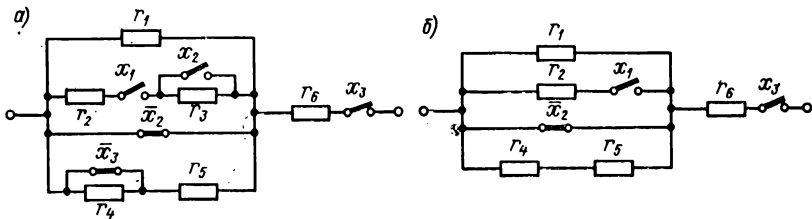


Рис. 2-1. Схемы из резисторов и переключателей

переменной  $\bar{x}_i$ . Проводимость схемы, содержащей последовательное соединение переключателей  $x_i$  и  $x_j$ , определяется конъюнкцией соответствующих переменных  $x_i x_j$ . Проводимость схемы, состоящей из параллельного соединения переключателей  $x_i$  и  $x_j$ , определяется дизъюнкцией переменных  $x_i \vee x_j$ .

В общем случае проводимость схемы из переключателей равна нулю, если все пути между входным и выходным полюсами разомкнуты, или единице, если хотя бы один такой путь замкнут. Аналитически проводимость двухполюсных схем из переключателей выражается с помощью переключательных функций. Для представления переключательных функций обычно используют дизъюнктивную или конъюнктивную нормальные формы. Ниже приводятся в качестве примеров две переключательные функции, первая из которых представлена в дизъюнктивной нормальной форме, а вторая — в конъюнктивной нормальной форме:

$$\Phi_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_3 \vee x_1 \bar{x}_2,$$

$$\Phi_2(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3).$$

Схемы из переключателей, соответствующие этим функциям, изображены на рис. 2-2, а и в.

Управление электронными переключателями осуществляется, как правило, с помощью электрических сигналов, имеющих два

уровня, которые могут быть получены на выходе схемы, построенной из логических элементов. Учитывая эту особенность, можно предложить другой способ реализации двухполюсных схем, проводимость которых определяется заданной переключательной функцией  $\varphi(\vec{x})$ . Двухполюсная схема, построенная этим способом, состоит из одного переключателя и схемы из логических элементов, вырабатывающей значения функции  $\varphi(\vec{x})$ . При этом положение переключателя определяется выходным сигналом логической схемы, что обеспечивает соответствие между проводимостью двухполюсной схемы и значениями заданной переключательной функции. Пример реализации функции проводимости в виде управляемого переключателя и логической схемы приведен на рис. 2-2, б.

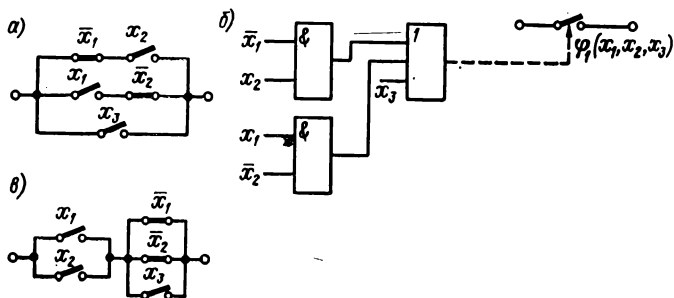


Рис. 2-2. Схемы для реализации функции  $\bar{x}_1 x_2 \vee x_3 \vee x_1 \bar{x}_2$ : из переключателей (а); из логических элементов и одного переключателя (б); схема из переключателей для реализации функции  $(x_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)$  (в)

Оба описанных способа позволяют получить заданную функцию проводимости. Однако с точки зрения технической реализации, на наш взгляд, второй способ имеет некоторые преимущества, которые заключаются в следующем. Практически в схемах используются переключатели, которые не являются идеальными. Они обладают конечным временем срабатывания, отличающимся от нуля сопротивлением в замкнутом состоянии и конечным сопротивлением в разомкнутом состоянии. Собственные сопротивления переключателей, соединенные последовательно или параллельно с резисторами в схеме, изменяют величины сопротивлений резисторов, создавая тем самым дополнительную составляющую погрешности. Погрешности, вносимые переключателями, зависят как от величин собственных сопротивлений, так и от числа переключателей, входящих в схему, поэтому естественно считать, что схема с меньшим числом переключателей обладает меньшими погрешностями. Отсюда следует, что применение второго способа реализации заданной функции проводимости

с одним электронным переключателем приводит к уменьшению инструментальных погрешностей схемы.

В дальнейшем независимо от способа реализации условимся для простоты изображать на схемах заданную функцию проводимости в виде контакта с переключательной функцией.

В некоторых случаях нам придется использовать переключательные функции в выражениях, содержащих арифметические действия. Чтобы избежать двусмысленности при работе с операциями, имеющими разную область определения, рассмотрим возможность представления основных операций над переключательными функциями с помощью арифметических действий. Так, конъюнкция двоичных величин совпадает с операцией умножения, а отрицание может быть представлено в виде разности

$$\bar{\varphi}(\tilde{x}) = 1 - \varphi(\tilde{x}).$$

Операция дизъюнкции может быть выражена через конъюнкцию и отрицание в следующем виде:

$$\varphi_1(\tilde{x}) \vee \varphi_2(\tilde{x}) = \overline{\overline{\varphi_1(\tilde{x})} \overline{\varphi_2(\tilde{x})}}.$$

Представляя отрицание в последнем выражении в виде разности и преобразуя его, получаем:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{\varphi_1(\tilde{x})} \overline{\varphi_2(\tilde{x})}} &= 1 - (1 - \varphi_1(\tilde{x})) (1 - \varphi_2(\tilde{x})) = \\ &= \varphi_1(\tilde{x}) + \varphi_2(\tilde{x}) - \varphi_1(\tilde{x}) \varphi_2(\tilde{x}). \end{aligned}$$

Аналогичным способом найдем представление для операции «сумма по модулю два»:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\tilde{x}) \oplus \varphi_2(\tilde{x}) &= \varphi_1(\tilde{x}) \overline{\varphi_2(\tilde{x})} \vee \overline{\varphi_1(\tilde{x})} \varphi_2(\tilde{x}) = \\ &= \varphi_1(\tilde{x}) \overline{\varphi_2(\tilde{x})} + \overline{\varphi_1(\tilde{x})} \varphi_2(\tilde{x}) = \varphi_1(\tilde{x}) + \varphi_2(\tilde{x}) - 2\varphi_1(\tilde{x}) \varphi_2(\tilde{x}). \end{aligned}$$

## 2-2. Свойства соединений резисторов и переключателей

Подсхемы, содержащие как резисторы, так и переключатели, обладают рядом интересных особенностей, поэтому остановимся на анализе таких схем подробнее. Вначале рассмотрим проводимость ветви, приведенной на рис. 2-3, а, которая состоит из последовательного соединения резистора с проводимостью  $y$  и схемы из переключателей с функцией проводимости  $\varphi(\tilde{x})$ . Проводимость такой ветви равна произведению  $y\varphi(\tilde{x})$ . Действительно, если в схеме из переключателей все пути между внешними узлами разомкнуты, т. е.  $\varphi(\tilde{x}) = 0$ , то независимо от проводимости резистора проводимость ветви равна нулю. Если же хотя бы один путь в схеме из переключателей замкнут, т. е.  $\varphi(\tilde{x}) = 1$ , то проводимость ветви определяется проводимостью резистора  $y$ .

Переключательную функцию, входящую в такое произведение, назовем прямым переключательным множителем.

Сопротивление ветви должно являться величиной, обратной проводимости, поэтому естественно принять его равным

$$R = \frac{1}{Y} = \frac{1}{y\varphi(\tilde{x})} = r \frac{1}{\varphi(\tilde{x})}.$$

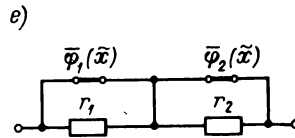
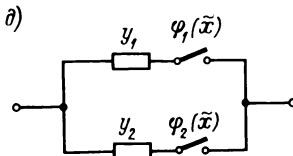
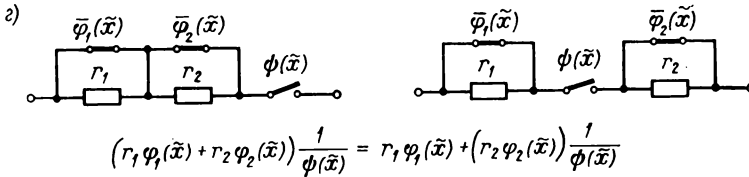
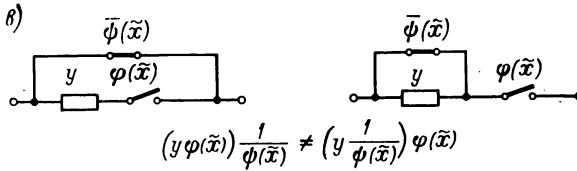
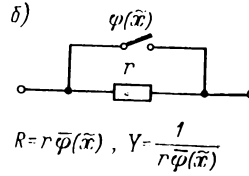
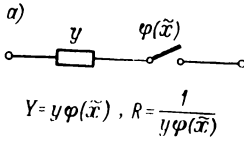


Рис. 2-3. Соединение резистора и переключателя (а), (б); схемы, иллюстрирующие: отсутствие ассоциативности при перемножении прямого и обратного переключательных множителей; (в) и свойства обратного переключательного множителя (г); эквивалентные схемы (д) и (е) в случае ортогональности функций  $\varphi_1(\tilde{x})$  и  $\varphi_2(\tilde{x})$

В последнем произведении величину  $\frac{1}{\varphi(\tilde{x})}$  назовем обратным переключательным множителем.

Сопротивление ветви, состоящей из параллельного соединения резистора с сопротивлением  $r$  и схемы из переключателей с функцией

проводимости  $\varphi(\vec{x})$  (рис. 2-3, б), примем равным произведению  $r\varphi(\vec{x})$ . Действительно, если все пути между внешними узлами в схеме из переключателей разомкнуты, что соответствует значению  $\varphi(\vec{x}) = 1$ , то сопротивление рассматриваемой ветви равно сопротивлению резистора. Если же проводимость схемы из переключателей отлична от нуля, т. е.  $\overline{\varphi(\vec{x})} = 0$ , то независимо от величины резистора сопротивление ветви равно нулю.

Воспользовавшись обратным преобразованием, найдем величину проводимости такой ветви:

$$Y = \frac{1}{R} = \frac{1}{r\overline{\varphi(\vec{x})}} = y \frac{1}{\overline{\varphi(\vec{x})}}.$$

Многие свойства последовательного и параллельного соединений резисторов со схемами из переключателей совпадают, поэтому при описании этих свойств обозначим параметр резистора буквой  $b$ , полагая, что его можно интерпретировать как проводимость при последовательном соединении или как сопротивление при параллельном соединении резистора со схемой из переключателей.

Первое свойство описываемых соединений заключается в том, что величина проводимости сопротивления ветви не зависит от последовательности соединения резистора и схемы из переключателей. Это свойство выражается в коммутативности умножения параметра резистора на переключательный множитель:

$$b\varphi(\vec{x}) = \varphi(\vec{x})b, \quad (2-1)$$

$$b \frac{1}{\varphi(\vec{x})} = \frac{1}{\varphi(\vec{x})} b. \quad (2-2)$$

Второе свойство состоит в том, что при включении двух схем из переключателей последовательно или параллельно с резистором величина проводимости (сопротивления) такого соединения обращается в нуль независимо от того, в какой из схем все пути между внешними узлами оказались разомкнутыми. Следовательно, результат умножения двух или большего числа переключательных множителей на параметр резистора не зависит от того, в какой последовательности производить умножение — такое умножение обладает свойством ассоциативности:

$$\varphi(\vec{x})(b\psi(\vec{x})) = (b\varphi(\vec{x}))\psi(\vec{x}), \quad (2-3)$$

$$\frac{1}{\varphi(\vec{x})} \left( b \frac{1}{\psi(\vec{x})} \right) = \left( b \frac{1}{\varphi(\vec{x})} \right) \frac{1}{\psi(\vec{x})}. \quad (2-4)$$

Равенства (2-3) и (2-4) справедливы лишь в том случае, если в произведении входят только прямые или только обратные переключательные множители. Свойство ассоциативности не сохраняется, если в произведении входят прямые и обратные множители одновременно,

$$\varphi(x) \left( b \frac{1}{\psi(\vec{x})} \right) \neq \left( b\varphi(\vec{x}) \right) \frac{1}{\psi(\vec{x})}. \quad (2-5)$$

Иллюстрацией этого неравенства служат схемы, приведенные на рис. 2-3, в. Очевидно, что проводимость одной из схем при  $\varphi(\vec{x}) = \psi(\vec{x}) = 0$  равна нулю, а другой — бесконечности. Отсутствие свойства ассоциативности у такого произведения создает ряд трудностей при преобразовании РП-схем.

Проводимость параллельного соединения ветвей, состоящих из последовательного включения резистора и схемы из переключателей, так же как сопротивление последовательного соединения ветвей, представляющих собой параллельное соединение резистора и схемы из переключателей, равна сумме проводимостей (сопротивлений) отдельных ветвей. Нетрудно показать, что такая сумма обладает свойствами коммутативности и ассоциативности:

$$b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2\varphi_2(\vec{x}) = b_2\varphi_2(\vec{x}) + b_1\varphi_1(\vec{x}), \quad (2-6)$$

$$b_1\varphi_1(\vec{x}) + (b_2\varphi_2(\vec{x}) + b_3\varphi_3(\vec{x})) = (b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2\varphi_2(\vec{x})) + b_3\varphi_3(\vec{x}). \quad (2-7)$$

Проводимость (сопротивление) последовательного (параллельного) соединения схемы из переключателей с функцией проводимости  $\psi(\vec{x})$  и подсхемы с проводимостью  $Y$  (сопротивлением  $R$ ), состоящей из параллельного (последовательного) соединения ветвей, равна произведению  $Y\psi(\vec{x})$  ( $R\bar{\psi}(\vec{x})$ ). Описание рассматриваемого соединения может быть выполнено другим способом — путем внесения изменений в функции проводимости каждой ветви.

В случае подсхемы, образованной параллельным соединением ветвей, каждая из которых состоит из резистора и схемы из переключателей, включенной последовательно с ним, последовательное присоединение схемы из переключателей  $\psi(\vec{x})$  равноценно включению такой схемы в каждую ветвь подсхемы. Аналитически такое присоединение может быть выражено с помощью умножения переключательного множителя каждой ветви на  $\psi(\vec{x})$ . Аналогично присоединение схемы с проводимостью  $\psi(\vec{x})$  параллельно подсхеме с сопротивлением

$$r_1\bar{\varphi}_1(\vec{x}) + r_2\bar{\varphi}_2(\vec{x})$$

может быть учтено путем умножения переключательных множителей каждой ветви на  $\psi(\vec{x})$ .

Рассмотренные преобразования выражений, описывающие работу РП-схем, показывают, что для таких выражений справедлив закон дистрибутивности, связывающий умножение на переключательный множитель и сложение:

$$\psi(\vec{x})(b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2\varphi_2(\vec{x})) = b_1\varphi_1(\vec{x})\psi(\vec{x}) + b_2\varphi_2(\vec{x})\psi(\vec{x}). \quad (2-8)$$

Дистрибутивность умножения сохраняется для этих выражений при умножении на произвольный действительный множитель, поскольку такое умножение соответствует пропорциональному изменению величин всех резисторов, входящих в подсхему:

$$c(b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2\varphi_2(\vec{x})) = cb_1\varphi_1(\vec{x}) + cb_2\varphi_2(\vec{x}). \quad (2-9)$$

Параллельное присоединение схемы из переключателей  $\psi(\vec{x})$  к подсхеме с проводимостью  $y_1\varphi_1(\vec{x}) + y_2\varphi_2(\vec{x})$  обращает проводимость между внешними узлами такого соединения в бесконечность на тех наборах переменных  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , на которых  $\psi(\vec{x}) = 0$ . Согласно принятому способу описания последовательных соединений, проводимость рассматриваемой схемы может быть записана в виде:

$$(y_1\varphi_1(\vec{x}) + y_2\varphi_2(\vec{x})) \frac{1}{\psi(\vec{x})}.$$

Величина проводимости такой схемы не зависит от места параллельного присоединения схемы из переключателей, поэтому обратный переключательный множитель может быть отнесен к любому слагаемому:

$$y_1\varphi_1(\vec{x}) + y_2 \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} = (y_1\varphi_1(\vec{x}) + y_2) \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} = (y_1\varphi_1(\vec{x})) \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} + y_2.$$

Это свойство обратного множителя сохраняется и при последовательном подключении схемы из переключателей к подсхеме с сопротивлением  $r_1\varphi_1(\vec{x}) + r_2\varphi_2(\vec{x})$ , как показано на рис. 2-3, з, и остается справедливым для нескольких обратных множителей. В общем виде это свойство может быть описано следующим образом:

$$b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2 \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} = \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} (b_2\varphi_1(\vec{x})) + b_2 = \frac{1}{\varphi_2(\vec{x})} (b_1\varphi_1(\vec{x}) + b_2), \quad (2-10)$$

$$\frac{b_1}{\varphi_1(\vec{x})} + \frac{b_2}{\varphi_2(\vec{x})} = \frac{1}{\varphi_1(\vec{x})\varphi_2(\vec{x})} (b_1 + b_2). \quad (2-11)$$

Описанные свойства позволяют выполнять преобразования аналитических выражений РП-схем. Возможности таких преобразований рассмотрим на примере простейшей схемы, приведенной на рис. 2-3, д. Аналитическое выражение для проводимости такой схемы имеет вид:

$$Y = y_1\varphi_1(\vec{x}) + y_2\varphi_2(\vec{x}).$$

Если в последнем выражении  $\varphi_1(\vec{x}) = \varphi_2(\vec{x})$ , то

$$Y = \varphi_1(\vec{x}) (y_1 + y_2)$$

и схема оказывается равносильной последовательному соединению переключателя и резистора с проводимостью  $y_1 + y_2$ .

Если  $\varphi_2(\vec{x}) = \overline{\varphi_1(\vec{x})}$ , то, используя представление инверсии переключательной функции  $\varphi_2(\vec{x})$  в виде разности  $1 - \varphi_1(\vec{x})$  и подставляя эту разность в выражение для проводимости, получаем

$$Y = \varphi_1(\vec{x}) y_1 + (1 - \varphi_1(\vec{x})) y_2$$

или

$$Y = y_2 + \varphi_1(\vec{x}) (y_1 - y_2). \quad (2-12)$$

В последнем выражении разность  $\Delta y = y_1 - y_2$  может быть как положительной, так и отрицательной. Отрицательную величину приращения можно интерпретировать как отключение резистора, приводящее к уменьшению общей проводимости схемы. Такое отключение должно происходить при значениях  $\varphi_1(\vec{x}) = 1$ , что равносильно применению размыкающего контакта в схеме. Следовательно, для того чтобы изменить знак приращения, необходимо размыкающий контакт заменить замыкающим и, наоборот, замыкающий контакт — размыкающим. Правомерность такой замены легко доказывается с помощью равенства  $\varphi_1(\vec{x}) = 1 - \bar{\varphi}_1(\vec{x})$ . Выполняя подстановку этого равенства в формулу (2-12) при условии, что приращение проводимости отрицательно, имеем

$$Y = y_2 - (1 - \bar{\varphi}_1(\vec{x})) \Delta y,$$

откуда получаем

$$Y = (y_2 - \Delta y) + \bar{\varphi}_1(\vec{x}) \Delta y.$$

Все изложенное выше позволяет сформулировать правило преобразования отрицательных приращений, которое может быть выражено в виде следующего равенства:

$$y - \varphi(\vec{x}) \Delta y = (y - \Delta y) + \bar{\varphi}(\vec{x}) \Delta y. \quad (2-13)$$

Интересно отметить, что равенство проводимостей в различных ветвях рассматриваемой схемы не приводит ни к каким упрощениям. Если же переключательные функции  $\varphi_1(\vec{x})$  и  $\varphi_2(\vec{x})$  ортогональны, т. е.  $\varphi_1(\vec{x})\varphi_2(\vec{x}) = 0$ , то в схеме в любой момент времени либо обе ветви разомкнуты, либо только одна. Если при этом еще  $y_1 = y_2$ , то схему можно представить в виде последовательного соединения резистора и переключателя, управляемого функцией

$$\varphi(\vec{x}) = \varphi_1(\vec{x}) \vee \varphi_2(\vec{x}).$$

В общем случае, если система переключательных функций  $\varphi_1(\vec{x}), \varphi_2(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$ , входящих в выражение

$$Y = \sum_{i=1}^m y_i \varphi_i(\vec{x}),$$

ортогональна, т. е., если  $\varphi_i(\vec{x})\varphi_j(\vec{x}) = 0$  для всех  $i \neq j$ , и

$$\bigvee_{i=1}^m \varphi_i(\vec{x}) = 0, \quad (2-14)$$

то справедливо равенство:

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^m y_i \varphi_i(\vec{x})} = \sum_{i=1}^m r_i \varphi_i(\vec{x}), \quad (2-15)$$

где  $1/y_i = r_i$ .



Действительно, при любом наборе значений переменных в силу ортогональности системы функций только одна функция  $\varphi_k(\vec{x})$  должна быть отлична от нуля, поэтому после подстановки значений переключаемых функций в правую и левую части равенства (2-15) получаем  $1/y_k = r_k$ .

Равенство (2-15) подтверждает, что в случае ортогональной системы переключаемых функций, обладающей свойством (2-14), сопротивления схемы, состоящей из параллельного соединения ветвей, и схемы, состоящей из последовательного соединения ветвей, совпадают при любом наборе значений управляющих переменных при условии, что резисторы в соответствующих ветвях таких схем одинаковы. Например, сопротивление схемы на рис. 2-3, *б* равно сопротивлению схемы на рис. 2-3, *а* при условии, что  $\varphi_1(\vec{x}) \bar{\varphi}_2(\vec{x}) = 0$  и  $\varphi_1(\vec{x}) \vee \varphi_3(\vec{x}) \neq 0$ ; такие схемы являются эквивалентными

### 2-3. Свойства РП-схем. Классы последовательных и параллельных схем

В общем случае произвольные РП-схемы  $S_1$  и  $S_2$  назовем эквивалентными, если при любом наборе значений управляющих переменных сопротивление между внешними узлами схемы  $S_1$  равно сопротивлению схемы  $S_2$ . Другими словами, схемы эквивалентны, если их работа одинакова. Естественно, что эквивалентные схемы могут иметь разную структуру.

Таблица 2-1

Рабочая таблица РП-схемы

| $x_1 x_2 x_3$ | $R$   |
|---------------|---|
| 0 0 0         | $\infty$  |
| 0 0 1         | $r_6$   |
| 0 1 0         | $\infty$  |
| 0 1 1         | $r_6 + \frac{r_1(r_4 + r_5)}{r_1 + r_4 + r_5}$            |
| 1 0 0         | $\infty$  |
| 1 0 1         | $r_6$   |
| 1 1 0         | $\infty$  |
| 1 1 1         | $r_6 + \frac{r_1 r_2 (r_4 + r_5)}{r_1 + r_2 + r_4 + r_5}$ |

Описание работы РП-схем может быть выполнено с помощью рабочих таблиц. В такой таблице для каждого набора значений управляющих переменных отводится одна строка, в которой указывается сопротивление (проводимость) схемы между выходными узлами  $R$ . Например, работа схемы, приведенной на рисунке 2-1, *а*, может быть описана с помощью табл. 2-1.

С помощью рабочих таблиц легко устанавливается эквивалентность РП-схем: если в строках таблиц, соответствующих одним и

тем же значениям управляющих переменных, расположены эквивалентные сопротивления (проводимости), то схемы, соответствующие этим таблицам, эквивалентны. Нетрудно показать, что рабо-

чая таблица схемы, приведенной на рис. 2-1, а, совпадает с таблицей схемы на рис. 2-1, б, что и доказывает эквивалентность этих схем.

Для каждой планарной РП-схемы может быть построена дуальная ей схема. Построение такой схемы может быть выполнено по правилам преобразования электрических схем, которые необходимо дополнить правилами преобразования переключателей. Эти правила заключаются в том, что размыкающий (замыкающий) переключатель в исходной схеме преобразуется в замыкающий (раз-

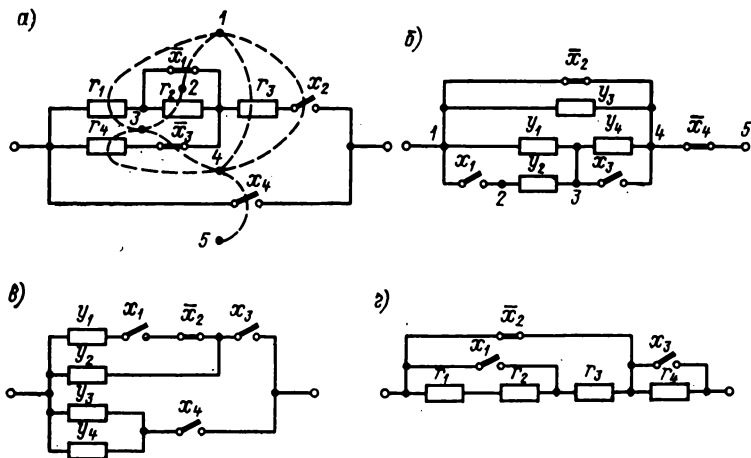


Рис. 2-4. Дуальные РП-схемы (а) и (б), параллельная РП-схема (в), последовательная РП-схема (г)

мыкающий) переключатель в дуальной схеме. Пример построения дуальной схемы приведен на рис. 2-4, а и б.

Основное свойство дуальных схем заключается в том, что аналитическое выражение, описывающее проводимость (сопротивление) дуальной схемы, должно совпадать с выражением сопротивления (проводимости) исходной схемы. Используя это свойство, нетрудно сформулировать правило построения выражения для дуальной схемы. Для этого нужно только заменить в заданном выражении все сопротивления на проводимости, а проводимости — на сопротивления. Например, сопротивление схемы, изображенной на рис. 2-4, а, может быть записано так:

$$R = \bar{x}_4 \left( \frac{1}{\frac{1}{r_1 + r_2 x_1} + \frac{\bar{x}_3}{r_4}} + \frac{r_3}{x_2} \right). \quad (2-16)$$

Заменяя сопротивления проводимостями, получаем проводимость дуальной схемы в виде:

$$Y = \bar{x}_4 \left( \frac{1}{\frac{1}{y_1 + y_2 x_1} + \frac{\bar{x}_3}{y_4}} + \frac{y_3}{x_2} \right). \quad (2-17)$$

Приступая к изучению различных классов РП-схем, в первую очередь остановимся на рассмотрении двух простейших классов схем: последовательных и параллельных.

Определим параллельные РП-схемы следующим образом:

- 1) резистор с проводимостью  $y$  является параллельной схемой;
- 2) если  $P$  — параллельная схема и  $\varphi(\bar{x})$  — схема из переключателей, то последовательное соединение схем  $P$  и  $\varphi(\bar{x})$  является параллельной схемой;
- 3) если  $P_1$  — параллельная схема и  $P_2$  — параллельная схема, то параллельное соединение схем  $P_1$  и  $P_2$  является параллельной схемой.

Пример параллельной РП-схемы приведен на рисунке 2-4, в.

Согласно определению параллельная схема может состоять из параллельных ветвей. В каждую ветвь может быть включен резистор с последовательным переключателем (или несколькими переключателями). Такие ветви могут в свою очередь объединяться в подсхемы, причем последовательно с каждой такой подсхемой также может быть соединен переключатель.

Исходя из анализа возможного вида допустимых соединений, можно сделать заключение, что структура параллельных схем должна описываться с помощью скобочных выражений с переключательными множителями либо в виде суммы таких выражений. Каждое скобочное выражение с переключательными множителями может быть преобразовано с помощью равенства (2-8) к бесскобочному виду. Следовательно, любая параллельная схема описывается следующим выражением:

$$Y = \sum_{i=1}^m y_i \varphi_i(\bar{x}). \quad (2-18)$$

Назовем это выражение нормальной формой последовательной схемы. Например, проводимости схемы, изображенной на рис. 2-4, в, соответствует выражение:

$$Y = (y_1 x_1 \bar{x}_2 + y_2) x_3 + (y_3 + y_4) x_4,$$

которое может быть преобразовано к нормальному виду:

$$Y = y_1 x_1 \bar{x}_2 x_3 + y_2 x_3 + y_3 x_4 + y_4 x_4.$$

Перейдем теперь к анализу класса последовательных схем. Схемы, образующие этот класс, должны удовлетворять следующему определению:

1) резистор с сопротивлением  $r$  является последовательной схемой;

2) если  $Q$  — последовательная схема и  $\varphi(\vec{x})$  — схема из переключателей, то параллельное соединение схем  $Q$  и  $\varphi(\vec{x})$  является последовательной схемой;

3) если  $Q_1$  — последовательная схема и  $Q_2$  — последовательная схема, то последовательное соединение схем  $Q_1$  и  $Q_2$  также является последовательной схемой.

Последовательная схема, отвечающая такому определению, приведена на рис. 2-4, г.

Интересно отметить, что последовательные и параллельные схемы связаны дуальным преобразованием, т. е. для любой последовательной схемы существует дуальная ей параллельная схема и наоборот. Основываясь на последнем утверждении, можно показать, что каждая последовательная схема может быть представлена в нормальной форме:

$$R = \sum_{i=1}^m r_i \varphi_i(\vec{x}). \quad (2-19)$$

Основной зависимостью, описывающей как работу, так и структуру последовательных и параллельных схем, является линейная комбинация переключательных функций с положительными постоянными коэффициентами. Однако эта зависимость может быть использована для получения как положительных, так и отрицательных приращений проводимости (сопротивления) схемы при изменении управляющего кода. Чтобы показать возможность получения отрицательных приращений, представим переключательные функции в выражении (2-18) в виде разности  $1 - \bar{\varphi}_i(\vec{x})$ . Тогда после простых преобразований получаем:

$$Y = \sum_{i=1}^m y_i - \sum_{i=1}^m \bar{\varphi}_i(\vec{x}) y_i.$$

Если же требуется получить как положительные, так и отрицательные приращения выходной величины от одной схемы, то необходимо преобразовать только часть переключательных функций в выражении (2-18). При этом схема описывается формулой, имеющей следующий вид:

$$Y = \sum_{i=1}^l \varphi_i(\vec{x}) y_i + \sum_{i=l+1}^m y_i - \sum_{i=l+1}^m \bar{\varphi}_i(\vec{x}) y_i.$$

Такая зависимость позволяет в принципе получить  $2^l$  положительных и  $2^{m-l}$  отрицательных различных значений приращения в схеме.

## 2-4. Класс последовательно-параллельных схем

Другой класс, включающий в себя только что рассмотренные классы последовательных и параллельных схем, носит название класса последовательно-параллельных схем. В дальнейшем совокупность таких схем будет называться сокращенно классом ПРП-схем. Последовательно-параллельную схему определим следующим образом:

- 1) последовательная схема является ПРП-схемой;
- 2) параллельная схема является ПРП-схемой;
- 3) если  $T$  является ПРП-схемой, то последовательное соединение схемы  $T$  и схемы из переключателей является ПРП-схемой;
- 4) если  $T$  является ПРП-схемой, то параллельное соединение схемы  $T$  и схемы из переключателей является ПРП-схемой;
- 5) если  $T_1$  и  $T_2$  являются ПРП-схемами, то их последовательное соединение также является ПРП-схемой;
- 6) если схемы  $T_1$  и  $T_2$  являются ПРП-схемами, то их параллельное соединение также является ПРП-схемой.

Примеры ПРП-схем приведены на рис. 2-1, *а*, *б* и 2-4, *а* и *б*.

Согласно определению, ПРП-схему можно разбить на подсхемы, которые являются либо последовательными, либо параллельными схемами, и, следовательно, описываются с помощью линейных функций. Присоединяя последовательно или параллельно таким подсхемам переключатели, получаем соединения, которым соответствуют выражения, представляющие собой произведения линейных функций и переключательных множителей. Представляя подобные соединения в виде проводимости для описания их параллельного включения или в виде сопротивлений для описания их последовательного включения, найдем аналитическое выражение для ПРП-схемы. Примерами такого описания схем, изображенных на рис. 2-4, *а* и *б*, являются формулы (2-16) и (2-17).

Если формула, описывающая схему, представляет собой а) линейную функцию или величину, обратную линейной функции с переключательными множителями, б) сумму линейных функций и обратных им величин с переключательными множителями либо в) величину, обратную такой сумме, то назовем такое выражение нормальной формой ПРП-схемы. Нормальная форма описывает как структуру, так и работу ПРП-схемы. Чтобы найти сопротивление (проводимость) схемы относительно ее внешних узлов, достаточно подставить значения управляющих переменных в нормальную форму. Например, подставляя набор переменных  $x_1 x_2 x_3 = 011$  в нормальную форму схемы, изображенной на рис. 2-1, *а*,

$$R = \frac{1}{\frac{y_2}{x_2} + \frac{1}{r_4 x_3 + r_5} + \frac{1}{r_3 x_2 + \frac{r_2}{x_1}}} + \frac{r_6}{x_3}, \quad (2-20)$$

получаем

$$R = \frac{1}{y_2 + \frac{1}{r_4 + r_5}} + r_6 = \frac{(r_4 + r_5) r_1}{(r_4 + r_5) + r_1} + r_6.$$

Одновременное присоединение схемы из переключателей последовательно и параллельно к резистору или ПРП-схеме позволяет реализовать не только нулевую проводимость (сопротивление), как это имело место в параллельных (последовательных) схемах, но и бесконечную проводимость или короткое замыкание между внешними узлами схемы. Если присоединенные схемы из переключателей одинаковы или реализуют переключательную функцию и ее инверсию, то, как правило, ПРП-схема может быть приведена к более простому виду. Основные типы схем с двумя переключателями, допускающие преобразование, и вид соответствующих им аналитических зависимостей приведены в табл. 2-2 и 2-3. В табл. 2-2 собраны схемы, использующие последовательное и параллельное соединение переключателей, управляемых одной и той же переключательной функцией. В схемах, приведенных в табл. 2-3, один из переключателей управляется функцией, другой — ее инверсией.

Правила преобразования могут быть сформулированы и для некоторых схем такого типа, у которых управление переключателями осуществляется различными переключательными функциями. Прежде чем перейти к изучению этих правил, необходимо вспомнить определение импликанты переключательной функции [7, 11].

Переключательная функция  $\chi(\vec{x})$  является импликантой переключательной функции  $\phi(\vec{x})$ , если на любом наборе значений переменных  $\vec{\sigma}$ , таком, что  $\chi(\vec{\sigma}) = 1$ , функция  $\phi(\vec{x}) = 1$ . Из определения следует, что число нулей функции  $\chi(\vec{x})$  не должно быть меньше, чем число нулей функции  $\phi(\vec{x})$ . Определить, является ли  $\chi(\vec{x})$  импликантой функции  $\phi(\vec{x})$ , можно следующим образом. Если на любом наборе  $\vec{\sigma}$

$$\chi(\vec{\sigma}) \bar{\phi}(\vec{\sigma}) = 0,$$

то  $\chi(\vec{x})$  является импликантой функции  $\phi(\vec{x})$ .

Покажем теперь справедливость следующих двух утверждений. Если в выражении

$$(Y \phi(\vec{x})) \frac{1}{\chi(\vec{x})} \quad (2-21)$$

$\chi(\vec{x})$  является импликантой функции  $\phi(\vec{x})$ , то справедливо равенство

$$(Y \phi(\vec{x})) \frac{1}{\chi(\vec{x})} = \frac{Y}{\chi(\vec{x})}. \quad (2-22)$$

Действительно, выражению (2-20) соответствует схема, в которой параллельно проводимости  $Y$  и переключателю  $\varphi(\vec{x})$  присоединен переключатель  $\chi(\vec{x})$ . Замыкание переключателя  $\chi(\vec{x})$  делает проводимость схемы равной бесконечности, независимо от положения переключателя  $\varphi(\vec{x})$ . Если же  $\chi(\vec{x}) = 1$ , то проводимость схемы определяется положением переключателя  $\varphi(\vec{x})$ . Но  $\chi(\vec{x})$  является импликантой  $\varphi(\vec{x})$ , и поэтому при любом наборе значений переменных  $\vec{\sigma}$ , на котором  $\chi(\vec{\sigma}) = 1$ , функция  $\varphi(\vec{\sigma})$  также должна быть равна единице. Следовательно, проводимость рассматриваемой схемы определяется только проводимостью переключателя  $\chi(\vec{x})$ , что и доказывает справедливость равенства (2-22).

С помощью аналогичных рассуждений доказывается и второе утверждение. Если  $\chi(\vec{x})$  является импликантой функции  $\varphi(\vec{x})$ , то справедливо равенство

$$\left(\frac{Y}{\varphi(\vec{x})}\right)\chi(\vec{x}) = Y\chi(\vec{x}). \quad (2-23)$$

Описанные преобразования могут быть использованы для уменьшения числа переключателей, входящих в схему. Последовательность преобразования рассмотрим на примере формулы (2-20). Вначале, пользуясь равенством (2-10), припишем множитель  $\frac{1}{x_3}$  первому слагаемому правой части (2-20), т. е. умножим все члены знаменателя на  $x_3$ . Выпишем отдельно второе слагаемое знаменателя:

$$\frac{x_3}{r_4 x_3 + r_5}.$$

Перенося  $x_3$  в знаменатель, получаем выражение

$$(r_4 x_3) \frac{1}{x_3} + \frac{r_5}{x_3},$$

которое после применения равенства 1 из табл. 2-3 преобразуется к виду

$$\frac{1}{\frac{r_4}{x_3} + \frac{r_5}{x_3}} = \frac{x_3}{r_4 + r_5}.$$

Приписывая затем множитель  $1/x_2$ , согласно равенству (2-10), третьему слагаемому знаменателя (2-20), получаем это слагаемое в виде:

$$\frac{1}{x_2 \left( \frac{r_2}{x_1} + r_3 x_2 \right)},$$

Преобразования ПРП-схем

| № пп. | Схема | Эквивалентная схема | Преобразование  |
|-------|-------|---------------------|---|
| 1     |       |                     | $Y_1 + \left( \frac{Y_2}{\varphi(\tilde{x})} \right) \varphi(\tilde{x}) =$ $= \frac{Y_1}{\varphi(\tilde{x})}$         |
| 2     |       |                     | $\left( Y_1 + Y_2 \varphi(\tilde{x}) \right) \frac{1}{\varphi(\tilde{x})} =$ $= \frac{Y_1}{\varphi(\tilde{x})}$       |
| 3     |       |                     | $Y_1 + \left( \frac{Y_2}{\varphi(\tilde{x})} \right) \bar{\varphi}(\tilde{x}) =$ $= \frac{Y_1}{\varphi(\tilde{x})}$   |
| 4     |       |                     | $\left( Y_1 + Y_2 \bar{\varphi}(\tilde{x}) \right) \frac{1}{\varphi(\tilde{x})} =$ $= \frac{Y_2}{\varphi(\tilde{x})}$ |
| 5     |       |                     | $R_1 + \left( \frac{R_2}{\varphi(\tilde{x})} \right) \varphi(\tilde{x}) =$ $= \frac{R_1}{\varphi(\tilde{x})}$         |
| 6     |       |                     | $\left( R_1 + R_2 \bar{\varphi}(\tilde{x}) \right) \frac{1}{\varphi(\tilde{x})} =$ $= \frac{R_1}{\varphi(\tilde{x})}$ |
| 7     |       |                     | $R_1 + \left( \frac{R_2}{\varphi(\tilde{x})} \right) \bar{\varphi}(\tilde{x}) =$ $= \frac{R_1}{\varphi(\tilde{x})}$   |



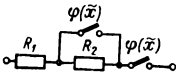
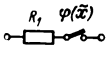
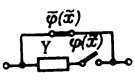
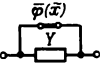
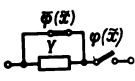
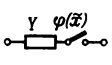
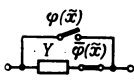
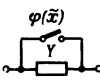
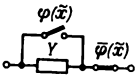
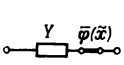
| № пп. | Схема   | Эквивалентная схема   | Преобразование  |
|-------|---|---|---|
| 8     |  |  | $(R_1 R_2 \bar{\varphi}(\bar{x})) \frac{1}{\varphi(\bar{x})} =$<br>$= \frac{R_1}{\varphi(\bar{x})}$ |

Таблица 2-3

Преобразования ПРП-схем

| № пп. | Схема  | Эквивалентная схема  | Преобразование  |
|-------|--|--|---|
| 1     |   |   | $(Y \varphi(\bar{x})) \frac{1}{\varphi(\bar{x})} =$<br>$= \frac{Y}{\varphi(\bar{x})}$               |
| 2     |   |   | $\left( \frac{Y}{\varphi(\bar{x})} \right) \varphi(\bar{x}) = Y \varphi(\bar{x})$                   |
| 3     |   |   | $(Y \bar{\varphi}(\bar{x})) \frac{1}{\bar{\varphi}(\bar{x})} = \frac{Y}{\bar{\varphi}(\bar{x})}$    |
| 4     |  |  | $\left( \frac{Y}{\bar{\varphi}(\bar{x})} \right) \bar{\varphi}(\bar{x}) = Y \bar{\varphi}(\bar{x})$ |

откуда после перемножения находим:

$$\frac{1}{x_2 \left( \frac{r_2}{x_1} \right) + r_3 \bar{x}_2 x_2} = \frac{1}{x_2 \left( \frac{r_2}{x_1} \right)},$$

поскольку  $x_2 \bar{x}_2 = 0$ .

Перепиывая преобразованные выражения в знаменатель и перемещая обратно переключательные множители, получаем выражение

$$R = \frac{1}{\frac{y_1}{x_2} + \frac{1}{r_4 x_3 + r_5} + y_2 x_1} + \frac{r_6}{x_3},$$

которое является эквивалентным исходному. Этому выражению соответствует схема, изображенная на рис. 2-1, б.

Рассмотрим еще один пример. Пусть требуется преобразовать выражение

$$\frac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{x_1 x_2}.$$

Схема, соответствующая этому выражению, состоит из четырех переключателей и двух резисторов. Вначале, применяя равенство (2-10), перепишем выражение следующим образом:

$$(x_1 y_1) \frac{1}{x_1 x_2} + (x_2 y_2) \frac{1}{x_1 x_2}.$$

Здесь функция  $x_1 x_2$  является импликантой как  $x_1$ , так и  $x_2$ , поэтому на основании равенства (2-22) получаем равенство

$$y_1 \frac{1}{x_1 x_2} + y_2 \frac{1}{x_1 x_2} = (y_1 + y_2) \frac{1}{x_1 x_2},$$

которое может быть реализовано схемой с двумя переключателями и одним резистором.

Перейдем теперь к задаче синтеза ПРП-схем. Основной формой задания работы ПРП-схем является таблица, поэтому примем ее в качестве исходной формы задания для синтеза. Общую задачу синтеза схемы для произвольной таблицы разобьем на несколько частных задач. Вначале рассмотрим построение схемы для таблицы, у которой в каждой строке содержится либо нуль, либо сумма проводимостей, либо одна проводимость. Покажем, что такую таблицу можно реализовать с помощью параллельной схемы.

Для синтеза нам потребуется специальная переключательная функция [7, 11], называемая элементарной конъюнкцией и обозначаемая следующим образом:

$$K_{\vec{\sigma}}(\vec{x}) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n}.$$

Элементарная конъюнкция представляет собой такую переключательную функцию, зависящую от  $n$  переменных, которая равна нулю на всех наборах за исключением одного, который совпадает с набором  $\vec{\sigma}$ , определяющим расстановку знаков инверсии над переменными, образующими конъюнкцию. Следовательно, чтобы построить элементарную конъюнкцию, равную единице на заданном наборе  $\vec{\sigma}$ , необходимо расставить знаки инверсии над переменными согласно компонентам заданного набора.

Двоичному набору  $\vec{\sigma}$  поставим в соответствие десятичное число  $j(\vec{\sigma})$ , которое вычисляется по следующей формуле:

$$j(\vec{\sigma}) = \sum_{i=1}^n 2^{n-i} \sigma_i.$$

Это число назовем номером двоичного набора  $\vec{\sigma}$ . Его удобно использовать для сокращенной записи элементарных конъюнкций следующим образом:

$$\vec{K}_{\vec{\sigma}}(x) = K_j(\vec{\sigma}).$$

Строки рабочей таблицы различаются наборами управляющих переменных, поэтому каждой строке таблицы с номером  $j$  соответствует элементарная конъюнкция  $K_j$ . Если обозначить  $b_j$  проводимость или сумму проводимостей, расположенную в строке с номером  $j$ , то рабочую таблицу заданного вида можно представить так:

$$Y = \sum_{j=0}^{2^n-1} K_j b_j. \quad (2-24)$$

Число отличных от нуля слагаемых в правой части этого равенства совпадает с числом ненулевых строк таблицы. Полученное выражение представляет собой линейную комбинацию переключательных функций с постоянными коэффициентами, и поэтому, как было показано ранее, реализуется в виде параллельной схемы.

Для рабочей таблицы, задающей сопротивление, аналитическая запись может быть получена путем дуального преобразования равенства (2-24):

$$R = \sum_{j=0}^{2^n-1} K_j c_j, \quad (2-25)$$

где  $c_j$  — сопротивление или сумма сопротивлений.

В качестве второй задачи рассмотрим таблицу, в которой содержатся как строки с конечной или нулевой проводимостью, так и строки с бесконечной проводимостью. Предположим, что в таблице имеется  $l$  строк с конечной проводимостью,  $p$  строк с бесконечной проводимостью и  $q$  строк с нулевой проводимостью. Если бы строки с бесконечной проводимостью в таблице отсутствовали, то ее можно было бы аналитически записать так:

$$Y' = \sum_{s=1}^l K_{j_s} b_{j_s}. \quad (2-26)$$

Это выражение определяет таблицу, которая отличается от заданной тем, что она имеет нулевые значения проводимости на тех наборах, на которых в заданной таблице проводимость равна бесконечности.

Построим переключательную функцию  $\omega(\vec{x})$ , равную дизъюнкции элементарных конъюнкций, соответствующих строкам заданной таблицы с бесконечной проводимостью:

$$\omega(\vec{x}) = K_{i_1} \vee K_{i_2} \vee \dots \vee K_{i_p}.$$

Инверсия этой функции  $\bar{\omega}(\vec{x})$  обращается в нуль только на наборах с бесконечной проводимостью. Следовательно, умножая

сумму (2-26) на обратный переключательный множитель  $1/\bar{\omega}(\bar{x})$ , мы получаем выражение, которое обращается в бесконечность только на заданных наборах:

$$Y = \frac{1}{\bar{\omega}(\bar{x})} \sum_{s=1}^l K_{j_s} b_{j_s}. \quad (2-27)$$

Схема, соответствующая этому выражению, должна состоять из параллельной схемы с переключателем, управляемым функцией  $\bar{\omega}(\bar{x})$ , который включен параллельно внешним узлам схемы.

Пользуясь дуальными преобразованиями из равенства (2-27), получим аналитическое описание, соответствующее таблице, определяющей сопротивление

$$R = \frac{1}{\bar{\omega}(\bar{x})} \sum_{s=1}^l K_{j_s} c_{j_s}, \quad (2-28)$$

где  $c_{j_s}$  является сопротивлением или суммой сопротивлений.

В качестве примера построим схему, заданную табл. 2-4. Этой таблице, согласно выражению (2-25), без учета строк с бесконечным сопротивлением, можно поставить в соответствии зависимость:

$$R' = K_2(r_1 + r_2) + K_3 r_1 + K_6(r_1 + r_2 + r_3) + K_7(r_1 + r_3).$$

Раскроем скобки и осуществим перегруппировку членов:

$$\begin{aligned} \text{Таблица 2-4} \quad R' = & K_2 r_1 + K_3 r_1 + K_6 r_2 + K_7 r_2 + K_2 r_2 + \\ & + K_6 r_2 + K_6 r_3 + K_7 r_3. \end{aligned}$$

Рабочая таблица  
РП-схемы

| $x_1 x_2 x_3$ | $R$               |
|---------------|-------------------|
| 0 0 0         | 0                 |
| 0 0 1         | $\infty$          |
| 0 1 0         | $r_1 + r_2$       |
| 0 1 1         | $r_1$             |
| 1 0 0         | 0                 |
| 1 0 1         | $\infty$          |
| 1 1 0         | $r_1 + r_2 + r_3$ |
| 1 1 1         | $r_1 + r_3$       |

Подставляя в полученное выражение элементарные конъюнкции в явном виде, имеем

$$\begin{aligned} R' = & \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 r_1 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 r_1 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 r_1 + \\ & + x_1 \bar{x}_2 x_3 r_1 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 r_2 + x_1 x_2 \bar{x}_3 r_2 + \\ & + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 r_3 + x_1 x_2 x_3 r_3. \end{aligned}$$

Группируя члены с одинаковыми сопротивлениями попарно и вынося общие множители, получаем:

$$\begin{aligned} R' = & \bar{x}_1 \bar{x}_2 (\bar{x}_3 r_1 + x_3 r_1) + x_1 \bar{x}_2 (\bar{x}_3 r_1 + x_3 r_1) + \\ & + x_2 \bar{x}_3 (\bar{x}_1 r_2 + x_1 r_2) + x_1 x_2 (\bar{x}_3 r_3 + x_3 r_3). \end{aligned}$$

Согласно равенству (2-12), каждое выражение в круглых скобках равно соответствующему сопротивлению, поэтому

$$R' = \bar{x}_1 \bar{x}_2 r_1 + x_1 \bar{x}_2 r_1 + \bar{x}_1 \bar{x}_3 r_2 + x_1 x_2 r_3.$$

Повторяя преобразование для первых двух членов последнего выражения и вынося общие множители за скобку, находим

$$R' = x_2 (r_1 + \bar{x}_3 r_2 + x_1 r_3).$$

Функция  $\omega(x_1, x_2, x_3)$ , определяющая строки таблицы с бесконечным сопротивлением, имеет вид

$$\omega(x_1, x_2, x_3) = K_1 \vee K_5 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 = \bar{x}_2 x_3,$$

а ее инверсия

$$\bar{\omega}(x_1, x_2, x_3) = \overline{\bar{x}_2 x_3} = x_2 \vee \bar{x}_3.$$

Используя функцию  $\bar{\omega}(x_1, x_2, x_3)$ , окончательно получаем сопротивление, задаваемое таблицей в виде

$$R = \frac{1}{x_2 \vee \bar{x}_3} (x_2 (r_1 + \bar{x}_3 r_2 + x_1 r_3)).$$

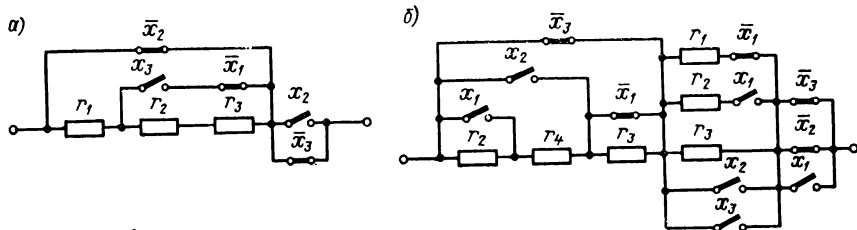


Рис. 2-5. Последовательно-параллельные схемы, построенные по табл. 2-4 и 2-5

Схема, реализующая это выражение, изображена на рис. 2-5, а.

В общем случае в строках рабочей таблицы могут быть указаны суммы сопротивлений, проводимостей или их комбинации, а также нулевые и бесконечные значения. Как и в предыдущем случае, строки таблицы разобьем на группы:

- а) строки, содержащие проводимость или сумму проводимостей;
- б) строки, содержащие сумму сопротивлений;
- в) строки, содержащие как сумму сопротивлений, так и сумму проводимостей одновременно;
- г) строки с бесконечным значением проводимости.

Аналитическое представление таблицы, задающей управляемую проводимость, будем искать в виде суммы проводимостей первых трех типов строк, умноженной на обратный переключательный множитель, реализующий бесконечные значения проводимости четвертой группы:

$$Y = (Y_a + Y_b + Y_v) \frac{1}{\bar{\omega}(x)}.$$

Функция  $\bar{\omega}(x)$ , входящая в обратный множитель, строится по правилам, сформулированным ранее для предыдущего случая.

Проводимость строк, представляющих собой сумму проводимостей, запишем так:

$$Y_a = \sum_{s=1}^{l_1} K_{j_s} b_{j_s},$$

где  $l_1$  — число строк в группе «а»,  $b_{j_s}$  — проводимость  $j_s$ -й строки.

Проводимость строк, представляющих собой сумму сопротивлений, вначале представим в виде величины, обратной сопротивлению этой группы строк:

$$Y'_6 = \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_2} K_{j_s} c_{j_s}},$$

где  $l_2$  — число строк в группе «б»,  $c_{j_s}$  — сопротивление  $j_s$ -й строки.

Однако значение приведенного выражения обращается в бесконечность на тех наборах, которые не соответствуют строкам, входящим в данную группу, что приводит к неверному воспроизведению значений заданной таблицы. Чтобы исключить влияние бесконечных значений на общую проводимость, построим функцию  $\chi'(\tilde{x})$ , которая принимает значения, равные единице, на всех наборах, определяющих строки данной группы:

$$\chi'(\tilde{x}) = \prod_{s=1}^{l_2} K_{j_s}.$$

Умножая проводимость  $Y'_6$  на переключательный множитель  $\chi'(\tilde{x})$ , получаем выражение, обращающееся в нуль на наборах, не входящих в данную группу:

$$Y_6 = \chi'(\tilde{x}) \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_2} K_{j_s} c_{j_s}}.$$

Каждая строка, принадлежащая группе «в», может быть представлена в следующем виде:

$$K_j \left( b_j + \frac{1}{c_j} \right),$$

где  $c_j$  — сумма сопротивлений  $j$ -й строки,  $b_j$  — сумма проводимостей  $j$ -й строки.

Тогда проводимость строк группы «в» запишем так:

$$Y'_в = \sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} b_{j_s} + \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} c_{j_s}}.$$

Второе слагаемое проводимости  $Y'_c$  принимает значения, равные бесконечности, на тех наборах, которые определяют строки, не входящие в третью группу. Чтобы исключить влияние этих значе-

ний на общую проводимость, построим переключательную функцию

$$\chi''(\tilde{x}) = \bigvee_{s=1}^{l_1} K_{j_s}.$$

Умножая второе слагаемое проводимости  $Y'_B$  на  $\chi''(\tilde{x})$ , получаем проводимость строк, образующих данную группу,

$$Y_B = \sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} b_{j_s} + \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} c_{j_s}} \chi''(\tilde{x}).$$

Суммируя все проводимости, окончательно получаем:

$$Y = \left( \sum_{s=1}^{l_1} K_{j_s} b_{j_s} + \chi'(\tilde{x}) \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_2} K_{j_s} c_{j_s}} + \sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} b_{j_s} + \chi''(\tilde{x}) \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} c_{j_s}} \right) \frac{1}{\bar{\omega}(\tilde{x})}. \quad (2-29)$$

Полученная проводимость реализуется ПРП-схемой, состоящей из параллельного соединения: параллельной схемы, двух последовательных схем с последовательно включенными переключателями и переключателя, управляемого функцией  $\bar{\omega}(\tilde{x})$ .

Аналитическое описание, соответствующее таблице, задающей управляемое сопротивление, является дуальным выражению (2-29):

$$R = \left( \sum_{s=1}^{l_1} K_{j_s} c_{j_s} + \chi'(\tilde{x}) \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_2} K_{j_s} b_{j_s}} + \sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} c_{j_s} + \chi''(\tilde{x}) \frac{1}{\sum_{s=1}^{l_3} K_{j_s} b_{j_s}} \right) \frac{1}{\bar{\omega}(\tilde{x})}. \quad (2-30)$$

В качестве иллюстрации описанной процедуры синтеза приведем несложный пример. Пусть требуется построить схему управляемого сопротивления, работа которого задается табл. 2-5. Эта таблица имеет всего одну строку с бесконечным значением сопротивления, поэтому функция

$$\bar{\omega}(x_1, x_2, x_3) = \bar{K}_3 = \overline{x_1 x_2 x_3} = x_1 \sqrt{x_2} \sqrt{x_3}.$$

В таблице имеется три строки, сопротивление которых является суммой сопротивлений или просто сопротивлением. Сопротивление этой группы строк

$$R' = (r_2 + r_4) K_1 + (r_3 + r_4) K_5 + r_3 K_7.$$

Подставляя конъюнкции в явном виде и выполняя преобразования, находим

$$R' = r_2 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + r_4 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + r_3 x_1 \bar{x}_2 x_3 + r_4 x_1 \bar{x}_2 x_3 + r_3 x_1 x_2 x_3 = \\ = r_2 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_2 x_3 (r_4 \bar{x}_1 + r_4 x_1) + x_1 x_3 (r_3 \bar{x}_2 + r_3 x_2) = r_2 \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \\ + r_4 \bar{x}_2 x_3 + r_3 x_1 x_3 = x_3 (\bar{x}_2 (\bar{x}_1 r_2 + r_4) + x_1 r_3).$$

Переключательная функция, определяющая группу строк, содержащих суммы проводимостей,

$$\chi' (x_1 x_2 x_3) = K_0 \vee K_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 = \bar{x}_2 \bar{x}_3,$$

Таблица 2-5 а сопротивление этой группы

Рабочая таблица  
РП-схемы

| $x_1 x_2 x_3$ | $R$                         |
|---------------|-----------------------------|
| 0 0 0         | $\frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}$ |
| 0 0 1         | $r_2 + r_4$                 |
| 0 1 0         | 0                           |
| 0 1 1         | $\infty$                    |
| 1 0 0         | $\frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}$ |
| 1 0 1         | $r_4 + r_3$                 |
| 1 1 0         | 0                           |
| 1 1 1         | $r_3$                       |

$$R'' = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \left( \frac{1}{K_0 (y_1 + y_3) + K_4 (y_2 + y_3)} \right).$$

Подставим в последнее выражение конъюнкции и выполним преобразования:

$$R'' = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \times \\ \times \left( \frac{1}{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y_1 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 y_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y_2 + x_1 \bar{x}_2 x_3 y_3} \right) = \\ = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \left( \frac{1}{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y_1 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y_2 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 y_3} \right) = \\ = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \left( \frac{1}{\bar{x}_2 \bar{x}_3 (y_1 \bar{x}_1 + y_2 x_1 + y_3)} \right).$$

Применяя к полученному выражению равенство 3 из табл. 2-3, имеем

$$R'' = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \left( \frac{1}{x_1 y_1 + x_1 y_2 + y_3} \right).$$

Окончательный вид управляемого искомого сопротивления получаем таким:

$$R = \frac{1}{x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3} \left[ \bar{x}_2 \bar{x}_3 \left( \frac{1}{x_1 y_1 + x_1 y_2 + y_3} \right) + x_3 (\bar{x}_2 (\bar{x}_1 r_2 + r_4) + x_1 r_3) \right].$$

Схема, реализующая это сопротивление, приведена на рис. 2-5, б.

## 2-5. Анализ произвольных РП-схем

Класс последовательно-параллельных схем не исчерпывает всех возможных соединений резисторов и переключателей планарного типа. Примером могут служить мостовые схемы, которые не входят в класс РП-схем. Ограничимся в дальнейшем рассмотрением



только таких схем, у которых в каждой ветви может быть включена лишь РПП-схема. Это ограничение равносильно тому, что мы исключаем из рассмотрения все схемы, содержащие ветви из одних переключателей. Дальнейшее изложение будет посвящено вопросам анализа таких схем.

Спротивление ветви, содержащей управляемую РП-схему, может изменяться от нуля до бесконечности. Следовательно, область изменения управляемых сопротивлений (проводимостей) совпадает с областью изменения параметров резисторов, используемых для построения электрических схем. Учитывая это обстоятельство, естественно применить обычные методы анализа электрических схем, используемые в электротехнике, к схемам с переключателями. Заменяя каждое соединение резистора с переключателем некоторым условным элементом, можно получить аналог электрической схемы, которая соответствует РП-схеме. Однако, следуя таким путем, мы прежде всего сталкиваемся с необходимостью введения переключательных множителей для описания переключателей, соединенных последовательно или параллельно с отдельными подсхемами.

Кроме того, алгебраические преобразования формул, описывающих работу электрических цепей, в большинстве своем основаны на ассоциативности умножения, в то время как это свойство не выполняется для переключательных множителей. Поэтому формула, полученная путем анализа аналога РП-схемы, как правило, допускает несколько схемных интерпретаций в зависимости от порядка перемножения переключательных множителей. Выбор порядка умножения, отвечающего работе заданной схемы, может быть связан со значительными трудностями. Однако в некоторых случаях правильный выбор, как будет показано ниже, удастся осуществить, используя контекст формулы, в которой содержится произведение переключательных множителей.

В качестве общего метода анализа РП-схем не последовательно-параллельного типа выберем метод, основанный на преобразовании таких схем. Целью преобразований является приведение схемы к последовательно-параллельному виду. Воспользуемся преобразованием, в основе которого лежит переход от треугольника, построенного из РПП-схем, к звезде и обратный переход от звезды к треугольнику.

Вначале остановимся на построении схемы звезды, эквивалентной заданному треугольнику. Для построения воспользуемся эквивалентными формулами перехода от треугольника с сопротивлениями  $r_{12}$ ,  $r_{13}$ ,  $r_{23}$  к звезде, в плечи которой включены сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ . Эти сопротивления имеют вид:

$$r_1 = \frac{1}{y_{12} + y_{13} + \frac{y_{12}y_{13}}{y_{23}}}, \quad (2-31)$$

$$r_2 = \frac{1}{y_{12} + y_{23} + \frac{y_{12}y_{23}}{y_{13}}}, \quad (2-32)$$

$$r_3 = \frac{1}{y_{13} + y_{23} + \frac{y_{13}y_{23}}{y_{12}}} \quad (2-33)$$

Подставляя проводимости сторон треугольника, изображенного на рис. 2-6, а,

$$y_{12} = \frac{1}{r_{12}x_1}, \quad y_{13} = \frac{1}{r_{13}x_3} \quad \text{и} \quad y_{23} = \frac{1}{r_{23}x_2}$$

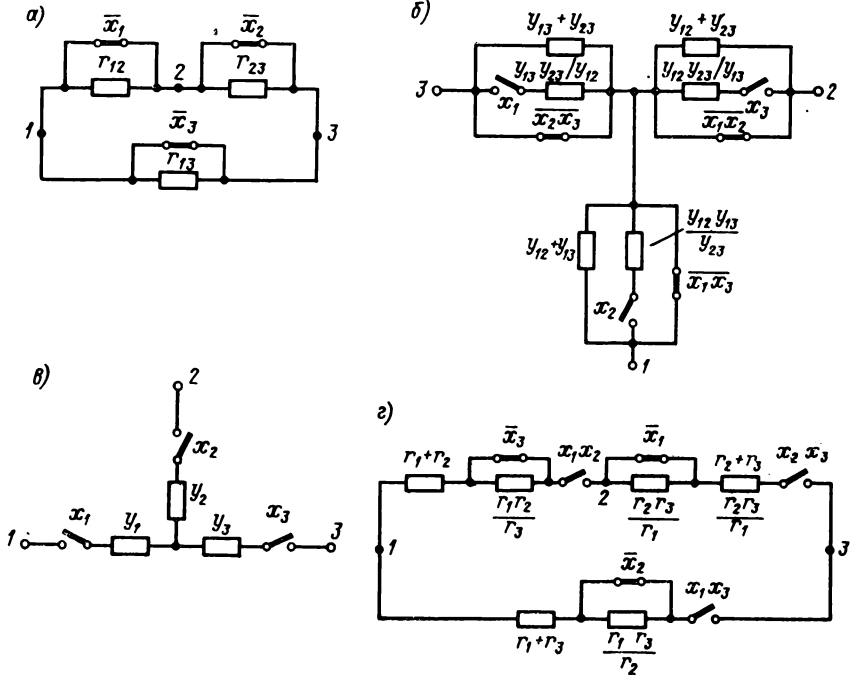


Рис. 2-6. Треугольник (а) и эквивалентная ему звезда (б); звезда (в) и эквивалентный ей треугольник (з)

в формулы (2-31), (2-32) и (2-33), получаем

$$r_1 = \frac{1}{y_{12} \frac{1}{x_1} + y_{13} \frac{1}{x_3} + \frac{y_{12}y_{13}x_2}{y_{23}x_1x_3}}, \quad (2-34)$$

$$r_2 = \frac{1}{y_{12} \frac{1}{x_1} + y_{23} \frac{1}{x_2} + \frac{y_{12}y_{23}x_3}{y_{13}x_1x_2}}, \quad (2-35)$$

$$r_3 = \frac{1}{y_{13} \frac{1}{x_3} + y_{23} \frac{1}{x_2} + \frac{y_{23}y_{13}x_1}{y_{12}x_2x_3}} \quad (2-36)$$

В полученных выражениях не определен порядок перемножения переключаемых множителей в третьем слагаемом знаменателя. Чтобы избавиться от этой неопределенности, проделаем следующие преобразования. Перенесем обратные переключаемые множители в знаменателе формулы (2-34) на основании равенства (2-10) к третьему слагаемому, которое после этого запишется так:

$$\left( \frac{y_{12}y_{13}x_2}{y_{23}x_1x_3} \right) \frac{1}{x_1x_3}.$$

Путем анализа схем, соответствующих этому выражению при различной расстановке скобок, нетрудно показать, что оно независимо от способа расстановки преобразуется к виду:

$$\left[ \left( \frac{y_{12}y_{13}}{y_{23}} x_2 \right) \frac{1}{x_1x_3} \right] \frac{1}{x_1x_3} = \left[ \left( \frac{y_{12}y_{13}}{y_{23}} \frac{1}{x_1x_3} \right) x_2 \right] \frac{1}{x_1x_3} = \left( \frac{y_{12}y_{13}}{y_{23}} x_2 \right) \frac{1}{x_1x_3}.$$

Подставляя полученный результат в формулы (2-34), (2-35) (2-36), после несложных преобразований получаем:

$$r_1 = \frac{x_1x_3}{y_{12} + y_{13} + \frac{y_{12}y_{13}}{y_{23}} x_2}, \quad r_2 = \frac{x_1x_2}{y_{12} + y_{23} + \frac{y_{12}y_{23}}{y_{13}} x_3},$$

$$r_3 = \frac{x_2x_3}{y_{23} + y_{13} + \frac{y_{23}y_{13}}{y_{12}} x_1}.$$

Каждое плечо звезды представляет собой параллельную схему, параллельно которой включен размыкающий переключатель. Схема звезды, соответствующая заданному треугольнику, приведена на рис. 2-6, б.

Пользуясь формулами преобразования звезды в треугольник:

$$r_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1r_2}{r_3}, \quad (2-37)$$

$$r_{13} = r_1 + r_3 + \frac{r_1r_3}{r_2}, \quad (2-38)$$

$$r_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2r_3}{r_1}, \quad (2-39)$$

построим треугольник, эквивалентный звезде, изображенной на рис. 2-6, в.

Подставляя сопротивления звезды в формулы (2-37), (2-38) и (2-39), после преобразований получаем:

$$r_{12} = \left( \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} + \frac{y_3}{y_1y_2} x_3 \right) \frac{1}{x_1x_2},$$

$$r_{13} = \left( \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_3} + \frac{y_2}{y_1y_3} x_2 \right) \frac{1}{x_1x_3},$$

$$r_{23} = \left( \frac{1}{y_2} + \frac{1}{y_3} + \frac{y_1}{y_2y_3} \right) \frac{1}{x_2x_3}.$$

Каждое из найденных сопротивлений представляет последовательную схему, последовательно с которой включен переключатель. Схема треугольника, эквивалентного заданной звезде, приведена на рис. 2-6, з.

Последовательность выполнения преобразований для РП-схем при их анализе рассмотрим на следующем примере. Пусть задана схема, изображенная на рис. 2-7, а. Эта схема не является последовательно-параллельной схемой. Выделим треугольник с узлами 1, 2 и 3, между которыми включены сопротивления

$$r_{12} = r_5 x_1, \quad r_{13} = r_1 x_1, \quad r_{23} = \frac{r_1}{x_2}.$$

Подставляя эти значения в формулы преобразования треугольника в звезду и выполняя соответствующие упрощения, получаем:

$$r_1 = 0, \quad r_2 = \frac{\bar{x}_1}{y_5 + y_1 \bar{x}_2}, \quad r_3 = \frac{x_1}{y_4 + y_1 x_2}.$$

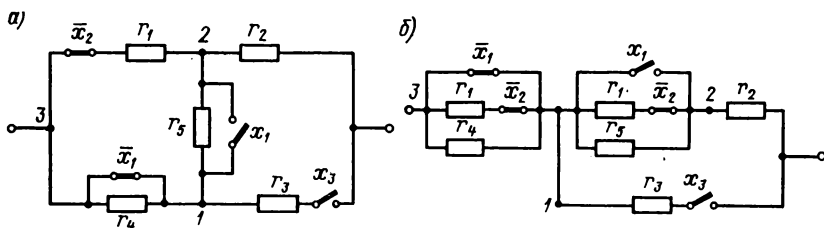


Рис. 2-7. РП-схема (а) и эквивалентная ей последовательно-параллельная схема (б), полученная с помощью преобразования треугольника в звезду

Заменяя в заданной схеме треугольник звездой с сопротивлениями, полученными выше, имеем эквивалентную схему, изображенную на рис. 2-7, б. Эта схема является последовательно-параллельной схемой, и выражение для сопротивления относительно ее внешних узлов имеет вид:

$$R = \frac{x_1}{y_4 + x_2 y_1} + \frac{1}{\frac{1}{r_2 + \frac{x_1}{y_5 + x_2 y_1}} + \frac{x_3}{y_3}}.$$

## 2-6. Основные зависимости, реализуемые РП-схемами

Остановимся на возможности реализации с помощью РП-схем действий умножения и деления. Если переменной, задаваемой двоичным кодом  $x$ , соответствует управляемая проводимость

$$Y_x = y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + \dots + x_{n-1} 2^{n-1} + x_n 2^n),$$

то для того чтобы построить схему, выполняющую умножение на переменную  $w$ , которую можно записать так:

$$w = w_1 2^1 + w_2 2^2 + \dots + w_{m-1} 2^{m-1} + w_m 2^m,$$

найдем произведение

$$Y_x w = y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + \dots + x_n 2^n) \times (w_1 2^1 + w_2 2^2 + \dots + w_m 2^m).$$

В результате перемножения мы получим выражение, представляющее собой сумму из  $n \times m$  слагаемых. Это выражение определяет параллельную схему. В случае перемножения переменных, представленных трехразрядным двоичным кодом, такое произведение имеет вид:

$$\begin{aligned} Y_x w &= y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + x_3 2^3) (w_1 2^1 + w_2 2^2 + w_3 2^3) = \\ &= y_0 (x_1 w_1 2^2 + x_2 w_1 2^3 + x_3 w_1 2^4 + x_1 w_2 2^3 + x_2 w_2 2^4 + x_3 w_2 2^5 + \\ &+ x_1 w_3 2^4 + x_2 w_3 2^5 + x_3 w_3 2^6). \end{aligned}$$

Число переключателей в схеме, определяемой последним выражением, может быть уменьшено, если записать произведение так:

$$\begin{aligned} Y_x w &= (x_1 2^2 + x_2 2^3 + x_3 2^4) w_1 + (x_1 2^3 + x_2 2^4 + x_3 2^5) w_2 + \\ &+ (x_1 2^4 + x_2 2^5 + x_3 2^6) w_3. \end{aligned}$$

Этому представлению соответствует схема, состоящая из трех параллельных схем. Включение подсхем осуществляется переключателями  $w_1$ ,  $w_2$  и  $w_3$ .

Проводимость, пропорциональную частному от деления переменной  $w$ , представленной двоичным кодом, на проводимость  $Y_x$ , можно получить путем преобразований выражения:

$$\frac{w}{Y_x} = \frac{w_1 2^1 + w_2 2^2 + \dots + w_m 2^m}{y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + \dots + x_n 2^n)}.$$

Последовательность преобразований подобных выражений рассмотрим на примере для трехразрядных кодов:

$$\begin{aligned} \frac{w}{Y_x} &= \frac{w_1 2^1 + w_2 2^2 + w_3 2^3}{y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + x_3 2^3)} = \frac{w_1}{y_0 (x_1 2^1 + x_2 2^2 + x_3 2^3)} + \\ &+ \frac{w_2}{y_0 (x_1 2^2 + x_2 2^4 + x_3 2^6)} + \frac{w_3}{y_0 (x_1 2^4 + x_2 2^6 + x_3 2^8)}. \end{aligned}$$

Полученная форма соответствует параллельному включению последовательных схем с последовательно включенными переключателями  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ . В общем случае для построения схемы, реализующей действие деления, требуется  $m \times n$  резисторов.

Из сказанного выше можно сделать вывод, что построение схем, выполняющих операции умножения и деления, связано со значительными затратами элементов.

В заключение отметим, что основными операциями, используемыми в выражениях, описывающих работу РП-схем, являются

операции сложения, умножения на ноль, единицу и постоянный коэффициент. Операции сложения и умножения на ноль и единицу реализуются за счет определенного соединения элементов схемы, а умножения на постоянный коэффициент — путем пропорционального изменения параметров всех резисторов.

Работа схем, входящих в последовательный и параллельный классы, описывается выражениями, представляющими собой линейную комбинацию переключательных функций с постоянными коэффициентами. Такие схемы обеспечивают как положительные приращения выходной величины, так и отрицательные приращения при управлении инверсиями переключательных функций. Следовательно, они могут быть использованы для воспроизведения функций с положительной и с отрицательной первой производной. Сопротивление параллельной схемы, так же как и проводимость последовательной схемы, позволяет получать обратные зависимости.

Выражения, описывающие работу последовательно-параллельных РП-схем, представляют собой линейную комбинацию переключательных функций с постоянными коэффициентами и обратных зависимостей. Они обеспечивают воспроизведение функций с любыми сочетаниями знаков первой и второй производных.

Основным ограничением РП-схем является то, что они принципиально могут быть использованы только для воспроизведения положительных значений заданных величин. Для воспроизведения знакопеременных величин на практике используют обычно делители напряжения, которым посвящена следующая глава.

## Глава третья

### УПРАВЛЯЕМЫЕ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ ДЕЛИТЕЛИ НАПРЯЖЕНИЯ

#### 3-1. Общие сведения

Делители напряжения, используемые для построения цифро-аналоговых и аналого-цифровых вычислительных устройств, как правило, представляют собой цепочку, состоящую из двух или большего числа последовательно соединенных резисторов, к внешним узлам которой подключен источник входного напряжения  $U_{вх}$ . В качестве выходного напряжения делителя  $U_{вых}$  используют разность потенциалов между двумя узлами этой цепочки. Такой делитель напряжения называют пассивным. Пассивный делитель характеризуется коэффициентом передачи  $K$ , который определяется как отношение напряжений  $U_{вых}$  и  $U_{вх}$ . Следовательно, выходное напряжение делителя является пропорциональным произведению напряжения  $U_{вх}$  и коэффициента передачи  $K$ . Если для построения делителя использовать управляемые сопротивления в виде ПРП-схем, то получим делитель с коэффициентом передачи, зависящим

от управляющего кода  $K = G(\vec{x}) \leq 1$ . Делители такого типа назовем управляемыми цифро-аналоговыми делителями напряжения.

Общим свойством всех пассивных делителей напряжения является то, что они позволяют получить заданный коэффициент передачи только при работе на постоянную нагрузку. В тех случаях, когда делитель должен работать на переменную нагрузку, к его выходу подключают специальный развязывающий усилитель, обладающий высоким входным и низким выходным сопротивлениями.

Другой способ реализации умножения входного напряжения на коэффициент  $K$ , позволяющий работать на переменную нагрузку, основан на применении активного элемента — решающего усилителя. Известно, что при включении во входную цепь решающего усилителя проводимости  $Y_1$ , а в цепь обратной связи — проводимости  $Y_2$  на выходе получается напряжение

$$U_{\text{вых}} = -\frac{Y_1}{Y_2} U_{\text{вх}},$$

где  $Y_1/Y_2 = K$  — коэффициент передачи.

Если в качестве проводимостей  $Y_1$  и  $Y_2$  использовать управляемые проводимости, то получим устройство, коэффициент передачи которого является функцией управляющего кода. В дальнейшем решающий усилитель с резисторами во входной цепи и цепи обратной связи в силу традиции, хотя и не совсем точно, будем называть активным делителем напряжения.

### 3-2. Делители, использующие управляемые резисторы, пропорциональные коду

Простейший пассивный делитель напряжения, состоящий из двух последовательно соединенных проводимостей, изображен на рис. 3-1, а. Если в качестве проводимости  $Y_1$  использовать управляемую проводимость, пропорциональную цифровому коду  $\vec{x}$ ,

$$Y_x = Y_0 x = Y_0 (2^{n-1} x_1 + 2^{n-2} x_2 + \dots + 2^1 x_{n-1} + 2^0 x_n),$$

а в качестве проводимости  $Y_2$  — постоянную проводимость  $aY_0$ , то на выходе делителя получим напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{Y_x U_{\text{вх}}}{Y_x + Y_2} = \frac{x U_{\text{вх}}}{x + a}. \quad (3-1)$$

Полученное выражение показывает, что выходное напряжение не является линейной функцией управляющего кода. Вычисляя производные для этого выражения, находим, что оно имеет положительную первую и отрицательную вторую производные.

Используя вместо  $Y_1$  проводимость, пропорциональную обратному коду  $\bar{x} = x_{\text{max}} - x$ ,

$$Y_{\bar{x}} = Y_0 (x_{\text{max}} - x),$$

получаем напряжение на выходе делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{x_{\text{max}} U_{\text{вх}}}{x_{\text{max}} - x + a}. \quad (3-2)$$

Коэффициент передачи такого делителя представляет собой монотонную функцию  $x$ , обладающую отрицательной как первой, так и второй производной.

Поменяв местами проводимости плеч делителя, т. е. полагая, что  $Y_1 = Y_0 a$  и  $Y_2 = Y_0 x$ , имеем

$$U_{\text{вых}} = \frac{a U_{\text{вх}}}{x + a}. \quad (3-3)$$

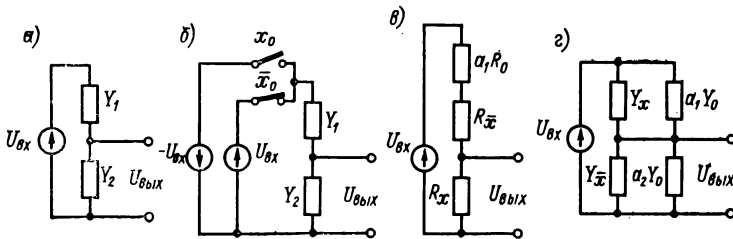


Рис. 3-1. Делитель из двух резисторов (а), с коммутацией  $U_{\text{вх}}$  (б), из управляемых сопротивлений (в) и с двумя управляемыми проводимостями (г)

Дифференцируя это выражение, находим, что оно имеет отрицательную первую и положительную вторую производные. Из (3-3) следует, что делитель может быть использован для воспроизведения обратной зависимости. Однако применение такой схемы ограничено тем, что с уменьшением величины  $a$  падает выходное напряжение.

Заменяя  $Y_2$  проводимостью, пропорциональной обратному коду, находим

$$U_{\text{вых}} = \frac{a U_{\text{вх}}}{x_{\text{max}} - x + a}. \quad (3-4)$$

Коэффициент передачи делителя имеет положительную как первую, так и вторую производную.

Рассмотренные четыре делителя могут быть построены также с помощью управляемых сопротивлений, пропорциональных прямому коду,

$$R_x = R_0 x = R_0 (2^{n-1} x_1 + 2^{n-2} x_2 + \dots + 2^1 x_{n-1} + 2^0 x_n),$$

и обратному коду,

$$R_{\bar{x}} = R_0 (x_{\text{max}} - x).$$

Формулы для коэффициентов передачи этих делителей имеют такой же вид, как полученные выше зависимости (3-1) — (3-4).



Однако соответствие формул описываемым ими делителям определяется иначе.

Оно может быть установлено с помощью следующего правила. Если коэффициент передачи делителя из проводимостей описывается одной из четырех полученных выше зависимостей, то делителю, получающемуся при замене проводимостей на сопротивления, соответствует зависимость с противоположными знаками первой и второй производных. Например, заменяя верхнюю проводимость делителя сопротивлением  $R_x$ , а нижнюю — сопротивлением  $R = aR_0$ , получаем выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{a}{a+x} U_{\text{вх}}.$$

Это выражение совпадает с выражением (3-3), а знаки его производных противоположны знакам производных выражения (3-1), определяющего выходное напряжение соответствующего делителя из проводимостей.

Подключение нагрузки к делителю с одной управляемой проводимостью вызывает изменение характера воспроизводимой зависимости, поскольку нагрузка изменяет проводимость одного из плеч делителя. Эти изменения могут быть учтены при расчете параметров делителя, если величина нагрузки известна заранее. Такой нагруженный делитель воспроизводит заданную зависимость только при работе на расчетную нагрузку. Подключение постоянной нагрузки, величина которой отличается от расчетной, приводит к появлению методических погрешностей в работе делителя.

До сих пор мы считали, что функции, воспроизводимые делителем, лежат в первом квадранте. Сейчас остановимся на возможности отображения этих функций в других квадрантах.

Так, изменение полярности источника входного напряжения делителя приводит к изменению знака выходного напряжения. Это свойство можно использовать для получения зависимостей, симметричных относительно оси абсцисс.

Если управляющий код представляет собой знакопеременную величину, то условимся, что он изменяется в диапазоне от  $-x_{\text{max}}$  до  $+x_{\text{max}}$ . Для обозначения знака кода введем один дополнительный разряд  $x_0$ , полагая, что при положительных значениях кода  $x_0 = 0$ , а при отрицательных  $x_0 = 1$ . Тогда, чтобы отобразить функцию делителя симметрично относительно оси ординат во втором квадранте, достаточно осуществить управление переключателями резистора без учета знакового разряда кода. При этом противоположным значениям кода будет соответствовать одно и то же значение выходного напряжения.

Для получения нечетной функции на выходе делителя, например функции, расположенной в первом и третьем квадрантах, необходимо осуществить управление переключателями резистора без учета знакового разряда и выполнить подключение источника другой полярности при отрицательных значениях кода. Переключение

источников входного напряжения реализуется с помощью двух переключателей, положение которых определяется знаковым разрядом кода  $x_0$ , как показано на рис. 3-1, б.

Необходимо заметить, что описанные делители с одним управляемым резистором не имеют большого практического значения, поскольку класс воспроизводимых ими функций ограничен.

Перейдем теперь к изучению делителей с двумя управляемыми проводимостями (сопротивлениями). Такой делитель получается из схемы на рис. 3-1, а, если положить  $Y_1 = Y_x$  и  $Y_2 = Y_{\bar{x}}$ . Выходное напряжение такого делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{Y_x U_{\text{вх}}}{Y_x + Y_{\bar{x}}} = \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\text{max}}} x \quad (3-5)$$

пропорционально управляющему коду.

Делитель обладает переменной входной проводимостью

$$Y_{\text{вх}} = \frac{Y_x Y_{\bar{x}}}{Y_x + Y_{\bar{x}}} = Y_0 (x_{\text{max}} - x) x$$

и постоянной выходной проводимостью

$$Y_{\text{вых}} = Y_x + Y_{\bar{x}} = Y_0 x_{\text{max}}.$$

Аналогичную зависимость реализует делитель, состоящий из двух управляемых сопротивлений  $R_x$  и  $R_{\bar{x}}$ . Напряжение на выходе делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_x U_{\text{вх}}}{R_x + R_{\bar{x}}} = \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\text{max}}} x$$

также пропорционально управляющему коду.

Различие между этими двумя делителями заключается в том, что второй делитель обладает постоянным входным сопротивлением

$$R_{\text{вх}} = R_0 x_{\text{max}}$$

и переменным выходным сопротивлением

$$R_{\text{вых}} = R_0 (x_{\text{max}} - x) x.$$

Для получения выходного напряжения, пропорционального обратному коду, достаточно поменять местами резисторы верхнего и нижнего плеч делителя. Такая перемена мест равносильна изменению управляющих сигналов, при котором переключатели верхнего плеча делителя из проводимостей управляются обратным кодом, а нижнего плеча — прямым.

Делители из двух управляемых резисторов, как показано в работе [34], могут быть использованы для пропорционального преобразования знакопеременных величин, задаваемых обратным кодом. При задании знакопеременной величины прямым кодом, при условии, что знаковый разряд не используется для управления, делитель воспроизводит функцию абсолютной величины  $|x|$ . Если же

все разряды кода, независимо от знакового разряда, инвертируются и получившийся обратный код используется для управления переключателями делителя, то выходное напряжение представляет собой треугольную функцию  $x_{\max} - |x|$ .

Делитель из двух управляемых проводимостей обладает постоянной выходной проводимостью, поэтому подключение нагрузки к его выходу уменьшает выходное напряжение, но не изменяет характера воспроизводимой зависимости. Напряжение на выходе нагруженного делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{Y_0 x}{y_n - Y_0 x_{\max}} U_{\text{вх}} = \frac{x}{\left(1 + \frac{y_n}{Y_0 x_{\max}}\right)} \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\max}},$$

где  $y_n$  — проводимость нагрузки.

Напротив, вследствие непостоянства выходного сопротивления делителя из двух сопротивлений подключение нагрузки к его выходу приводит к изменению выходной зависимости. При этом

$$U_{\text{вых}} = \frac{x r_n}{x (x_{\max} - x) R_0 + r_n} U_{\text{вх}},$$

где  $r_n$  — сопротивление нагрузки.

Если в качестве нагрузки делителя из двух проводимостей использовать управляемую проводимость  $Y_v = Y_0 v$ , пропорциональную коду  $v$ , то на выходе делителя получим напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{x U_{\text{вх}}}{\left(1 + \frac{v}{x_{\max}}\right) x_{\max}} = \frac{x}{1 + \frac{v}{x_{\max}}} \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\max}}, \quad (3-6)$$

величина которого изменяется обратно пропорционально коду  $v$ .

Введем обозначение

$$\frac{1}{1 + \frac{v}{x_{\max}}} = K(v).$$

Тогда выходное напряжение (3-6) можно записать так:

$$U_{\text{вых}} = K(v) x \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\max}}. \quad (3-7)$$

Последнее выражение показывает, что делитель реализует операцию умножения кода  $\tilde{x}$  на коэффициент, обратно пропорциональный коду  $\tilde{v}$ , величина которого меньше единицы. Следует отметить еще, что делитель из проводимостей  $Y_x$ ,  $Y_{\tilde{x}}$  и  $Y_v$  не обладает постоянной выходной проводимостью.

Зависимость выходного напряжения от управляющего кода (3-6) может быть получена также с помощью делителя из трех последовательно включенных управляемых сопротивлений (рис. 3-1, в), если в качестве выходной величины использовать падение напряжения на сопротивлении  $R_x$ .

В общем случае нагруженный делитель напряжения может иметь вид, изображенный на рис. 3-1, *г*. Если выбрать проводимости  $Y_1 = Y_x$ ,  $Y_2 = Y_{\bar{x}}$ ,  $Y_3 = a_1 Y_0$  и  $Y_4 = a_2 Y_0$ , то напряжение на выходе делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{(Y_x + Y_3) U_{\text{вх}}}{Y_x + Y_3 + Y_{\bar{x}} + Y_2} = \frac{x + a_1}{x_{\text{max}} + a_1 + a_2} U_{\text{вх}}. \quad (3-8)$$

Покажем, что последнюю зависимость можно использовать для получения линейной функции

$$g = cx + d, \quad (3-9)$$

где  $x$  — переменная, изменяющаяся в пределах  $0 - x_{\text{max}}$ ,  $c$  и  $d$  — постоянные коэффициенты, причем  $c < 1$ ,  $d < x_{\text{max}} - cx_{\text{max}}$ .

Перепишем формулу (3-8) в виде двух слагаемых

$$U_{\text{вых}} = \left( \frac{xx_{\text{max}}}{x_{\text{max}} + a_1 + a_2} + \frac{a_1 x_{\text{max}}}{x_{\text{max}} + a_1 + a_2} \right) \frac{U_{\text{вх}}}{x_{\text{max}}}. \quad (3-10)$$

Приравнивая соответствующие коэффициенты (3-9) и (3-10), получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{xx_{\text{max}}}{x_{\text{max}} + a_1 + a_2} &= c, \\ \frac{a_1 x_{\text{max}}}{x_{\text{max}} + a_1 + a_2} &= d, \end{aligned} \right\}$$

в результате решения которой находим величины

$$a_1 = \frac{d}{c}, \quad a_2 = \frac{x_{\text{max}}(1-c) - d}{c},$$

обеспечивающие получение линейной функции с коэффициентами  $c$  и  $d$ .

Описанный делитель может быть использован для получения линейных функций, расположенных в любом из четырех квадрантов. Перемещение функции из первого в четвертый квадрант получается за счет изменения полярности источника входного напряжения, а во второй квадрант — за счет управления переключателями резисторов  $Y_x$  и  $Y_{\bar{x}}$  без учета знака управляющего кода. Используя одновременно изменение полярности и управление без учета знака, получаем отображение заданной зависимости в третьем квадранте.

Рассматриваемый делитель напряжения позволяет получать также линейные функции с отрицательными угловыми коэффициентами. Для этого необходимо управлять переключателями резисторов  $Y_x$  и  $Y_{\bar{x}}$  не прямым, а обратным кодом.

В изображенном на рис. 3-1, *г* делителе используется один источник напряжения. Если же цепочку из проводимостей  $Y_3$  и  $Y_4$  подключить к отдельному источнику напряжения  $U_0$ , то на выходе

делителя можно получать линейные функции как с положительным, так и с отрицательным смещением. Знак смещения в такой схеме определяется полярностью источника  $U_0$ .

Реализация всех перечисленных линейных функций может быть получена также с помощью делителя, представляющего собой последовательное соединение четырех сопротивлений  $R_{\bar{x}}$ ,  $R_x$ ,  $a_1 R$  и  $a_2 R_0$ .

### 3-3. Делители на основе последовательных и параллельных РП-схем

В качестве проводимостей плеч делителя, изображенного на рис. 3-1,  $a$ , в общем случае могут быть использованы произвольные РП-схемы. Если проводимость верхнего плеча изменяется по закону  $Y_0 G_1(\bar{x})$ , а нижнего плеча — по закону  $Y_0 G_2(\bar{x})$ , то напряжение на выходе такого делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{G_1(\bar{x})}{G_1(\bar{x}) + G_2(\bar{x})} U_{\text{вх}}. \quad (3-11)$$

Для получения на выходе делителя напряжения, изменяющегося по закону  $F(\bar{x})$ , можно было бы поступить следующим образом. Задаться функцией одного из плеч делителя, например  $G_2(\bar{x}) = F(\bar{x})$ , и попытаться определить, пользуясь формулой (3-11), проводимость второго плеча делителя. При этом может оказаться, что искомая функция реализуется весьма сложной схемой с большим числом элементов. Кроме того, при таком выборе проводимостей никак не учитываются внешние характеристики схемы: входная и выходная проводимости, которые, по существу, определяют возможности практического использования схемы.

Другой способ выбора проводимостей плеч делителя основан на использовании последовательных и параллельных РП-схем. Возьмем параллельную схему, проводимость которой изменяется по закону

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}), \quad (3-12)$$

и обозначим проводимость такой схемы  $Y_F = Y_0 F(\bar{x})$ . Заменяя переключательные функции в выражении (3-12) их инверсиями, согласно правилу  $\bar{\varphi}_i(\bar{x}) = 1 - \varphi_i(\bar{x})$  получаем функцию

$$\bar{F}(\bar{x}) = \sum_{i=0}^m a_i \bar{\varphi}_i(\bar{x}) = \sum_{i=0}^m a_i - \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}). \quad (3-13)$$

Обозначим проводимость параллельной схемы, реализующей эту функцию,  $Y_{\bar{F}} = Y_0 \bar{F}(\bar{x})$ . Если теперь в качестве верхнего плеча

делителя использовать проводимость  $Y_F$ , а в качестве нижнего— проводимость  $Y_{\bar{F}}$ , то на выходе делителя получим напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{Y_F}{Y_F + Y_{\bar{F}}} U_{\text{вх}}.$$

Подставляя в последнее выражение значения проводимостей плеч делителя, получаем

$$U_{\text{вых}} = \frac{Y_0 \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\tilde{x})}{Y_0 \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\tilde{x}) - Y_0 \left( \sum_{i=0}^m a_i - \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\tilde{x}) \right)} U_{\text{вх}},$$

откуда после преобразований находим

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{\sum_{i=0}^m a_i} \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\tilde{x}). \quad (3-14)$$

Последнее выражение показывает, что выходное напряжение делителя из двух параллельных схем (состоящих из одинаковых резисторов), у которых переключатели соответствующих резисторов управляются инверсными сигналами, изменяется пропорционально проводимости верхнего плеча делителя. Другими словами, выходное напряжение такого делителя повторяет закон изменения проводимости  $F(\tilde{x})$ .

Построенный делитель обладает двумя важными для практического применения свойствами. Первое заключается в том, что выходная проводимость такого делителя постоянна. Действительно,

$$Y_{\text{вых}} = Y_F + Y_{\bar{F}} = Y_0 \sum_{i=0}^m a_i.$$

Второе интересное свойство делителя заключается в том, что он может быть реализован с числом сопротивлений, необходимым только для построения одной проводимости  $Y_F$ . Согласно построению для каждого резистора верхнего плеча делителя  $y'_i$  существует равный ему по величине резистор в нижнем плече  $y''_i$ . Из условий управления переключателями плеч делителя следует, что либо переключатель, включенный последовательно с  $y'_i$ , либо переключатель, включенный последовательно с  $y''_i$ , обязательно разомкнут. Следовательно, один из двух резисторов  $y'_i$  или  $y''_i$  в каждый момент времени не используется в схеме. Последнее обстоятельство позволяет построить делитель, у которого каждая пара резисторов с соответствующими переключателями заменяется одним резистором с двухпозиционным переключателем. Схема такого делителя приведена на рис. 3-2.

Делитель, построенный из двух последовательных РП-схем, с  $R_F = R_0 F(\tilde{x})$  и  $R_{\bar{F}} = R_0 \bar{F}(\tilde{x})$ , сопротивления которых изме-

няются согласно формулам (3-12) и (3-13), позволяют получить на выходе напряжение, пропорциональное сопротивлению  $R_F$ :

$$U_{\text{вых}} = \frac{R_F}{R_F + R_{\bar{F}}} U_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{вх}}}{\sum_{i=1}^m a_i} \sum_{i=1}^m a_i \varphi_i(\vec{x}). \quad (3-15)$$

Такой делитель обладает постоянным входным сопротивлением

$$R_{\text{вх}} = R_F + R_{\bar{F}} = R_0 \sum_{i=0}^m a_i$$

и переменным выходным сопротивлением.

Принципиально возможно построить делитель напряжения из двух последовательных схем  $R_F$  и  $R_{\bar{F}}$ , требующий для своей реализации в два раза меньшего числа сопротивлений [53]. Однако коммутация сопротивлений в такой схеме оказывается намного более сложной, чем в делителе напряжения, состоящем из двух параллельных схем.

Функция, воспроизводимая делителем напряжения из двух РП-схем, может быть расположена в любом из четырех квадрантов. Отображение функции в различные квадранты осуществляется так же, как и для делителя из проводимостей, пропорциональных коду, путем коммутации полярности входного напряжения и за счет построения переключательных функций таким образом, чтобы они не зависели от знакового разряда управляющего кода. Если же переключательные функции сделать зависимыми от знакового разряда кода, то делитель может быть использован для воспроизведения функций, расположенных в первом и втором квадрантах и несимметричных относительно оси ординат.

До сих пор для изменения знака напряжения на выходе делителя мы использовали переключение полярности источника  $U_{\text{вх}}$ . Этот способ изменения знака выходного напряжения не является единственным. Другой способ состоит в том, что резисторы делителя подключаются либо к напряжению  $+U_{\text{вх}}$ , либо к напряжению  $-U_{\text{вх}}$ . Напряжение на выходе такого делителя

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{\sum_{i=0}^m a_i} \left( \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\vec{x}) - \sum_{i=0}^m a_i \bar{\varphi}_i(\vec{x}) \right). \quad (3-16)$$

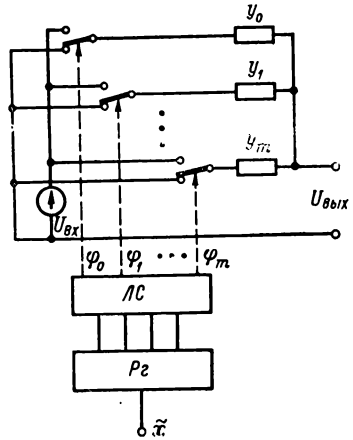


Рис. 3-2. Делитель из параллельных РП-схем

При значении переключательной функции  $\varphi_i(x) = 1$  соответствующий этой функции коэффициент  $a_i$  входит в первую сумму правой части (3-16). Если же функция принимает значение  $\varphi_i(x) = 0$ , то коэффициент  $a_i$  исключается из первой суммы и добавляется ко второй. Процедура перемещения слагаемых из одной группы в другую реализуется в схеме за счет переключения соответствующего резистора с уровня  $+U_{вх}$  на уровень  $-U_{вх}$ . При этом группа резисторов, подключенных к уровню напряжения  $+U_{вх}$ , соответствует коэффициентам, объединенным под первым знаком суммы, а резисторы, подключенные к уровню  $-U_{вх}$ , коэффициентам, объединенным под вторым знаком суммы.

Коммутацию резисторов делителя можно производить описанным способом между произвольными двумя уровнями напряжения  $U_1$  и  $U_2$ . Следует отметить, что делитель с переключением резисторов с  $+U_{вх}$  на  $-U_{вх}$  позволяет моделировать выражения типа (3-12), в которых используются функции, принимающие два значения,  $+1$  и  $-1$ .

В общем случае можно построить делитель, работа которого описывается линейной комбинацией  $k$ -значных функций с постоянными коэффициентами. Прежде всего введем определение  $k$ -значной функции.

Функцию  $\omega(\vec{x})$ , зависящую от вектора двоичных переменных  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  и принимающую значения из множества  $C = \{c_0, c_1, \dots, c_{k-1}\}$ , назовем  $k$ -значной функцией. При этом подразумевается, что каждому двоичному набору вектора переменных  $\vec{\sigma}$  ставится в соответствие одно значение функции  $\omega(\vec{\sigma}) \in C$ . Любую  $k$ -значную функцию можно задать в виде таблицы, в которой для каждого двоичного набора  $\vec{\sigma}$  указано соответствующее ему значение функции  $\omega(\vec{\sigma})$ . Нетрудно заметить, что такая таблица совпадает с общим видом таблицы, задающей работу РП-схемы. Используя последнее обстоятельство, представим  $k$ -значную функцию в виде суммы переключательных функций с постоянными коэффициентами:

$$\omega(\vec{x}) = c_0\varphi_0(\vec{x}) + c_1\varphi_1(\vec{x}) + \dots + c_{k-1}\varphi_{k-1}(\vec{x}). \quad (3-17)$$

В выражении (3-17) переключательная функция  $\varphi_j(\vec{x})$  равна единице на тех наборах  $\vec{\sigma}$ , где функция  $\omega(\vec{\sigma})$  принимает значение  $c_j$ , и равна нулю на остальных наборах.

Если коэффициентам  $c_0, c_1, \dots, c_{k-1}$  поставить в соответствие источники напряжения

$$U_0 = U_{вх}c_0, \quad U_1 = U_{вх}c_1, \dots, U_{k-1} = U_{вх}c_{k-1},$$

то функцию  $\omega(\vec{x})$  можно реализовать с помощью  $k$ -позиционного переключателя, присоединяющего выходной полюс такой схемы к одному из источников. При этом управление положением пере-



ключателя должно осуществляться соответствующими переключательными функциями  $\varphi_j(\tilde{x})$ .

Делитель напряжения, использующий  $k$ -позиционные переключатели, приведен на рис. 3-3;  $k$ -позиционные переключатели в схеме образованы за счет соединения однопозиционных переключателей, каждым из которых управляет соответствующая переключательная функция  $\varphi_{ij}(\tilde{x})$ . Переключатели такого типа легко реализуются с помощью транзисторных схем. Последовательное соединение переключателя, реализующего функцию  $\omega_i(\tilde{x})$ , и резистора  $y_i$  соот-

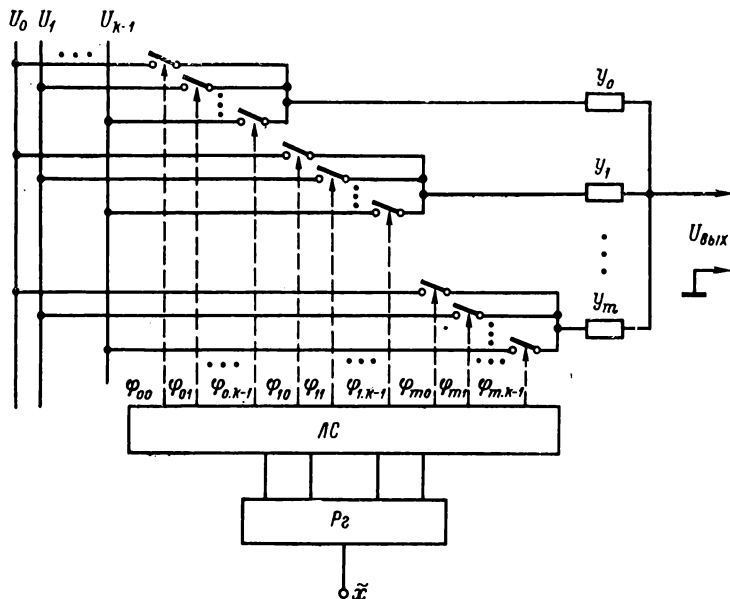


Рис. 3-3. Делитель напряжения с  $k$ -позиционными переключателями

ветствует операции умножения, поэтому выходное напряжение делителя может быть представлено в виде

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0}{\sum_{i=0}^m y_i} \sum_{i=0}^m y_i \omega_i(\tilde{x}). \quad (3-18)$$

Существенно, что такой делитель напряжения обладает постоянной выходной проводимостью

$$Y_{\text{вых}} = \sum_{i=0}^m y_i.$$

Описанные в настоящем параграфе делители напряжения из параллельных схем обладают еще одним интересным с точки зрения

практического применения свойством, которое заключается в том, что введение новой проводимости в схему делителя, соответствующее добавлению одного слагаемого в правую часть (3-14), не нарушает характера выходной зависимости, а изменяет только масштаб выходного напряжения.

Это свойство оказывается весьма полезным при настройке схемы, а также может быть использовано при внесении в схему изменений.

### 3-4. Цепные сетки

Делители из параллельных РП-схем, описанные в предыдущем параграфе, имеют, как правило, достаточно широкий диапазон изменения сопротивлений резисторов. Например, даже если делитель используется для получения напряжения, пропорционального

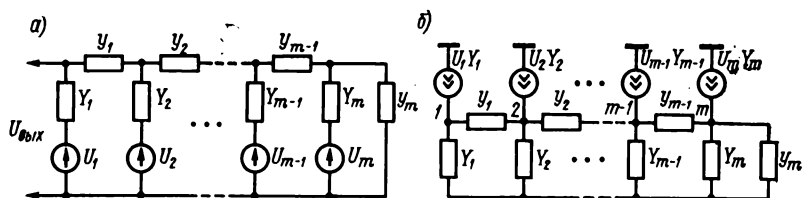


Рис. 3-4. Схема цепной сетки (а) и эквивалентная схема этой сетки после преобразования источников (б)

$n$ -разрядному коду, то отношение наибольшего и наименьшего сопротивлений делителя пропорционально  $2^{n-1}$ .

Чтобы уменьшить диапазон изменения параметров резисторов при построении делителей, работающих пропорционально коду, применяют цепные сетки и сетки комбинированного типа. Принципы построения и выбор параметров таких сеток описан в работе [34]. Целью изложения является анализ цепных сеток общего вида, которые могут быть использованы для получения нелинейных зависимостей выходного напряжения от управляющего кода. Схема цепной сетки приведена на рис. 3-4, а. В такой схеме каждое напряжение  $U_i$  в простейшем случае является функцией двоичной переменной  $x_i$  и реализуется путем подключения проводимостей  $Y_i$  к различным полюсам одного источника напряжения  $U_0$ . В общем случае в качестве источников напряжения  $U_i$  могут быть использованы делители напряжения с конечной внутренней проводимостью. При этом проводимости  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  являются внутренними проводимостями соответствующих источников либо представляют собой последовательное соединение внутренней проводимости и некоторой внешней. Проводимости  $y_1, y_2, \dots, y_m$  в такой схеме называют проводимостями связи.

Пользуясь теоремой об эквивалентных источниках, преобразуем источники напряжения цепной сетки в источники тока. В резуль-

тате получаем схему, изображенную на рис. 3-4, б. Выделим  $i$ -й узел сетки, как это показано на рис. 3-5, а. Назовем левой проводимостью  $i$ -го узла  $Y'_i$  проводимость части сетки, расположенной левее этого узла. Эта часть сетки обведена на рис. 3-5, а штриховой линией. Величина левой проводимости любого узла может быть вычислена с помощью рекуррентной формулы:

$$Y'_i = \frac{y_{i-1}(Y_{i-1} + Y'_{i-1})}{y_{i-1} + Y_{i-1} + Y'_{i-1}}, \quad (3-19)$$

где  $y_{i-1}$ ,  $Y_{i-1}$ ,  $Y'_{i-1}$  — соответственно проводимость связи, собственная проводимость и левая проводимость  $i-1$ -го узла. Из схемы на рис. 3-4, б следует, что  $Y'_1 = 0$ .

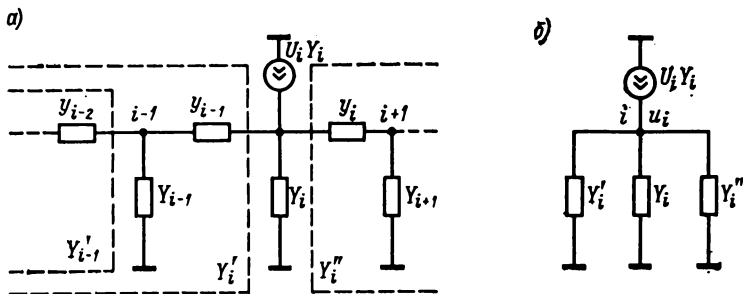


Рис. 3-5. Схема  $i$ -го узла сетки (а) и его эквивалентная схема (б)

Назовем правой проводимостью  $i$ -го узла  $Y''_i$  проводимость части сетки, расположенной правее его. Величина этой проводимости определяется следующим выражением:

$$Y''_i = \frac{y_i(Y_{i+1} + Y''_{i+1})}{y_i + Y_{i+1} + Y''_{i+1}}, \quad (3-20)$$

где  $y_i$  — проводимость связи  $i$ -го узла, а  $Y_{i+1}$  и  $Y''_{i+1}$  — собственная и правая проводимости  $i+1$ -го узла. Из схемы цепной сетки следует, что  $Y''_1 = Y_{\text{вых}} - Y_1$  и  $Y''_m = y_m$ .

Используя правую и левую проводимости, построим эквивалентную схему  $i$ -го узла, изображенную на рис. 3-5, б. Из этой схемы нетрудно найти напряжение в  $i$ -м узле  $u_i$ , создаваемое источником напряжения  $U_i$ :

$$u_i = \frac{U_i Y_i}{Y_i + Y''_i + Y'_i}. \quad (3-21)$$

Доля напряжения  $u_i$ , передаваемая в соседний левый узел с номером  $i-1$ , определяется коэффициентом передачи

$$K_{i, i-1} = \frac{y_{i-1}}{y_{i-1} + Y_{i-1} + Y'_{i-1}}. \quad (3-22)$$

Пользуясь коэффициентом передачи влево, на основании принципа суперпозиции найдем напряжение на выходе цепной сетки

$$U_{\text{вых}} = u_1 + K_{21}(u_2 + K_{32}(u_3 + \dots + u_m K_{m, m-1}) \dots). \quad (3-23)$$

Раскрывая в (3-23) скобки, получаем

$$U_{\text{вых}} = u_1 + K_{21}u_2 + K_{21}K_{32}u_3 + \dots + K_{21}K_{32} \dots K_{m, m-1}u_m.$$

Подставляя в последнее выражение узловые напряжения, имеем

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_1 Y_1}{Y_1 + Y'_1} + K_{21} \frac{U_2 Y_2}{Y_2 + Y'_2 + Y''_2} + K_{21} K_{32} \frac{U_3 Y_3}{Y_3 + Y'_3 + Y''_3} + \dots \\ \dots + K_{21} K_{32} \dots K_{m, m-1} \frac{U_m Y_m}{Y_m + Y'_m + y_m}. \quad (3-24)$$

Используя обозначения

$$K_1^* = \frac{Y_1}{Y_1 + Y'_1} \quad (3-25)$$

и

$$K_i^* = \frac{K_{21} K_{32} \dots K_{i, i-1}}{Y_i + Y'_i + Y''_i} Y_i, \quad (3-26)$$

представим формулу (3-25) в виде:

$$U_{\text{вых}} = K_1^* U_1 + K_2^* U_2 + K_3^* U_3 + \dots + K_m^* U_m. \quad (3-27)$$

Полученное выражение показывает, что выходное напряжение цепной сетки представляет собой линейную комбинацию напряжений с постоянными коэффициентами. Поскольку рассматриваемая сетка является пассивной, то эти коэффициенты должны удовлетворять двум условиям:

$$0 \leq K_i^* \leq 1, \quad \sum_{i=1}^m K_i^* \leq 1. \quad (3-28)$$

В формуле (3-27) каждое из напряжений может представлять собой выходное напряжение делителя с постоянной выходной проводимостью. Как было показано в предыдущем параграфе, выходное напряжение такого делителя изменяется согласно функции, представляющей собой линейную комбинацию переключательных функций с постоянными коэффициентами. Учитывая последнее обстоятельство, а также вид формулы (3-27), можно сделать вывод, что выходное напряжение цепной сетки может быть выражено в виде линейной комбинации переключательных функций с постоянными

коэффициентами. Итак, в результате анализа мы нашли общий вид выходной зависимости цепной сетки. Теперь перейдем к расчету параметров таких сеток.

Допустим, что исходными данными для расчета являются величины внутренних проводимостей  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  источников напряжений, коэффициенты  $K_1^*, K_2^*, K_3^*, \dots, K_m^*$  в формуле (3-27), а также выходная проводимость сетки  $Y_{\text{вых}}$ . В результате расчета требуется определить проводимости связи  $y_1, y_2, \dots, y_m$ .

Построим процедуру определения этих величин в виде последовательного процесса, состоящего из  $m$  шагов. Каждый шаг этого процесса за исключением первого и последнего состоит в добавлении нового узла к уже построенной части сетки и определении проводимости связи этого узла с имеющейся частью сетки.

Первый шаг процедуры заключается в определении правой проводимости  $Y_1''$  исходя из заданных величин  $Y_{\text{вых}}$  и  $Y_1$  или  $K_1^*$  и  $Y_1$ . Искомая проводимость может быть найдена с помощью следующих соотношений:  $Y_{\text{вых}} = Y_1 + Y_1''$  или  $Y_1/K_1^* = Y_1 + Y_1''$ .

Таким образом, исходными данными для расчета проводимости  $y_1$  являются величины  $Y_1, Y_2$  и  $K_2^*$ .

Последний шаг процедуры состоит в определении величины проводимости  $y_m = Y_m''$ .

Перейдем теперь к выводу расчетных зависимостей для произвольного узла, поскольку эти зависимости являются одинаковыми для всех узлов, начиная со второго. Итак, нам известны величины  $Y_i, K_i^*$ , а из расчета предыдущего узла с номером  $i-1$  мы получили величину  $Y_{i-1}''$ . Подставляя выражения (3-22) и (3-19) вместо соответствующих величин в формулу (3-26), а также заменяя индексы в выражении (3-20), получаем систему уравнений:

$$Y_{i-1}'' = \frac{y_{i-1} (Y_i + Y_i'')}{y_{i-1} + Y_i + Y_i''},$$

$$K_i^* = \frac{Y_i p_i y_{i-1}}{y_{i-1} (Y_{i-1} + Y_{i-1}') + (Y_i'' + Y_i) (y_{i-1} + Y_{i-1}' + Y_{i-1})},$$

где  $p_i = K_{21} K_{32} \dots K_{i-1, i-2}$ .

Неизвестными в этой системе являются величины  $y_{i-1}$  и  $Y_i''$ . Решая систему относительно неизвестных, находим

$$Y_i'' = \frac{Y_i Y_{i-1}'' p_i}{K_i^* (Y_{i-1}'' + Y_{i-1}' + Y_{i-1})} - Y_i, \quad (3-29)$$

$$y_{i-1} = \frac{Y_i Y_{i-1}'' p_i}{Y_i p_i - K_i^* (Y_{i-1} + Y_{i-1}' + Y_{i-1})}. \quad (3-30)$$

Исходная зависимость для расчета делителя должна представлять собой линейную комбинацию напряжений  $U_i$  с постоянными коэффициентами  $K_i$ :

$$U_{\text{вых}} = \sum_{i=1}^m K_i' U_i.$$

Если все коэффициенты  $0 < K_i' < 1$  и  $\sum_{i=1}^m K_i' \leq 1$ , то заданная зависимость может быть непосредственно реализована с помощью цепного делителя. Если же условия (3-28) для заданного выражения не выполняются, то его непосредственное воспроизведение оказывается невозможным. Однако всегда можно построить делитель для выражения, отличающегося от заданного только постоянным множителем. Такое выражение получается из исходного с помощью вынесения за скобки общего множителя. Этот множитель должен быть таким, чтобы для выражения, заключенного в скобки, выполнялись условия (3-28). В результате преобразования получаем

$$U_{\text{вых}} = K_0' \left( \sum_{i=1}^m K_i^* U_i \right).$$

При этом на выходе делителя должно вырабатываться напряжение

$$U'_{\text{вых}} = \sum_{i=1}^m K_i^* U_i.$$

Описанное преобразование исходного выражения может быть выполнено различными способами, что приводит к неоднозначности определения коэффициентов  $K_i^*$ . Если же в качестве исходного параметра задана величина  $K_1^*$  или величины  $Y_{\text{вых}}$  и  $Y_1$ , позволяющие вычислить  $K_1^*$ , то такое преобразование становится однозначным.

Предлагаемый способ может быть использован для расчета как сеток, выполняющих преобразование кода в пропорциональное напряжение, так и нелинейных сеток. Приведем несколько примеров расчета сеток, вырабатывающих выходное напряжение, пропорциональное коду.

1. Пусть требуется получить выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{2} \left( U_1 + \frac{1}{2} U_2 + \frac{1}{4} U_3 + \frac{1}{8} U_4 + \frac{1}{16} U_5 \right)$$

при условии, что  $Y_i = y$  и  $Y_{\text{вых}} = 2y$ . Выполняя последовательный расчет по формулам (3-27) и (3-28), находим, что проводимости связи в этом случае одинаковы и равны  $2y$ . Таким образом, в результате мы получили хорошо известную двоичную сетку  $y - 2y$ .

2. Рассчитать цепную сетку для реализации следующей зависимости:

$$U_{\text{вых}} = \frac{9}{10} (U_1 + 0,1U_2 + 0,01U_3 + 0,001U_4)$$

при условии, что  $Y_i = \frac{9}{10} y$ ,  $Y_{\text{вых}} = y$ .

В результате расчетов находим, что проводимости связи в искомой сетке одинаковы и равны  $\frac{1}{9} y$ .

3. Требуется рассчитать сетку для преобразования двоично-десятичного кода с весами 4, 2, 2, 1 [27, 72] при условии, что каждая тетрада кода преобразуется в напряжение с помощью делителя из параллельных РП-схем. Если принять выходную проводимость одного такого делителя  $Y_i = \frac{9}{4} y$ , а выходную проводимость всей сетки  $Y_{\text{вых}} = \frac{10}{4} y$ , то в результате расчета получаем проводимости связи  $y_i = \frac{5}{18} y$ .

Несмотря на универсальность описанного алгоритма расчета, его реализация связана с достаточно трудоемкими вычислениями. Эти вычисления целесообразно выполнять с помощью ЦВМ. Для этого была составлена программа на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60. Программа была проверена с помощью транслятора МЭИ-3 на машине «Минск-22». Она приводится в главе 11 с некоторыми сокращениями за счет использования условных операторов ввода и вывода.

### 3-5. Способы соединения делителей и активные схемы

Простейшие схемы из делителей напряжения могут быть построены с использованием пассивных делителей. Напряжение, получающееся на выходе параллельного соединения пассивных делителей (рис. 3-6, а), обладающих постоянными выходными проводимостями  $Y_{\text{вых } i}$  и реализующих функции  $F_i(\vec{x}_i)$ , пропорционально сумме входных напряжений делителей:

$$U_{\text{вых}} = \frac{\sum_{i=1}^s F_i(\vec{x}_i) U_{\text{вх } i} Y_{oi}}{\sum_{i=1}^s Y_{\text{вых } i} + Y_n}, \quad (3-31)$$

где  $Y_n$  — проводимость нагрузки,  $Y_{oi}$  — наименьшая проводимость  $i$ -го делителя,  $s$  — число параллельно включенных делителей.

Если в приведенной схеме в качестве нагрузки использовать делитель из двух последовательных РП-схем с постоянным входным сопротивлением  $R_{\text{вх}}$ , который реализует функцию  $G(\tilde{x})$ , то на выходе делителя получаем напряжение

$$U_{\text{вых}} = \frac{\sum_{i=1}^s F_i(\tilde{x}_i) U_{\text{вх}i} Y_{oi}}{\sum_{i=1}^s Y_{\text{вых}i} + \frac{1}{R_{\text{вх}}}} \cdot \frac{R_0}{R_{\text{вх}}} G(\tilde{x}). \quad (3-32)$$

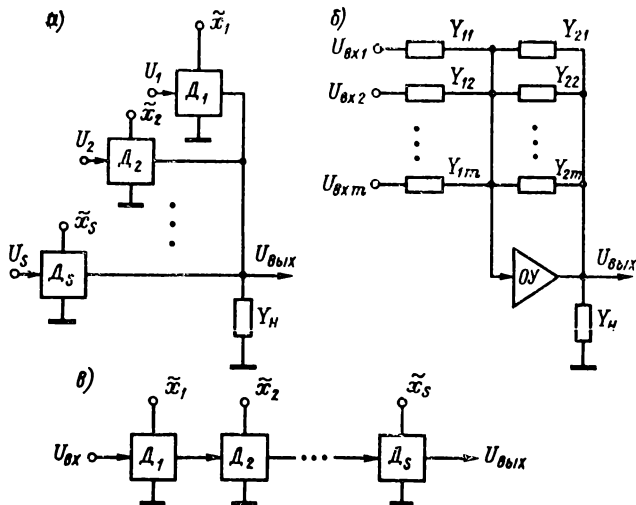


Рис. 3-6. Параллельное соединение пассивных делителей (а), активный делитель напряжения (б) и цепное соединение делителей (в)

Последнее выражение показывает, что такая схема позволяет выполнять умножение суммы произведений вида  $F_i(\tilde{x}_i) U_{\text{вх}i}$  на функцию  $G(\tilde{x})$ .

Описанные два типа соединений охватывают почти все возможные схемы из пассивных делителей напряжения, имеющие практическое значение.

Параллельное соединение делителей с переменными выходными сопротивлениями  $R_{\text{вых}}$  практически не используется, поскольку при работе даже одного такого делителя на постоянную нагрузку выходное напряжение схемы может значительно отличаться от расчетной величины за счет изменений  $R_{\text{вых}}$ . Учет влияния нескольких параллельно включенных изменяющихся выходных сопротивлений и оценка величины возникающей при этом погрешности представляется нам весьма сложной задачей.



Как было отмечено в § 3-1, при решении практических задач находят применение в основном делители напряжения, использующие активные элементы, поскольку они позволяют исключить влияние колебаний нагрузки на точность работы схемы. Кроме того, делители, использующие решающие усилители, позволяют реализовать операцию деления двух величин, заданных цифровым кодом, которая не может быть в явном виде выполнена пассивными схемами. При включении нескольких управляемых проводимостей во входную цепь и цепь обратной связи решающего усилителя, как это показано на рис. 3-6, б, получаем напряжение на выходе схемы

$$U_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^m Y_{1i} U_{\text{вх } i}}{\sum_{j=1}^l Y_{2j}},$$

где  $m$  — число проводимостей во входной цепи, а  $l$  — число проводимостей в цепи обратной связи решающего усилителя.

Если использовать управляемые проводимости, пропорциональные функциям  $F_{ij}(\tilde{x}_{ij})$ , то на выходе делителя получим напряжение

$$U_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^m F_{1i}(\tilde{x}_{1i}) U_{\text{вх } i} Y_{01i}}{\sum_{j=1}^l F_{2j}(\tilde{x}_{2j}) Y_{02j}}. \quad (3-33)$$

Знаки слагаемых в числителе (3-33) определяются полярностью соответствующих напряжений  $U_{\text{вх } i}$ . Используя в схеме на рис. 3-6, б вместо проводимостей во входной цепи усилителя управляемые сопротивления, имеем

$$U_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^m \frac{U_{\text{вх } i}}{F_{1i}(\tilde{x}_{1i}) R_{01i}}}{\sum_{j=1}^l F_{2j}(\tilde{x}_{2j}) Y_{02j}}.$$

Если же при этом каждое сопротивление во входной цепи в свою очередь представляет собой последовательное соединение из нескольких управляемых сопротивлений, то напряжение на выходе схемы

$$U_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^m \frac{U_{\text{вх } i}}{\sum_{k=1}^s F_{ik}(\tilde{x}_{1ik}) R_{0ik}}}{\sum_{j=1}^l F_{2j}(\tilde{x}_{2j}) Y_{02j}}.$$

Заменяя в схеме, соответствующей последнему выражению, проводимости в цепи обратной связи цепочкой из последовательно включенных управляемых сопротивлений, получаем выходное напряжение в виде

$$U_{\text{вых}} = \left[ \sum_{i=1}^m \frac{U_{\text{вх } i}}{\sum_{k=1}^s F_{ik}(\tilde{x}_{1ik}) R_{0ik}} \right] \sum_{j=1}^l F_{2j}(\tilde{x}_{2j}) R_{0j}.$$

Выражения, приведенные выше, характеризуют вычислительные возможности активных делителей напряжения.

Активные делители напряжения обладают двумя входами — цифровым и аналоговым и одним аналоговым выходом. Путем последовательного соединения аналоговых входов и выходов, как это показано на рис. 3-6, в, может быть построена цепная схема из делителей напряжения. Выходное напряжение такой схемы пропорционально произведению коэффициентов передачи входящих в нее делителей:

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} K_1(\tilde{x}_1) K_2(\tilde{x}_2) \dots K_s(\tilde{x}_s).$$

Учитывая, что каждый коэффициент передачи  $K_i(\tilde{x}_i)$  может представлять собой функцию управляющего кода  $G_i(\tilde{x}_i)$ , получаем

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \prod_{i=1}^s a_i G_i(\tilde{x}_i), \quad (3-34)$$

где  $a_i = Y_{01i}/Y_{02j}$ .

Формула (3-34) показывает, что цепное соединение активных делителей напряжения позволяет реализовать произведение функций цифрового аргумента.

Параллельное соединение активных делителей нельзя осуществить путем непосредственного соединения выходов, как это имело место для пассивных схем. Соединение активных делителей такого типа реализуется с помощью специального суммирующего усилителя, который обладает несколькими входами для подключения аналоговых сигналов.

В общем случае схемы из активных делителей могут быть построены с использованием как цепных, так и параллельных соединений. Чтобы установить общий вид выражений, реализуемых схемами из делителей и суммирующих усилителей, необходимо точно определить класс рассматриваемых схем. Назовем схемы, входящие в этот класс, *Д*-схемами. Прежде чем перейти к определению класса *Д*-схем, введем понятия параллельной и цепной *Д*-схем.

Параллельную *Д*-схему определим следующим образом:

- 1) активный делитель напряжения является *Д*-схемой;
- 2) если  $P_1$  и  $P_2$  являются параллельными *Д*-схемами, то схема, получающаяся при соединении выходов  $P_1$  и  $P_2$  со входами суммирующего усилителя, также является *Д*-схемой.

Из определения параллельной  $D$ -схемы следует, что работа любой такой схемы описывается выражением, представляющим собой сумму коэффициентов передачи используемых делителей.

Цепную  $D$ -схему определим так:

- 1) активный делитель напряжения является цепной  $D$ -схемой;
- 2) если  $C_1$  и  $C_2$  являются цепными  $D$ -схемами, то схема, получающаяся путем присоединения выхода схемы  $C_1$  к аналоговому входу схемы  $C_2$ , также является цепной  $D$ -схемой.

Согласно приведенному определению можно утверждать, что работа любой цепной  $D$ -схемы описывается с помощью произведения коэффициентов передачи делителей, образующих схему.

Используя приведенные выше определения, опишем класс  $D$ -схем следующим образом:

- 1) любая параллельная  $D$ -схема является  $D$ -схемой;
- 2) любая цепная  $D$ -схема является  $D$ -схемой;
- 3) если  $Q$  является  $D$ -схемой и  $P$  является параллельной  $D$ -схемой, то схема, получающаяся путем присоединения выходов схем  $Q$  и  $P$  ко входам суммирующего усилителя, также является  $D$ -схемой;
- 4) если  $Q$  является  $D$ -схемой и  $C$  является цепной  $D$ -схемой, то схема, получающаяся путем соединения выхода схемы  $Q$  с аналоговым входом схемы  $C$ , также является  $D$ -схемой.

Из последнего определения можно сделать вывод, что с помощью  $D$ -схем могут быть получены выражения, содержащие группы переменных или функций, связанных знаками умножения и сложения. Такие группы, в свою очередь, могут быть использованы для построения новых групп с использованием этих двух знаков. Из сказанного следует, что работа  $D$ -схем описывается скобочными выражениями со знаками сложения и умножения.

### 3-6. Перестраиваемые схемы

Схемы из делителей напряжения относятся к типу устройств, построенных по блочному принципу. В таких устройствах заданная зависимость реализуется за счет определенного соединения входящих в него блоков. В тех случаях, когда блоки подобной схемы могут быть использованы для решения другой задачи, целесообразно изменять соединения блоков, т. е. производить перестройку схемы. Перестройка схемы может производиться вручную, например с помощью коммутационных шнуров на наборном поле, или с использованием электронных переключателей для реализации требуемых соединений блоков. Во втором случае перестройка схемы может выполняться автоматически по определенному внешнему сигналу, а время перестройки может составлять несколько десятков микросекунд.

В процессе перестройки схем из делителей напряжения наряду с переключением аналоговых выходов делителей возможно также производить переключение цифровых сигналов, управляющих

положением переключателей делителя. На рис. 3-7 показаны два основных способа переключения цифровых сигналов, подаваемых на вход делителя.

Первый способ (рис. 3-7, а) применим при условии, что каждый делитель напряжения имеет индивидуальный регистр для хранения управляющего кода. При этом переключение цифрового кода заключается в том, что в зависимости от значения переменной  $v$  входы регистра связываются либо с шинами передачи кода  $\bar{x}_1$ , либо с шинами передачи кода  $\bar{x}_2$ . Если схема из делителей использует для хранения управляющих кодов общие регистры, то переключение

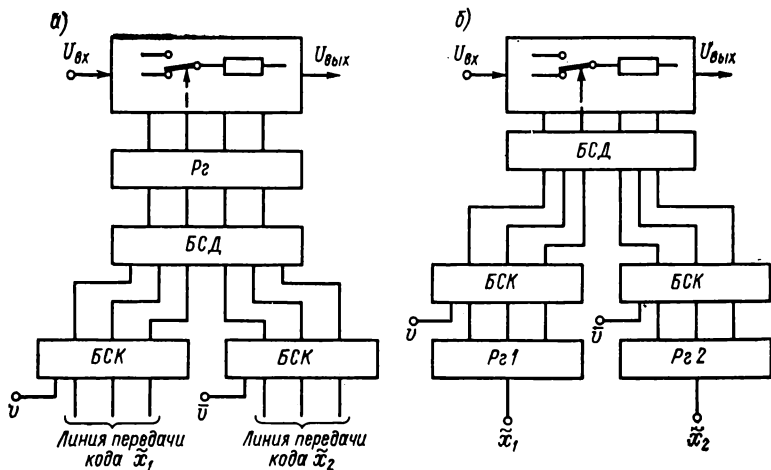


Рис. 3-7. Способы переключения цифровых сигналов на входе делителя

БСД — блок схем дизъюнкции, БСК — блок схем конъюнкции

величин, подаваемых на цифровой вход, осуществляется путем коммутации сигналов, управляющих положением переключателей, как это показано на рис. 3-7, б. Выбор требуемой совокупности управляющих сигналов, так же как и в предыдущем случае, производится с помощью переменной  $v$ .

В качестве примера на рис. 3-8 приведена перестраиваемая схема из делителей, выходное напряжение которой при значении переменной  $v = 0$  пропорционально произведению цифровых величин  $x_1 x_2 x_3$ , а при  $v = 1$  — сумме величин  $x_1 + x_2 + x_3$ .

Можно указать два основных типа перестраиваемых схем: а) схемы, допускающие частичную перестройку, б) схемы, позволяющие осуществлять произвольные соединения элементов, образующих схему.

Первый тип схем применяется в тех случаях, когда по условиям работы схема в каждый момент времени должна воспроизводить одну из нескольких заданных зависимостей. Целесообразность по-

строения перестраиваемой схемы такого типа определяется возможностью использования одних и тех же блоков при решении различных задач заданной совокупности. Анализ возможности такого использования блоков следует проводить путем рассмотрения схем, построенных для решения каждой задачи отдельно.

После того как установлена целесообразность построения перестраиваемой схемы, необходимо определить, какие переключения требуются в ней. Задача определения требуемых переключений в схеме может быть сформулирована следующим образом.

Задано множество схем  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_l\}$ , каждая из которых реализует одну из требуемых зависимостей, и множество управляющих переключательных функций  $\{\xi_1(\vec{v}), \xi_2(\vec{v}), \dots,$

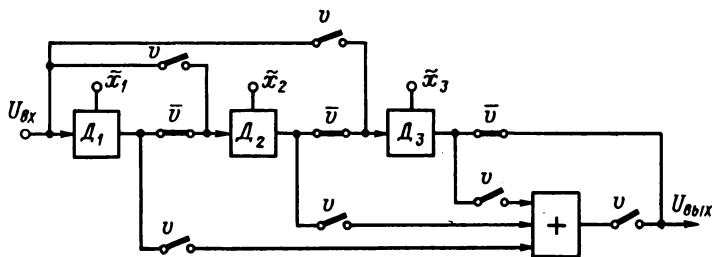


Рис. 3-8. Схема, выполняющая сложение или умножение переменных  $x_1, x_2, x_3$  в зависимости от сигнала  $v$

$\xi_l(\vec{v})\}$ , зависящих от вектора переменных  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ . Функции обладают следующим свойством:  $\xi_i(\vec{v}) \xi_j(\vec{v}) = 0$  для всех  $i \neq j$  и определяют, какая из зависимостей должна воспроизводиться в данный момент времени: если  $\xi_i(\vec{v}) = 1$ , то работает схема  $S_i$ .

Каждой схеме  $S_i$  поставим в соответствие множество  $B_i$  блоков, входящих в нее. В это множество входят все блоки, используемые в схеме, причем однотипные блоки обозначаются одинаково и отличаются только индексами. При этом множеству заданных схем соответствует множество блоков

$$B = \bigcup_{i=1}^l B_i,$$

где  $l$  — число схем.

Требуется определить, какие переключения входов и выходов блоков, входящих в множество  $B$ , необходимо выполнить, чтобы по управляющему сигналу  $\xi_i(\vec{x})$  между внешними узлами блоков устанавливались связи, соответствующие схеме  $S_i$ .

Обозначим совокупность всех входов множества схем буквой  $I$ , а совокупность всех выходов — буквой  $O$ . Обозначим также  $B_{вх}$  множество входных узлов блоков, входящих в множество  $B$ ,

а  $B_{\text{вых}}$  — множество выходных узлов этих блоков. Для того чтобы решить задачу переключения блоков, построим таблицу соединений  $T$ . Строки этой таблицы обозначим элементами множества  $I \cup B_{\text{вых}}$ , а столбцы — элементами множества  $O \cup B_{\text{вх}}$ . Каждый элемент матрицы  $t_{ij}$ , расположенный на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца, определяет соединение между узлами соответствующих элементов множеств  $I \cup B_{\text{вых}}$  и  $O \cup B_{\text{вх}}$ . Если такое соединение является запрещенным в схеме, то на соответствующее место в таблице записывается звездочка. Условимся считать, что в схемах из делителей запрещенными являются следующие соединения: а) непосредственные соединения входных и выходных узлов одного блока, б) соединения аналоговых входов блоков с их цифровыми входами, в) соединения цифровых входов схемы с аналоговыми входами блоков.

Построим для каждой схемы  $S_k$  таблицу соединений  $C_k$ . Построение такой таблицы выполним следующим образом. Если в схеме существует соединение между узлами, обозначающими строку с номером  $i$  и столбец с номером  $j$ , то элемент таблицы  $t_{ij} = \xi_k(\hat{v})$ . Если же такое соединение в схеме отсутствует, то  $t_{ij} = 0$ .

Таблица соединений каждой отдельной схемы, как правило, содержит большое число нулей, поэтому условимся клетки, соответствующие нулевым элементам, оставлять пустыми.

Введем операцию дизъюнкции таблиц соединений  $T = T' \vee T''$ . В результате выполнения этой операции над двумя таблицами мы получаем также таблицу, элементы которой определяются следующим образом. Если элементы  $t'_{ij}$  и  $t''_{ij}$  не отмечены звездочками, то

$$t_{ij} = t'_{ij} \vee t''_{ij}.$$

Если же  $t'_{ij}$  и  $t''_{ij}$  отмечены звездочками, то  $t_{ij}$  тоже есть звездочка.

Пользуясь операцией дизъюнкции, построим таблицу

$$\hat{T} = \bigvee_{k=1}^l T_k.$$

В каждой клетке таблицы  $T$  может быть записан ноль, звездочка или переключательная функция. Ноль указывает на отсутствие соединений между соответствующими узлами, звездочка — на запрещенное соединение, а переключательная функция, которая может представлять собой дизъюнкцию нескольких функций  $\xi_k(\hat{v})$ , показывает, что соединение между узлами должно осуществляться при значениях функции, равных единице.

Окончательный вид перестраиваемой схемы находится по таблице соединений  $\hat{T}$ . Для этого к каждому узлу, соответствующему строке с номером  $i$ , присоединяется столько переключателей, сколько функций расположено в этой строке таблицы. Управление каждым переключателем осуществляется соответствующей ему переключательной функцией.

Таблица соединений на схеме 3-9, а

| Вход            |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                  |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------|
| Выход           | $D_{1a}$ | $D_{1x}$ | $D_{2a}$ | $D_{2x}$ | $D_{3a}$ | $D_{3x}$ | $D_{4a}$ | $D_{4x}$ | $C_{11}$ | $D_{12}$ | $C_{21}$ | $C_{22}$ | $U_{\text{ВЫХ}}$ |
| $D_1$           | *        | *        | $v$      |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                  |
| $D_2$           |          |          | *        | *        |          |          |          |          | $v$      |          |          |          |                  |
| $D_3$           |          |          |          |          | *        | *        | $v$      |          |          |          |          |          |                  |
| $D_4$           |          |          |          |          |          |          | *        | *        |          | $v$      |          |          |                  |
| $C_1$           |          |          |          |          |          |          |          |          | *        | *        |          |          | $v$              |
| $C_2$           |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          | *        | *        |                  |
| $U_{\text{ВХ}}$ | $v$      | *        |          | *        | $v$      | *        |          | *        |          |          |          |          |                  |
| $x_1$           | *        | $v$      | *        | $v$      | *        |          | *        |          | *        | *        | *        | *        | *                |
| $x_2$           | *        |          | *        |          | *        |          | *        |          | *        | *        | *        | *        | *                |
| $x_3$           | *        |          | *        |          | *        | $v$      | *        | $v$      | *        | *        | *        | *        | *                |

В качестве примера использования описанной процедуры рассмотрим следующую задачу. Пусть требуется построить перестраиваемую схему для выполнения двух зависимостей:  $x_1^2 + x_3^2$  и  $(x_1 + x_2)^2$ . Выбор воспроизводимой зависимости должен определяться переменной  $v$ . Схемы, реализующие заданные зависимости, изображены на рис. 3-9, а и б. Определим множества блоков для этих схем

$$B_1 = \{D_1, D_2, D_3, D_4, C_1\}, \quad B_2 = \{D_1, D_2, D_3, D_4, C_1, C_2\}.$$

и найдем множество  $B = B_1 \cup B_2 = \{D_1, D_2, D_3, D_4, C_1, C_2\}$ . Затем запишем множество входных узлов схемы  $I = \{U_{\text{ВХ}}, x_1, x_2, x_3\}$ , множество выходных узлов схемы  $O = \{U_{\text{ВЫХ}}\}$ , множество выходных узлов блоков  $B_{\text{ВЫХ}} = \{D_1, D_2, D_3, D_4, C_1, C_2\}$  и множество их входных узлов

$$B_{\text{ВХ}} = \{D_{1a}, D_{1x}, D_{2a}, D_{2x}, D_{3a}, D_{3x}, D_{4a}, D_{4x}, C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}\}.$$

Первый индекс каждого элемента множества  $B_{\text{ВХ}}$  является порядковым номером блока рассматриваемого типа. Второй индекс указывает либо вид сигнала, подаваемого на этот вход схемы,—

Таблица соединений на схеме 3-9, б

| Вход            |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |                  |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------|
| Выход           | $D_{1a}$  | $D_{1x}$  | $D_{2a}$  | $D_{2x}$  | $D_{3a}$  | $D_{3x}$  | $D_{4a}$  | $D_{4x}$  | $C_{11}$  | $C_{12}$  | $C_{21}$  | $C_{22}$  | $U_{\text{ВЫХ}}$ |
| $D_1$           | *         | *         |           |           |           |           |           |           |           |           | $\bar{v}$ |           |                  |
| $D_2$           |           |           | *         | *         |           |           |           |           | $\bar{v}$ |           |           |           |                  |
| $D_3$           |           |           |           |           | *         | *         |           |           |           |           |           | $\bar{v}$ |                  |
| $D_4$           |           |           |           |           |           |           | *         | *         |           | $\bar{v}$ |           |           |                  |
| $C_1$           |           |           |           |           |           |           |           |           | *         | *         |           |           | $\bar{v}$        |
| $C_2$           |           |           | $\bar{v}$ |           |           |           | $\bar{v}$ |           |           |           | *         | *         |                  |
| $U_{\text{ВХ}}$ | $\bar{v}$ | *         |           | *         | $\bar{v}$ | *         |           | *         |           |           |           |           |                  |
| $x_1$           | *         | $\bar{v}$ | *         | $\bar{v}$ | *         |           | *         |           | *         | *         | *         | *         | *                |
| $x_2$           | *         |           | *         |           | *         | $\bar{v}$ | *         | $\bar{v}$ | *         | *         | *         | *         | *                |
| $x_3$           | *         |           | *         |           | *         |           | *         |           | *         | *         | *         | *         | *                |

цифровой ( $x$ ) или аналоговый ( $a$ ), либо порядковый номер входа для тех блоков, на входы которых разрешается подавать сигналы одного вида.

Пользуясь этими множествами, построим таблицы соединений для первой и второй схем (табл. 3-1 и 3-2). Выполняя дизъюнкцию этих таблиц, находим таблицу соединений перестраиваемой схемы (табл. 3-3). Схема, соответствующая этой таблице, изображена на рис. 3-9, в.

Второй тип схем — с автоматической перестройкой относится к устройствам универсального вида. Такие схемы могут быть использованы для построения гибридных вычислительных машин [5], а также для создания гибридных вычислителей, работающих в режиме разделения времени [73]. Следует отметить, что приводимые в настоящей работе способы описания перестраиваемых схем и коммутации блоков применимы и для построения устройств, использующих только аналоговые блоки.

Если при частичной перестройке схем необходимо было реализовать только соединения, определяемые переключательными функ-



Таблица соединений на схеме 3-9, в

| Вход            |          |          |           |          |          |           |           |           |          |          |           |           |                  |
|-----------------|----------|----------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|------------------|
| Выход           | $D_{1a}$ | $D_{1x}$ | $D_{2a}$  | $D_{2x}$ | $D_{3a}$ | $D_{3x}$  | $D_{4a}$  | $D_{4x}$  | $C_{11}$ | $C_{12}$ | $C_{21}$  | $C_{22}$  | $U_{\text{вых}}$ |
| $D_1$           | *        | *        | $v$       |          |          |           |           |           |          |          | $\bar{v}$ |           |                  |
| $D_2$           |          |          | *         | *        |          |           |           |           | 1        |          |           |           |                  |
| $D_3$           |          |          |           |          | *        | *         | $v$       |           |          |          |           | $\bar{v}$ |                  |
| $D_4$           |          |          |           |          |          |           | *         | *         |          | 1        |           |           |                  |
| $C_1$           |          |          |           |          |          |           |           |           |          |          |           |           | 1                |
| $C_2$           |          |          | $\bar{v}$ |          |          |           | $\bar{v}$ |           |          |          |           |           |                  |
| $U_{\text{вх}}$ | 1        | *        |           | *        | 1        | *         |           | *         |          |          |           |           |                  |
| $x_1$           | *        | 1        | *         | 1        | *        |           | *         |           | *        | *        | *         | *         | *                |
| $x_2$           | *        |          | *         |          | *        | $\bar{v}$ | *         | $\bar{v}$ | *        | *        | *         | *         | *                |
| $x_3$           | *        |          | *         |          | *        | $v$       | *         | $v$       | *        | *        | *         | *         | *                |

циями, расположенными в каждой строке таблицы  $\hat{C}$ , то в случае универсальной схемы необходимо иметь возможность реализации любого из разрешенных соединений этой таблицы. При этом предполагается, что для каждого выхода блока задается цифровой код, определяющий номер того выхода, который необходимо к нему присоединить.

Основой универсальной схемы является коммутатор, позволяющий осуществить любые необходимые соединения блоков. Такой коммутатор строится по таблице соединений. Допустим, что таблица соединений состоит из  $p$  столбцов и  $q$  строк и что каждый узел, соответствующий строке такой таблицы, может быть соединен с любым из узлов, указанных в заголовках столбцов. Чтобы реализовать все возможные соединения  $i$ -го узла, присоединим к нему группу из  $p-1$  переключателей. Вторые зажимы этих переключателей подключим ко всем узлам, соответствующим столбцам таблицы. Присоединяя такую группу переключателей к каждому узлу, соответствующему строке таблицы соединений, получаем схему универсального коммутатора. Число переключателей  $Q$ , необхо-

димое для его построения, в первом приближении определяется произведением числа строк и числа столбцов таблицы соединений:

$$Q = pq.$$

Эта оценка является приближенной, поскольку мы не учли существования запрещенных соединений в таблице, а также необходимости введения дополнительных переключателей для реализации

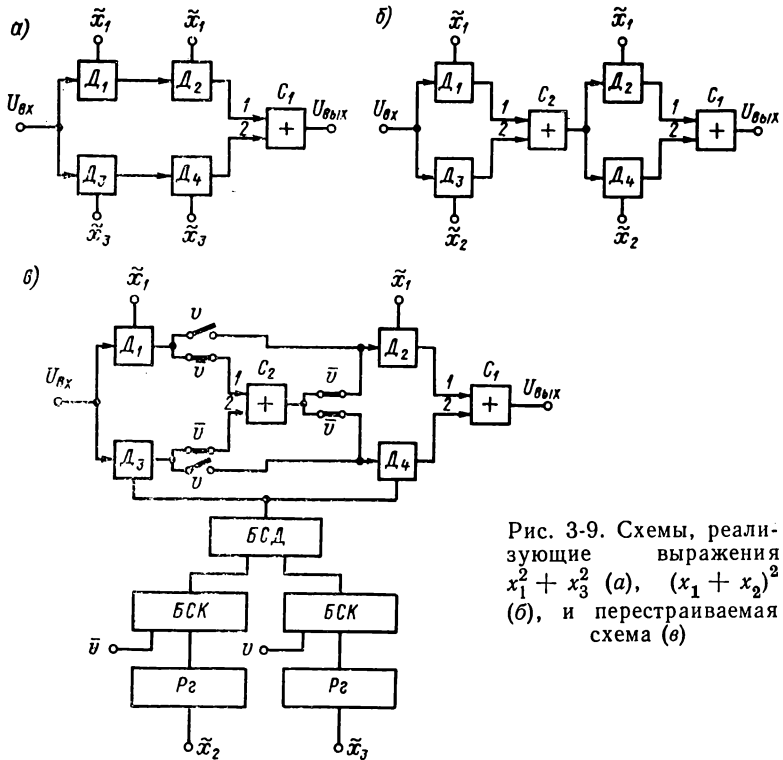


Рис. 3-9. Схемы, реализующие выражения  $x_1^2 + x_3^2$  (а),  $(x_1 + x_2)^2$  (б), и перестраиваемая схема (в)

соединений одного выходного узла блока с несколькими входными узлами других блоков. В каждой конкретной реализации коммутатора оба эти обстоятельства безусловно необходимо учитывать. Однако, чтобы упростить анализ различных способов построения универсальных перестраиваемых схем, мы в дальнейшем будем пользоваться приближенными оценками.

Учитывая, что непосредственные соединения входов схемы и входов блоков с выходами схемы практически не используются, коммутатор можно разбить на три части: 1) коммутатор входов, осуществляющий соединение входов схемы со входными узлами блоков, 2) коммутатор выходов схемы, осуществляющий соединение выходов схемы с выходными узлами блоков, 3) коммутатор сое-

динений, производящий подключение входных узлов к выходным узлам различных блоков. Структурная схема такого устройства приведена на рис. 3-10, а. Все коммутаторы в этой схеме могут быть построены по принципу реализации соответствующей таблицы соединений. Общий вид коммутатора связей (КС) для трех блоков приведен на рис. 3-10, б.

Чтобы подсчитать число переключателей  $Q_1$ , необходимое для построения такой схемы, введем обозначения:  $p_0$  — число входов схемы,  $q_0$  — число выходов схемы,  $p_1$  — общее число входов всех блоков,  $q_1$  — общее число выходов всех блоков. Подсчитывая число переключателей, требуемое для построения каждого коммутатора отдельно, и складывая результаты, получаем

$$Q_1 = p_0 p_1 + p_1 q_1 + q_0 q_1.$$

Учитывая, что  $p = p_0 + q_1$  и  $q = p_1 + q_0$ , определим число переключателей, необходимое для построения схемы с одним коммутатором,

$$Q = (p_0 + q_1)(p_1 + q_0) = p_0 p_1 + p_0 q_0 + q_1 p_1 + q_1 q_0.$$

Вычитая из последнего выражения  $Q_1$ , находим число переключателей, которое

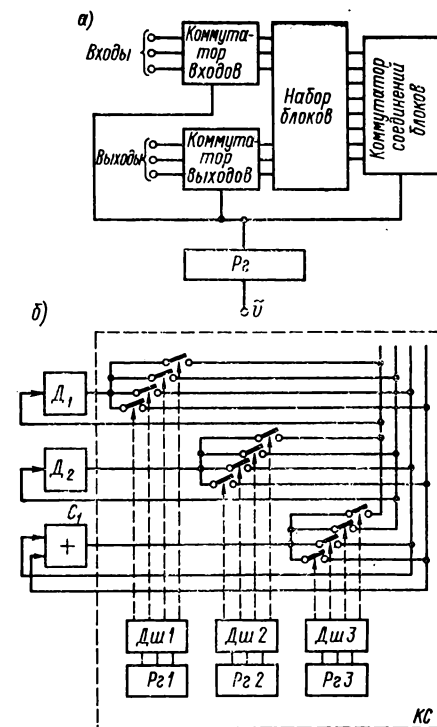


Рис. 3-10. Структурная схема универсального перестраиваемого вычислителя (а) и коммутатора соединений (б) для набора из трех блоков

удается сэкономить при использо-

$$Q - Q_1 = p_0 q_0.$$

подавляющее большинство схем, применяемых на практике, строится с использованием цепных соединений блоков. Если в такой схеме условно разорвать все обратные связи, то блоки можно разбить на ярусы следующим образом. Назовем блоками первого яруса все блоки, на входы которых подаются только входные сигналы, а блоками яруса с номером  $i$  назовем все блоки, на входы которых подаются входные сигналы и сигналы с выходов блоков  $i-1$ -го яруса.

Учитывая ярусную структуру применяемых схем, можно предложить организацию универсальной перестраиваемой схемы, соответствующую ярусному принципу. Такая схема должна состоять из нескольких наборов блоков, принадлежащих различным ярусам, коммутаторов связей блоков каждого яруса и коммутаторов соединений между ярусами. Структурная схема подобного устройства, состоящего из двух ярусов, изображена на рис. 3-11. При составлении схемы предполагалось, что в коммутаторы соединений между ярусами входят специальные узлы, позволяющие осуществлять непосредственные соединения между входами и выходами блоков различных ярусов. Использование таких узлов расширяет возможности соединений блоков и позволяет реализовать обратные связи.

Для того чтобы подсчитать число переключателей, необходимое для построения двухъярусной универсальной перестраиваемой



Рис. 3-11. Структурная схема двухъярусного универсального перестраиваемого вычислителя

схемы, введем следующие обозначения:  $p_1^1$  — общее число входов первого яруса,  $p_1^2$  — общее число входов второго яруса,  $q_1^1$  — общее число выходов первого яруса,  $q_1^2$  — общее число выходов второго яруса. Общее число переключателей в такой схеме равно сумме переключателей, требуемых для построения каждого коммутатора отдельно

$$Q_2 = p_0 p_1^1 + p_1^1 q_1^1 + q_1^1 p_1^2 + p_1^2 q_1^2 + q_1^2 q_0.$$

Учитывая, что  $p = p_0 + p_1^1 + p_1^2$ , а  $q = q_0 + q_1^1 + q_1^2$ , найдем общее выражение для числа переключателей, необходимых для построения схемы с одним коммутатором,

$$Q = (p_0 + p_1^1 + p_1^2)(q_0 + q_1^1 + q_1^2).$$

Вычитая из последнего выражения  $Q_2$ , определим экономию переключателей, которую можно получить при использовании двухъярусной схемы,

$$Q - Q_2 = p_0 q_0 + p_0 q_1^2 + q_1^1 q_0 + q_1^2 p_1^1.$$

Очевидно, что с увеличением числа ярусов необходимое для построения схемы число переключателей будет уменьшаться. Однако с увеличением числа ярусов необходимо увеличивать число вспомогательных узлов, обеспечивающих связи между блоками несмежных ярусов. Определение числа ярусов универсальной схемы должно, на наш взгляд, выполняться с учетом отмеченных факторов, на основании анализа типов схем, которые предполагается реализовать на универсальной структуре.

В заключение настоящей главы необходимо отметить, что по сравнению со схемами из резисторов и переключателей делители позволяют воспроизводить знакопеременные величины, выполнять операции перемножения цифровых величин с меньшими затратами элементов, выполнять умножение цифровых величин на аналоговые, представленные в виде напряжения. Использование активных делителей делает возможным выполнение операции деления цифровых величин и построение сложных схем из делителей, реализующих скобочные выражения со знаками сложения и умножения.

Применение коммутации входных и выходных узлов активных делителей создает предпосылки для построения универсальных вычислительных устройств из делителей напряжения.

## Глава четвертая

### ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ СТУПЕНЧАТЫЕ АППРОКСИМАТОРЫ

#### 4-1. Общие положения

Настоящая глава посвящена описанию способов построения функциональных преобразователей цифровых кодов в величину сопротивления (проводимости) или напряжения, называемых ступенчатыми аппроксиматорами (СА). Подобные устройства воспроизводят не заданную функцию  $F(x)$ , а некоторую ступенчатую функцию  $G(X)$ , отличающуюся от заданной не более чем на величину  $\epsilon_{\max}$ . Эту величину называют погрешностью аппроксимации.

В практических применениях наиболее часто используются двоичные коды, поэтому в дальнейшем изложении мы будем ориентироваться именно на эти коды, хотя описываемые ниже методы применимы к любым двоично-кодированным системам представления чисел.

Прежде всего остановимся на способах задания цифровых величин, подаваемых на вход преобразователя. Входная величина является аргументом функции  $F(X)$ , определенной на промежутке  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$  и реализуемой преобразователем. Она может представлять собой двоичное число, полученное путем перевода значений аргумента в двоичную систему счисления. Такая величина записывается с помощью  $n$ -разрядного двоичного кода. При этом,

как правило, часть кодовых комбинаций остается неиспользуемой из-за несоответствия диапазонов изменения переменной  $X$  и двоичного кода. Чтобы добиться полного использования всех кодовых комбинаций, выполним преобразование аргумента. Для этого зафиксируем  $N = 2^n$  равноотстоящих одна от другой точек на заданном промежутке  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$ , расстояние между которыми

$$h = \frac{X_{\text{кон}} - X_{\text{нач}}}{2^n - 1},$$

и пронумеруем их. Тогда выбранные значения аргумента могут быть выражены с помощью десятичных номеров точек  $X$  следующим образом:

$$X = X_{\text{нач}} + hx. \quad (4-1)$$

Если номер точки задается двоичным кодом  $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , десятичный эквивалент которого

$$x = \sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i,$$

где  $x_i$  — компоненты двоичного вектора  $\tilde{x}$ , то аргумент может быть записан так:

$$X = X_{\text{нач}} + h \sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i. \quad (4-2)$$

Выполняя замену переменной в функции  $F(X)$  согласно выражениям (4-1) и (4-2), получаем функции, зависящие соответственно от десятичного номера и двоичного кода этой точки:

$$F(x) = F(X_{\text{нач}} + hx),$$

$$F(\tilde{x}) = F\left(X_{\text{нач}} + h \sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i\right).$$

Для дальнейшего изложения необходимо уточнить понятие ступенчатой функции. Обозначим множество значений переменной  $X$ , соответствующих наборам кода,  $\hat{X} = \{X_0, X_1, \dots, X_{N-1}\}$ , где  $X_0 = X_{\text{нач}}$ ,  $X_{N-1} = X_{\text{кон}}$  и  $X_0 < X_1 < \dots < X_{N-1}$ . Разобьем это множество на  $l$  подмножеств:  $\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_l$ , таких, что

$$\bigcup_{j=1}^l \hat{X}_j = \hat{X} \text{ и } X_j \cap X_i = \emptyset \text{ для всех } i \neq j.$$

Поставим в соответствие каждому такому подмножеству  $\hat{X}_j$  действительное число  $a_j$  и определим ступенчатую функцию  $G(X_i)$  следующим образом: если значение переменной  $X_i \in \hat{X}_j$ , то  $G(X_i) = a_j$ . Определенная таким образом функция  $G(X)$  принимает конечное число значений на заданном промежутке для всех значений подмножества  $\hat{X}_j$ .

Построение схем СА основано на моделировании зависимостей, представляющих собой аналитические выражения ступенчатых функций, поэтому в первую очередь необходимо исследовать способы построения ступенчатых функций и соответствующих им аналитических выражений.

#### 4-2. Схемы для табличных функций

Рассмотрим способы построения схем для тех случаев, когда функция  $F(\vec{x})$  задана таблицей, в которой для каждого значения кода  $\vec{\sigma}$  указано соответствующее ему значение функции  $F(\vec{\sigma})$ . Такая таблица, согласно определению, приведенному в § 4-1, задает ступенчатую функцию, у которой каждое подмножество  $X_j$  состоит только из одного элемента  $X_j$ . Используя аналогию с рабочими таблицами РП-схем, описанными во второй главе, запишем ступенчатую функцию, задаваемую этой таблицей, в виде:

$$F(\vec{x}) = \sum_{j=0}^{N-1} K_j F(\vec{\sigma}(j)), \quad (4-3)$$

где  $K_j$  — элементарная конъюнкция, определяемая вектором  $\vec{x}$  и набором  $\vec{\sigma}(j)$ ,  $N = 2^n$  — число строк таблицы,  $n$  — число компонентов вектора  $\vec{x}$ .

Умножая правую и левую части равенства (4-3) на масштабный коэффициент, устанавливающий пропорциональность между значениями функции и величиной резисторов РП-схемы,  $m_Y = F_{\max}/Y^*$ , где  $F_{\max}$  — наибольшее значение функции,  $Y^*$  — наибольшее значение проводимости, допустимое в схеме, получаем

$$Y(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{N-1} K_j y_j. \quad (4-4)$$

Схема преобразователя кода в величину проводимости, определяемая последним выражением, состоит из дешифратора, реализующего все элементарные конъюнкции  $n$  переменных, и параллельной схемы, состоящей из  $2^n$  резисторов и переключателей.

В качестве оценки сложности полного дешифратора  $n$  переменных примем число логических элементов с двумя входами  $L(n)$ , необходимое для его построения [19]. Так, для создания двухступенчатого дешифратора требуется число элементов

$$L(n) = 2^n + L(k) + L(n-k),$$

где  $L(k)$  и  $L(n-k)$  — число элементов, требуемое для построения дешифратора  $n$  и  $n-k$  переменных, а  $k = n/2$ , если  $n$  четное и отличается на единицу от  $n-k$  при нечетном  $n$ .

Сложность описанной схемы преобразователя определяется в основном числом логических элементов, необходимых для построения дешифратора. Это число логических элементов может быть

несколько уменьшено за счет создания нескольких уровней переключателей, обеспечивающих выбор требуемого резистора, что, естественно, приводит к увеличению числа переключателей, используемых в схеме. Принцип построения таких схем рассмотрим на следующем примере.

Чтобы получить выражение, описывающее работу схемы с двумя уровнями переключателей, сделаем ряд несложных преобразований в (4-4). Сгруппируем элементарные конъюнкции, имеющие одинаковые сомножители вида  $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2}$ , и вынесем их за скобки. При этом в скобках остаются конъюнкции, зависящие от вектора переменных  $\vec{x}' = (x_3, x_4, \dots, x_n)$ . Объединяя слагаемые в каждой скобке знаком суммы, получаем

$$Y(\vec{x}) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \sum_{j=1}^{N'-1} K_j(\vec{x}') y_j + \bar{x}_1 x_2 \sum_{j=1}^{N'-1} K_j(\vec{x}') y_{2^{n-2}+j} + x_1 \bar{x}_2 \sum_{j=1}^{N'-1} K_j(\vec{x}') y_{2^{n-1}+j} + x_1 x_2 \sum_{j=1}^{N'-1} K_j(\vec{x}') y_{2^{n-1}+2^{n-2}+j},$$

где  $N' = 2^{n-2}$ .

Полученному выражению соответствует схема, изображенная на рис. 4-1. Схема состоит из двух дешифраторов и двух уровней переключателей. Переключателями первого уровня управляют выходные сигналы дешифратора *Дш1*, реализующего конъюнкции двух переменных. Эти переключатели осуществляют выбор требуемой группы проводимостей. Переключатели второго уровня выполняют выбор слагаемого, соответствующего заданному коду внутри группы. Положение этих переключателей определяется выходными сигналами дешифратора *Дш2*.

Выполняя разбиение конъюнкции на несколько частей и вынесение за скобки в правой части (4-4), описанным выше способом можно получить выражение, задающее структуру схем с несколькими уровнями переключателей.

Заметим, что при построении схем с использованием транзисторных переключателей необходимо учитывать, что последовательное включение таких переключателей увеличивает влияние их погрешностей на точность работы схемы.

В общем случае выбор числа уровней в схеме и числа переменных, используемых для управления переключателями каждого уровня, должен производиться с учетом требуемой погрешности работы схемы, стоимости переключателей и логических элементов.

Описанные схемы преобразователей требуют для своего построения  $2^n$  резисторов и обеспечивают воспроизведение заданной функции  $F(\vec{x})$  без методической погрешности. Если же задана погрешность преобразования, то в зависимости от характера функции в некоторых случаях удастся сократить число элементов схемы за счет использования одного и того же резистора для получения всех



значений функции, отличающихся не более чем на величину допустимой погрешности.

В рассмотренных схемах величины сопротивлений резисторов пропорциональны значениям функции, поэтому диапазон изменения этих величин определяется в первую очередь видом воспроизводимой зависимости. В некоторых случаях, однако, диапазон изменения сопротивлений удастся уменьшить путем использования вместо таблицы значений функции таблицы ее первых конечных разностей. Напомним, что первой конечной разностью функции  $F(X)$  называют выражение  $\Delta F_{j+1} = F(X_{j+1}) - F(X_j)$ . Любое табличное значение функции  $F(X_i)$  можно представить в виде суммы конечных разностей:

$$F(X_i) = F(X_0) + \sum_{j=1}^i \Delta F_j.$$

Выберем систему переключательных функций  $\psi = \{\psi_j(\vec{x})\}$ , таких, что каждая функция  $\psi_j(\vec{x})$  определяется вектором значений аргумента  $\vec{\sigma}'$ , начиная с которого для всех  $j(\vec{\sigma}) \geq j(\vec{\sigma}')$  эта функция  $\psi_j(\vec{x}) = 1$ . Пользуясь этой системой функций, представим  $F(\vec{x})$  в виде

$$F(\vec{x}) = F(X_0) + \sum_{j=1}^{N-1} \psi_j(\vec{x}) \Delta F_j. \quad (4-5)$$

Последнее выражение действительно является представлением заданной функции, поскольку при подстановке любого набора  $\vec{\sigma}$  оно превращается в сумму конечных разностей с индексами  $j \leq j(\vec{\sigma})$ .

Если  $F(\vec{x})$  — немонотонная функция, имеющая точки экстремума, то конечные разности в таблице имеют разные знаки. Учитывая, что знаки слагаемых можно изменять, используя для управления переключателями инверсные сигналы, из формулы (4-5) получаем такую:

$$F(\vec{x}) = F(X_0) + \sum_{j=1}^l \psi_j(\vec{x}) \Delta F_j - \sum_{j=l+1}^{N-1} (1 - \bar{\psi}_j(\vec{x})) \Delta F_j,$$

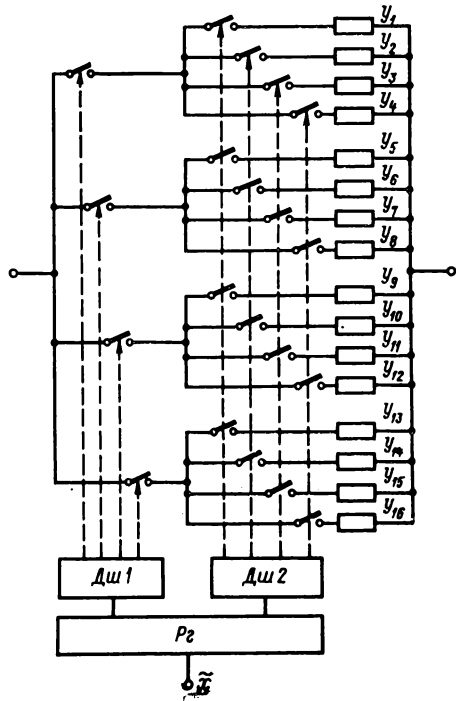


Рис. 4-1. Схема преобразователя с двумя уровнями переключателей

которая может быть преобразована следующим образом:

$$F(\vec{x}) = F(X_0) - \sum_{j=l+1}^{N-1} \Delta F_j + \sum_{j=1}^l \psi_j(\vec{x}) \Delta F_j + \sum_{j=l+1}^{N-1} \bar{\psi}_j(\vec{x}) \Delta F_j. \quad (4-6)$$

Последнее выражение реализуется схемой из резисторов и переключателей только при условии

$$F(X_0) \geq \sum_{j=l+1}^{N-1} \Delta F_j.$$

Если же для заданной функции это условие не выполняется, то схема может быть построена только для функции  $Q(\vec{x})$ , отличающейся от  $F(\vec{x})$  на постоянную величину  $Q(\vec{x}) = F(\vec{x}) + C$ , где

$$C \geq \left| F(X_0) - \sum_{j=l+1}^{N-1} \Delta F_j \right|.$$

Схема преобразователя кода в проводимость (сопротивление) для воспроизведения функции, представленной в виде (4-6), должна состоять из параллельной (последовательной) РП-схемы и логической схемы, реализующей все переключательные функции, входящие в систему  $\Psi$ .

Перейдем теперь к построению логической схемы, реализующей все функции системы  $\Psi$ . Из определения функций, входящих в эту систему, следует, что они являются положительными монотонными функциями и относятся к классу монотонных переключательных функций. Система  $\Psi$  состоит из  $2^n$  таких функций, что составляет лишь небольшую часть общего числа монотонных функций.

Напомним, что сокращенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) положительной монотонной функции не содержит переменных со знаками отрицаний и совпадает с минимальной формой такой функции [76]. СДНФ положительной монотонной функции  $\psi(\vec{x})$  можно получить в результате преобразования структурного многочлена

$$\psi(\vec{x}) = \bigvee K_{\sigma}^+(\vec{x}), \quad (4-7)$$

где дизъюнкция берется по всем наборам  $\vec{\sigma}$ ,  $\psi(\vec{\sigma}) = 1$ ,

$$a \quad K_{\sigma}^+(\vec{x}) = (x_1 \bigvee \bar{\sigma}_1) (x_2 \bigvee \bar{\sigma}_2) \dots (x_n \bigvee \bar{\sigma}_n).$$

Воспользуемся этим многочленом для вывода формул разложения по переменным положительных функций.

Пусть функция  $\psi_j(\vec{x})$  задана набором  $\vec{\sigma}^j$  ( $j$ ). При этом возможны два случая.

1. Множество наборов  $\vec{\sigma}$ , на которых  $\psi_j(\vec{x}) = 1$ , содержит набор  $\vec{\sigma}^* = (1, 0, \dots, 0)$ . При этом в (4-7) входит конъюнкция,  $K_{\sigma}^+(\vec{x}) = x_1$ , которая поглощает все члены, содержащие в каче-

стве множителя  $x_1$ . Дизъюнкция оставшихся членов, каждый из которых не содержит переменной  $x_1$ , представляет собой нормальную форму функции  $n-1$  переменных. Разбивая вектор аргументов на два подвектора  $\vec{x} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , где  $\vec{x}_1 = x_1$ , получаем  $\psi_j(\vec{x})$  в виде

$$\psi_j(\vec{x}) = x_1 \vee \psi(\vec{x}_2),$$

где  $\psi(\vec{x}_2)$  — монотонная функция, равная 1 на наборах  $\vec{\sigma}'_2 \div (1, 1, \dots, 1)$ . Подвектор  $\vec{\sigma}'_2$  получается из вектора значений  $\vec{\sigma}'$  отбрасыванием компонента  $\sigma_1$ .

2. Множество значений аргумента, на которых  $\psi_j(\vec{x}) = 1$ , не содержит набора  $\vec{\sigma}^*$ . В этом случае все члены правой части (4-7) содержат в качестве множителя  $x_1$ . Если вынести  $x_1$ , то в скобках останется монотонная функция  $n-1$  переменных  $\psi(\vec{x}_2)$ . Следовательно, в этом случае  $\psi_j(\vec{x})$  можно представить в виде

$$\psi_j(\vec{x}) = x_1 \psi(\vec{x}_2).$$

Рассуждения, приведенные выше, доказывают справедливость следующего утверждения.

Если монотонная функция  $\psi_j(\vec{x})$  принадлежит множеству  $\psi$ , то ее можно разложить по аргументу  $x_1$  следующим образом:

$$\psi_j(\vec{x}) = \bar{\sigma}_1 x_1 \vee (x_1 \vee \bar{\sigma}_1) \psi(\vec{x}_2). \quad (4-8)$$

Применяя формулу (4-8) последовательно  $k$  раз, получаем частичное разложение функции по  $k$  аргументам:

$$\psi_j(\vec{x}) = x_1 \bar{\sigma}_1 \vee (x_1 \vee \bar{\sigma}_1) [x_2 \bar{\sigma}_2 \vee (x_2 \vee \bar{\sigma}_2) \times \\ \times [x_3 \bar{\sigma}_3 \vee \dots \vee (x_k \vee \bar{\sigma}_k) \psi(\vec{x}_2)] \dots ],$$

где  $\psi(\vec{x}_2)$  — функция  $n-k$  переменных.

Аналогично получаем полное разложение  $\psi_j(\vec{x})$  по  $n$  переменным:

$$\psi_j(\vec{x}) = x_1 \bar{\sigma}_1 \vee (x_1 \vee \bar{\sigma}_1) [x_2 \bar{\sigma}_2 \vee (x_2 \vee \bar{\sigma}_2) [x_3 \bar{\sigma}_3 \vee \dots \\ \dots \vee (x_{n-1} \vee \bar{\sigma}_{n-1}) (x_n \vee \bar{\sigma}_n)] \dots ]. \quad (4-9)$$

Полученное разложение соответствует СДНФ функции  $\psi_j(\vec{x})$ , так как оно не содержит переменных с отрицанием и, следовательно, его нельзя преобразовать с помощью операции склеивания. Выражение, получаемое из (4-9), учитывает возможность вынесения переменных за скобки и поэтому содержит наименьшее число букв.

Чтобы получить скобочное выражение функции  $\psi_j(\vec{x})$ , определяемой набором  $\vec{\sigma}'(j)$ , достаточно подставить компоненты этого набора в (4-9). Из (4-9) следует, что схема для любой переключающей функции  $\psi_j(\vec{x})$  из системы  $\Psi$  может быть построена с помощью  $L(n) \leq n-1$  схем с двумя входами.

Перейдем к построению схемы, реализующей все функции системы  $\Psi$ . Для этого воспользуемся итеративным методом, который основан на последовательном применении разложения по переменным (4-8). Вначале получим все функции для  $n = 1, 2$  (рис. 4-2, а и б). Затем предположим, что уже построена схема для всех функций системы  $\Psi$ , зависящих от  $n-1$  переменных. Тогда, присоединяя к каждому выходу этой схемы элементы конъюнкции, как это показано на рис. 4-2, в, получаем все функции системы  $\Psi$  для  $n$  переменных.

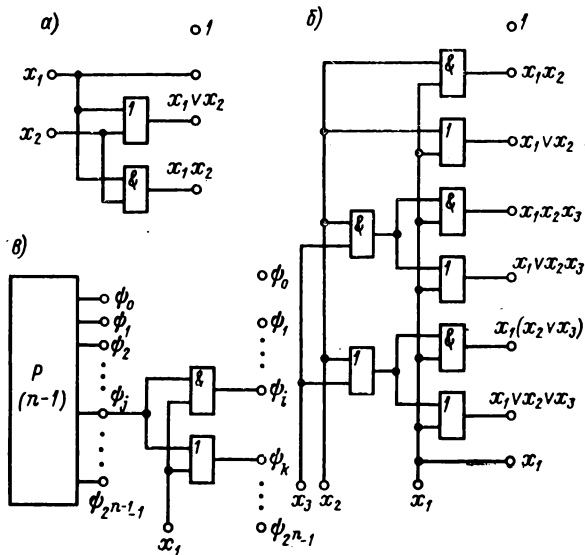


Рис. 4-2. Логическая схема для всех функций  $\psi_j$  двух переменных (а), трех переменных (б) и способ построения такой схемы для функций  $n$  переменных, основанный на использовании схемы, реализующей все функции  $n-1$  переменных (в)

Среди функций  $n$  переменных будет одна константа и одна функция, равная  $x_1$ . Следовательно, для построения всех функций  $n$  переменных из схемы для функций от  $n-1$  переменных требуется  $2^n - 2$  логических элементов. Общее число логических элементов, необходимое для построения схемы,

$$L(n) = 2^n - 2 + L(n-1).$$

Поскольку схема для всех функций  $n-1$  переменных может быть построена аналогичным способом, то получаем

$$L(n) = 2^n - 2 + 2^{n-1} - 2 + \dots + L(2) = 2^{n+1} - 2(n+1).$$

Последнее выражение показывает, что число элементов, необходимое для построения такой схемы, при большом числе переменных незначительно отличается от числа элементов, требуемого для построения двухступенчатого дешифратора в схеме с одним уровнем переключателей.

В настоящем параграфе внимание было сосредоточено на построении преобразователей кода в проводимость. Это объясняется тем, что схемы преобразователей кода в величину сопротивления отличаются от рассмотренных схем только аналоговой частью и могут быть получены из них путем дуальных преобразований.

### 4-3. Ступенчатые аппроксиматоры, использующие преобразователи кодов

Для построения схем, описанных в § 4-2, требуется  $2^n$  резисторов и переключателей. Это число элементов схемы можно считать верхней границей сложности аналоговой части функционального преобразователя. Остановимся на построении ступенчатых аппроксиматоров, аналоговая часть которых состоит из  $m$  резисторов и переключателей, где величина  $m$  определяется требуемой погрешностью воспроизведения функции  $\epsilon = 2^{-m}$ . Число элементов, необходимое для построения таких схем, представляет собой нижнюю границу сложности аналоговой части функционального преобразователя.

Чтобы показать возможность построения преобразователей с аналоговой частью, соответствующей нижней границе сложности, докажем следующее утверждение. Любая сохраняющая знак функция, определенная на конечном множестве точек  $\{X_j\}$ , соответствующих значениям двоичного кода  $\tilde{x}$ , может быть представлена с точностью  $\epsilon \leq 2^{-m}$  в виде ряда

$$F(\tilde{x}) = F_{\max} \sum_{i=1}^m 2^{m-i} \gamma_i(\tilde{x}), \quad (4-10)$$

где  $F_{\max}$  — наибольшее значение функции, а  $\gamma_i(\tilde{x})$  — переключательные функции.

Предположим вначале, что все значения заданной функции положительны. Выберем из множества значений  $F(X_j)$  наибольшее значение  $F_{\max} = \max F(X_j)$ . Определим множество точек  $\tilde{X}_1 = \{X_{j_1}, X_{j_2}, \dots, X_{j_l}\}$ , в которых функция  $F(X_{j_s}) \geq F_{\max}/2$ , и построим переключательную функцию  $\gamma_1(\tilde{x})$ , принимающую значение, равное единице на тех наборах кода, которые соответствуют точкам множества  $\tilde{X}_1$ . Произведение  $F_{\max}\gamma_1(\tilde{x})/2$  представляет собой первый член ряда (4-10). Построим функцию  $F_1(\tilde{x}) = F(\tilde{x}) - F_{\max}\gamma_1(\tilde{x})/2$ . Очевидно, что значение этой функции в любой точке  $X_j$  не превышает величины  $F_{\max}/2$ .

Для функции  $F_1(\tilde{x})$  определим множество точек  $X_2 = \{X_{j_1}, X_{j_2}, \dots, X_{j_l}\}$ , в которых значения  $F_1(\tilde{x}) \geq F_{\max}/4$ , и построим переключательную функцию  $\gamma_2(\tilde{x})$ , принимающую значение, равное единице на наборах кода, соответствующих значениям  $X_2$ . Полученное произведение  $F_{\max}\gamma_2(\tilde{x})/4$  является вторым членом ряда (4-10). Найдем функцию  $F_2(\tilde{x}) = F_1(\tilde{x}) - F_{\max}\gamma_2(\tilde{x})/4$ . Согласно построению все значения этой функции  $F_2(\tilde{x}) \leq F_{\max}/4$ .

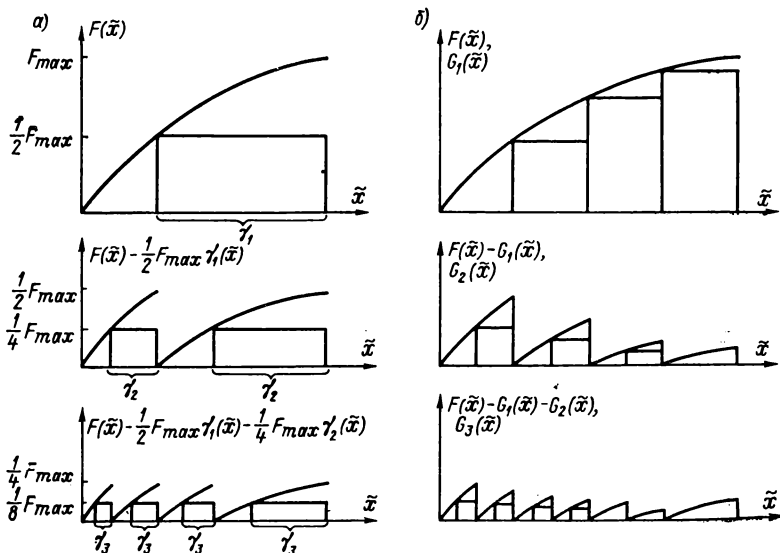


Рис. 4-3. Два способа ступенчатой аппроксимации функции  $F(\tilde{x})$

Повторяя описанную процедуру  $m$  раз, в результате получим функцию  $F_m(\tilde{x})$ , значения которой не превышают величины  $F_{\max}/2^m$ , что и доказывает справедливость нашего утверждения.

Графическая интерпретация последовательности построения аппроксимирующего ряда (4-10) приведена на рис. 4-3, а.

Согласно формуле (4-10) схема преобразователя кода в напряжение должна состоять из регистра, предназначенного для хранения кода  $\tilde{x}$ , преобразователя кодов (ПК), реализующего переключательные функции  $\gamma_j(\tilde{x})$ , и линейного делителя напряжения (ЛДН), осуществляющего преобразование управляющих сигналов ПК в пропорциональное напряжение. Структурная схема такого преобразователя приведена на рис. 4-4, а.

В такой схеме погрешность аппроксимации может быть уменьшена за счет введения отрицательного смещения, пропорционального  $\varepsilon/2$ . Смещение реализуется в схеме путем присоединения по-

стоянной проводимости  $y_m = Y_0/2$  к выходному узлу схемы, второй конец которой соединен с источником входного напряжения отрицательной полярности.

Если заданная функция является нечетной, то, построив ряд (4-10) для положительных ее значений, отрицательные значения можно получить в схеме за счет коммутации полярности источника входного напряжения. Если же функция меняет знак и не обладает свойствами симметрии, то ее можно представить в виде двух выражений типа правой части (4-10), одно из которых аппроксимирует положительные значения функции, а второе — отрицательные.

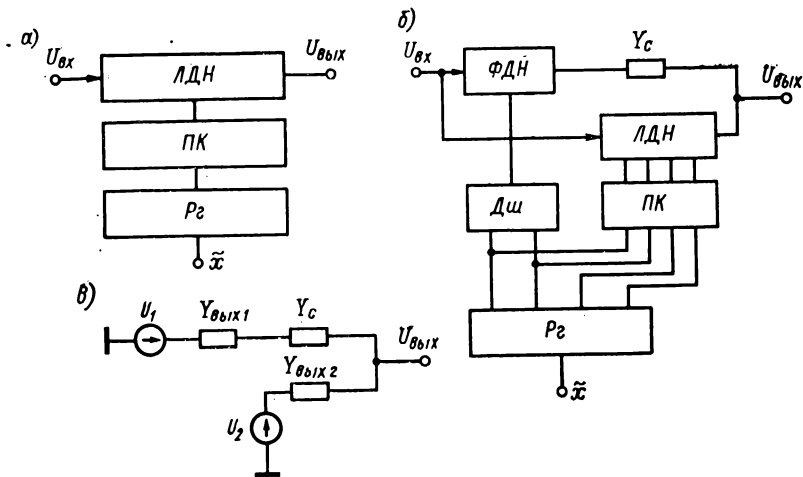


Рис. 4-4. Структурные схемы ступенчатых аппроксиматоров, использующие преобразователи кодов

$$\text{На рисунке } U_1 = \frac{U_{\text{вх}}}{Y_{\text{вых1}}} \sum_{i=0}^{2^p-1} y_i K_i(x_1), \quad U_2 = \frac{U_{\text{вх}}}{2^{m-1}} \sum_{i=1}^m 2^{m-i} y_i(x_2)$$

Заметим, что структурная схема преобразователя кода в проводимость отличается от схемы, изображенной на рис. 4-4, а, тем, что вместо делителя напряжения в ней реализуется управляемая проводимость, параметры резисторов которой пропорциональны членам ряда (4-10):  $y_i = 2^{n-i} Y_0$ .

Число элементов, необходимое для построения ступенчатого аппроксиматора, реализующего ряд (4-10), определяется сложностью преобразователя кодов. Способы построения преобразователей кодов будут описаны в седьмой главе.

Известно, что сложность логической схемы, реализующей систему переключательных функций, пропорциональна числу функций, входящих в эту систему. Число переключательных функций, реализуемых преобразователем кодов в схеме рис. 4-4, а, определяется числом членов аппроксимирующего ряда. Чтобы уменьшить

сложность преобразователя кодов, рассмотрим способ сокращения числа членов аппроксимирующего ряда. В основе этого способа лежит использование ступенчатых функций  $G_i(\vec{x})$ , допускающих простую схемную реализацию, которые осуществляют аппроксимацию заданной зависимости с погрешностью  $\varepsilon_1$ . В результате такой аппроксимации мы получаем функцию

$$F^*(\vec{x}) = F(\vec{x}) - \sum_{i=1}^l G_i(\vec{x}),$$

наибольшее значение которой не превышает величины  $\varepsilon_1$ . Поскольку  $\varepsilon_1 < F_{\max}$ , то для приближения к  $F^*(\vec{x})$  потребуется ряд, состоящий из меньшего числа членов.

Выберем в качестве функций  $G_i(\vec{x})$  ступенчатые функции, представляющие собой линейную комбинацию элементарных конъюнкций с постоянными коэффициентами. Разобьем вектор аргументов на два подвектора  $\vec{x}_1 = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  и  $\vec{x}_2 = (x_{p+1}, x_{p+2}, \dots, x_n)$ . Каждая элементарная конъюнкция  $K_{\vec{\sigma}_1}(\vec{x}_1) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_p^{\sigma_p}$  определяет на заданном промежутке подмножество из  $2^{n-p}$  точек, коды которых имеют одинаковые цифры в старших  $p$  разрядах. Выберем среди точек этого подмножества точку с наименьшим значением индекса  $j'$  и поставим в соответствие всем точкам подмножества значение функции  $F(X_{j'})$ . Тогда функцию  $G_1(\vec{x})$  можно представить в виде ряда:

$$G_1(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{2^{p-1}} K_j(\vec{x}_1) F(X_j).$$

Найдем разность  $F(\vec{x}) - G_1(\vec{x})$  и определим те участки, на которых эта разность превышает значение  $\varepsilon_1$ . Каждый такой участок разобьем пополам. Половине участка соответствует подмножество точек, определяемое конъюнкцией  $p + 1$  переменных:  $K_{\vec{\sigma}_1}(\vec{x}_1) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_{p+1}^{\sigma_{p+1}}$ . Принимая в качестве коэффициентов ступенчатой функции значения  $F(X_{j'})$ , соответствующие точкам с наименьшими индексами  $j'$ , получаем функцию

$$G_2(\vec{x}) = \sum K_{\vec{\sigma}_1}(\vec{x}_1) F(X_{j'}),$$

где суммирование производится по всем участкам, для которых

$$F(\vec{x}) - G_1(\vec{x}) > \varepsilon.$$

Повторяя процесс построения функции  $s$  раз, получим

$$F(\vec{x}) - \sum_{i=1}^s G_i(\vec{x}) < \varepsilon_1.$$

Последовательность построения функций  $G_i(\vec{x})$  показана на рис. 4-3, б.



Аппроксимируя полученную разность  $F^*(\tilde{x})$  с помощью ряда (4-10), окончательно получаем заданную функцию в виде:

$$F(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^s G_i(\tilde{x}) + \sum_{j=1}^m 2^{m-j} \gamma_j(\tilde{x}). \quad (4-11)$$

Последнему выражению соответствует структурная схема, изображенная на рис. 4-4, б. Согласно этой схеме преобразователь должен состоять из дешифратора, функционального делителя напряжения ( $\Phi ДН$ ), реализующих функций  $G_i(\tilde{x})$ , и преобразователя кодов ( $ПК$ ), выходные сигналы которого управляют цифро-аналоговым преобразователем ( $ЛДН$ ). На рис. 4-4, в приведена эквивалентная схема такого устройства, реализующего функцию  $G_1(\tilde{x})$  и ряд (4-10). Из эквивалентной схемы нетрудно найти выходное напряжение преобразователя

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{Y' + Y_{\text{вых}2}} \left[ \frac{Y'}{Y_{\text{вых}1}} \sum_{i=1}^{2^p-1} y_i K_i(\tilde{x}_1) + \frac{Y_{\text{вых}2}}{2^m - 1} \sum_{i=1}^m 2^{m-i} \gamma_i(\tilde{x}) \right],$$

где  $Y' = Y_c Y_{\text{вых}1} / (Y_{\text{вых}1} + Y_c)$ , а  $Y_c$  — согласующая проводимость.

Полученное выражение показывает, что выходное напряжение схемы изменяется пропорционально функции (4-11).

Описанный способ аппроксимации в большинстве случаев позволяет сократить сложность цифровой части схемы преобразователя примерно на 30%. Например, для построения цифровой части преобразователя, реализующего функцию  $\ln X$ , заданную в промежутке [1, 10], с точностью 0,75%, потребовалось 79 модулей типа «Логика-2». Если же преобразователь построить по выражению (4-11), которое в этом случае включает в себя 12 конъюнкций, соответствующих функциям  $G_1(\tilde{x})$ , и 3 функции  $\gamma_i(\tilde{x})$ , то для реализации цифровой части необходимо 53 модуля системы элементов «Логика-2».

#### 4-4. Схемы СА, моделирующие ряд Уолша

Для построения цифро-аналоговых функциональных преобразователей наряду со ступенчатыми функциями, описанными в предыдущих параграфах, могут быть использованы также ортогональные системы ступенчатых функций. Особенно удобной для этих целей является система функций Уолша [33], которую обозначим  $\Phi = \{\varphi_i(x)\}$ . Функции Уолша обычно определяют с помощью функций Радемахера.

Рассмотрим множество точек отрезка [0, 1], соответствующих значениям двоичного кода  $\tilde{x}$ . Определим функции Радемахера  $\varphi_i^*(\tilde{x})$ , в каждой точке этого множества следующим способом. Пусть  $\varphi_0^*(\tilde{x}) \equiv 1$ , а остальные функции  $\varphi_i^*(\tilde{x})$  для  $i = 1, 2, \dots, n$  при-

нимают в каждой точке значение  $+1$  или  $-1$  в зависимости от значения  $i$ -го разряда кода  $x_i$ :

$$\Phi_i^*(\vec{x}) = \begin{cases} +1, & \text{если } x_i = 0, \\ -1, & \text{если } x_i = 1. \end{cases}$$

В соответствии с этим определением функция Радемахера  $\Phi_i^*(\vec{x})$  для  $i \neq 0$  может быть записана с помощью арифметической операции вычитания так:

$$\Phi_i^*(\vec{x}) = \bar{x}_i - x_i. \quad (4-12)$$

Условимся в дальнейшем использовать вместо номера разряда в качестве индекса функции Радемахера двоичный набор  $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , в котором  $\alpha_j = 1$ , если  $i = j$  и  $\alpha_i = 0$ , если  $i \neq j$ . Система функций Радемахера является неполной системой. Естественным ее дополнением является система функций Уолша, которая может быть определена следующим образом. Пусть в двоичном наборе  $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$   $\beta_i = \beta_j = \beta_l = 1$ , а остальные компоненты равны 0. Тогда набор  $\vec{\beta}$  может быть представлен как дизъюнкция нескольких наборов  $\vec{\alpha}$ , каждый из которых имеет только один отличный от нуля компонент:

$$\vec{\beta} = \vec{\alpha}_i \vee \vec{\alpha}_j \vee \vec{\alpha}_l.$$

Функция Уолша, соответствующая этому набору, определяется как произведение функций Радемахера, индексы которых составляют набор  $\vec{\beta}$ :

$$\Phi_{\vec{\beta}}(\vec{x}) = \Phi_{\vec{\alpha}_i}(\vec{x}) \Phi_{\vec{\alpha}_j}(\vec{x}) \Phi_{\vec{\alpha}_l}(\vec{x}).$$

Из определения следует, что для наборов  $\vec{\beta}$  с одной единицей функции Уолша совпадают с функциями Радемахера.

Покажем, что любая функция системы  $\Phi$  может быть получена с помощью линейной переключательной функции и ее инверсии. Рассмотрим функции  $\Phi_{\vec{\beta}}(\vec{x})$ , у которых определяющий набор содержит только две единицы. В этом случае

$$\Phi_{\vec{\beta}}(\vec{x}) = \Phi_{\vec{\alpha}_i}(\vec{x}) \Phi_{\vec{\alpha}_j}(\vec{x}),$$

откуда, используя (4-12), получаем

$$\Phi_{\vec{\beta}}(\vec{x}) = (\bar{x}_i - x_i)(\bar{x}_j - x_j)$$

или

$$\Phi_{\vec{\beta}}(\vec{x}) = (\bar{x}_i \bar{x}_j + x_i x_j) - (x_i \bar{x}_j + \bar{x}_i x_j).$$

В скобках последнего выражения заключены конъюнкции, соединенные знаком арифметического сложения. Такая сумма согласно

выражениям, приведенным в § 2-1, может соответствовать либо сложению по модулю два, либо дизъюнкция, поскольку произведение слагаемых равно нулю. Независимо от выбора логической операции после несложных преобразований получаем

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = \overline{(x_i \oplus x_j)} - (x_i \oplus x_j)$$

или

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = \overline{\varphi'_{\beta}(\vec{x})} - \varphi'_{\beta}(\vec{x}). \quad (4-13)$$

Предположим теперь, что формула (4-13) справедлива для функций, определяющие наборы которых содержат  $l-1$  единицу, и покажем, что она справедлива для функций с определяющими наборами, имеющими  $l$  единиц. Из определения функций Уолша следует, что функция  $\varphi_{\beta}(\vec{x})$ , у которой набор  $\beta$  имеет  $l$  единиц, может быть получена умножением  $\varphi_{\beta'}(\vec{x})$  с набором, содержащим  $l-1$  единицу, на функцию Радемахера с индексом, равным номеру  $l$ -го компонента набора  $\beta$ , который равен нулю в наборе  $\beta'$ :

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = \varphi_{\beta'}(\vec{x}) \varphi_j^*(\vec{x}).$$

Подставляя (4-12) и (4-13) в последнее выражение, получаем

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = (\overline{\varphi'_{\beta'}(\vec{x})} - \varphi'_{\beta'}(\vec{x})) (\overline{x_j} - x_j),$$

откуда после преобразований находим

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = \overline{(\varphi'_{\beta'}(\vec{x}) \oplus x_j)} - (\varphi'_{\beta'}(\vec{x}) \oplus x_j)$$

или

$$\varphi_{\beta}(\vec{x}) = \overline{\varphi'_{\beta}(\vec{x})} - \varphi'_{\beta}(\vec{x}). \quad (4-14)$$

Система функций Уолша является полной ортонормированной системой на отрезке  $[0, 1]$ , поэтому любую функцию  $F(X)$ , для которой существует интеграл от квадрата этой функции на отрезке  $[0, 1]$ , можно разложить в ряд Фурье по функциям Уолша:

$$F(\vec{x}) = \sum_{\beta} \varphi_{\beta}(\vec{x}) a_{\beta},$$

где сумма берется по всем наборам  $\beta$ .

Вводя другие обозначения для индексов  $s = s(\beta)$ , получаем ряд

$$F(\vec{x}) = \sum_{s=0}^{2^n-1} \varphi_s(\vec{x}) a_s, \quad (4-15)$$

который в дальнейшем будем называть рядом Уолша.

Для всякой функции  $F(X)$  с интегрируемым квадратом ряд Уолша (4-15) сходится к ней в среднем, причем коэффициенты ряда убывают с увеличением числа единиц в наборе  $\tilde{\beta}$  [33].

Пользуясь свойством ортогональности системы функций Уолша, нетрудно получить формулу для определения коэффициентов ряда

$$a_s = \frac{1}{2^n} \sum_{\tilde{\sigma}} \varphi_s(\tilde{x}) F(\tilde{\sigma}), \quad (4-16)$$

где сумма берется по всем наборам  $\tilde{\sigma}$ .

Заменяя в (4-15) функции Уолша переключательными функциями, получаем

$$F(\tilde{x}) = \sum_{s=0}^{2^n-1} (\bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) - \varphi'_s(\tilde{x})) a_s. \quad (4-17)$$

Коэффициенты ряда (4-17) могут иметь разные знаки, поэтому для моделирования этого ряда РП-схемами нужно так его преобразовать, чтобы все коэффициенты были положительными.

Пусть в разложении (4-17) из  $2^n$  коэффициентов  $s'$  коэффициентов положительны, а  $s''$  — отрицательны. При этом

$$F(\tilde{x}) = \pm a_0 + \sum_{s'} a_s (\bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) - \varphi'_s(\tilde{x})) - \sum_{s''} a_s (\bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) - \varphi'_s(\tilde{x})).$$

Раскрывая скобки и объединяя слагаемые с одинаковыми знаками, получаем

$$F(\tilde{x}) = \pm a_0 + \sum_{s'} a_s \bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) + \sum_{s''} a_s \varphi'_s(\tilde{x}) - \left( \sum_{s'} a_s \varphi'_s(\tilde{x}) + \sum_{s''} a_s \bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) \right).$$

Если представить переключательные функции, заключенные в скобки, в виде разности единицы и отрицания функции, то после преобразований получаем

$$F(\tilde{x}) = \pm a_0 - \sum_{s=0}^{2^n-1} a_s + 2 \sum_{s'} a_s \bar{\varphi}'_s(\tilde{x}) + 2 \sum_{s''} a_s \varphi'_s(\tilde{x}).$$

Это выражение может быть реализовано с помощью РП-схем только при условиях  $a_0 > 0$  и  $a_0 \geq \sum_{s=0}^{2^n-1} a_s$ . Если же эти условия не выполняются, то непосредственное моделирование ряда Уолша РП-схемами невозможно. Однако можно построить схему для функции  $Q(\tilde{x}) = F(\tilde{x}) + C$ , отличающейся от  $F(\tilde{x})$  на постоянную величину  $C$ . При этом значение  $C$  должно быть таким, чтобы выполнялось условие  $C \geq \left| a_0 - \sum_{s=0}^{2^n-1} a_s \right|$ .

В отличие от РП-схем, возможность построения пассивного делителя напряжения не зависит от соотношения между коэффи-

циентами ряда Уолша. Такой делитель может представлять собой, например, параллельную РП-схему с двухпозиционными переключателями, которые подключают резисторы либо к  $+U_{вх}$ , либо к  $-U_{вх}$ .

Из определения системы функций Уолша следует, что при фиксированном  $n$  существует  $2^n$  различных функций Уолша. Это означает, что в разложении (4-17) не может быть больше  $2^n$  членов и что соответствующее число резисторов в схеме не будет превышать  $2^n$ . Так как одна из функций Уолша является константой, то число переключателей, необходимое для построения схемы, оказывается на 1 меньше числа сопротивлений. Для того чтобы получить оценки сложности цифровой части преобразователя, рассмотрим способ построения схемы для системы переключательных функций  $\Phi'_n = \{\varphi'_s(\tilde{x})\}$ , с помощью которых могут быть получены все функции Уолша. При  $n = 1$  система  $\Phi'_1$  состоит из двух функций,  $\varphi'_0(\tilde{x}) = 0$  и  $\varphi'_1(\tilde{x}) = x_1$ . При  $n = 2$  в систему  $\Phi'_2$  входят четыре функции, две из которых получаются из функций системы  $\Phi'_1$  с помощью операции суммы по модулю два следующим образом:

$$\begin{aligned}\varphi'_0(\tilde{x}) &= 0, \\ \varphi'_1(\tilde{x}) &= x_1, \\ \varphi'_3(\tilde{x}) &= x_1 \oplus x_2, \\ \varphi'_2(\tilde{x}) &= x_2.\end{aligned}$$

Аналогично при  $n = 3$  систему  $\Phi'_3$  образуют восемь функций, половина из которых является функциями системы  $\Phi'_2$ , а другая половина образуется из первой с помощью операции суммы по модулю два:

$$\begin{aligned}\varphi'_0(\tilde{x}) &= 0, \\ \varphi'_4(\tilde{x}) &= x_1, \\ \varphi'_6(\tilde{x}) &= x_1 \oplus x_2, \\ \varphi'_2(\tilde{x}) &= x_2, \\ \varphi'_3(\tilde{x}) &= x_2 \oplus x_3, \\ \varphi'_7(\tilde{x}) &= x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \\ \varphi'_5(\tilde{x}) &= x_1 \oplus x_3, \\ \varphi'_1(\tilde{x}) &= x_3.\end{aligned}$$

Действуя описанным способом, построим систему функций  $\Phi'_n$ , которая включает в себя все функции системы  $\Phi'_{n-1}$  и  $2^{n-1}$  функций, получающихся путем сложения по модулю два функций системы  $\Phi_{n-1}$  с переменной  $x_n$ .

Рассмотренная процедура является основой для построения схемы, реализующей все функции системы  $\Phi'_n$ . Такая схема строится итеративным способом путем последовательного увеличения числа уровней: если уже построена схема  $P$  для системы  $\Phi'_{n-1}$ , то, присоединяя к каждому выходу этой схемы элемент, реализующий сумму по модулю два соответствующей функции и переменной  $x_n$ ,

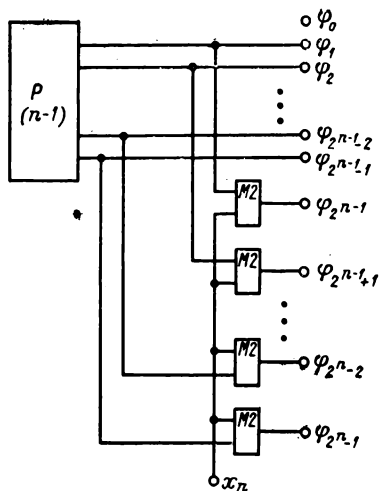


Рис. 4-5. Способ построения схемы, реализующей все функции системы  $\Phi'_n$

требуется две схемы конъюнкции и одна схема дизъюнкции с двумя входами, находим оценку сложности схемы для системы функций  $\Phi'_n$ :

$$L'(n) = 3(2^n - (n + 1)).$$

Для получения всех функций Уолша в схеме преобразователя из функций системы  $\Phi'_n$  необходимо к уже построенной схеме добавить  $2^n$  инверторов. Таким образом, окончательная оценка сложности цифровой части преобразователя, моделирующего ряд Уолша, имеет вид:

$$L(n) = 2^{n+2} - 3(n + 1).$$

Полученные оценки сложности справедливы для схем, использующих все члены ряда Уолша, что обеспечивает точное воспроиз-

получаем схему для всех функций системы  $\Phi'_n$ . Иллюстрация способа построения такой схемы приведена на рис. 4-5.

Подсчитаем число логических элементов, необходимое для построения цифровой части преобразователя, моделирующего ряд Уолша. Вначале найдем число сумматоров по модулю два  $L'(n)$ , необходимое для реализации всех функций системы  $\Phi'_n$ . Из схемы на рис. 4-5 следует, что это число

$$L'(n) = 2^{n-1} - 1 + L'(n-1),$$

откуда получаем

$$L'(n) = 2^{n-1} - 1 + 2^{n-2} - 1 + \dots$$

$$\dots + 2 + L'(2) = 2^n - (n + 1).$$

Учитывая, что для построения сумматора по модулю два тре-

ведение таблицы заданной функции  $F(X)$ . Если же задана точность воспроизведения функции, то, поскольку ряд Уолша сходится к  $F(X)$ , часть членов ряда, как правило, можно отбросить. В этом случае сложность аналоговой части схемы будет определяться числом коэффициентов, оставленных в разложении (4-15). Сложность цифровой части схемы будет зависеть не только от этого числа коэффициентов, но и от вида функций Уолша, соответствующих этим коэффициентам. Члены ряда, которые необходимо оставить в разложении (4-15), а также число членов ряда, необходимое для получения требуемой точности, зависит в первую очередь от характера аппроксимируемой функции  $F(X)$ . Поскольку ряд Уолша сходится к аппроксимируемой функции в среднем и коэффициенты его убывают, то для отыскания членов ряда, обеспечивающих требуемую погрешность аппроксимации  $\epsilon$ , необходимо производить многократный перебор всех коэффициентов с целью отыскания коэффициентов, наибольших по абсолютной величине. Расчет коэффициентов и построение ряда Уолша для воспроизведения заданной функции  $F(X)$  связан с большим объемом вычислительной работы. Существенно, что объем вычислительной работы сильно возрастает с увеличением числа разрядов кода. В связи с этим ниже описывается способ построения ряда Уолша с помощью универсальной ЦВМ.

Прежде чем перейти к описанию алгоритма определения коэффициентов и числа членов ряда Уолша, рассмотрим в качестве примера построение схемы, моделирующей этот ряд для функции  $F(X) = \sin X$ , заданной на отрезке  $[0, \pi/2]$ , для аргумента, представленного в виде четырехразрядного двоичного кода  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Требуемая точность воспроизведения заданной функции  $\epsilon \leq 0,06$ .

Для аппроксимации заданной функции с требуемой точностью необходимо использовать ряд Уолша, состоящий из семи членов:

$$\sin(hx) = a'_0 - a'_8 \varphi'_8(\vec{x}) - a'_4 \varphi'_4(\vec{x}) - a'_2 \varphi'_2(\vec{x}) - \\ - a'_{12} \varphi'_{12}(\vec{x}) - a'_1 \varphi'_1(\vec{x}) - a'_{10} \varphi'_{10}(\vec{x}),$$

где коэффициенты ряда  $a'_i = |a_i|$ .

Заменяя в последнем выражении функции Уолша переключаемыми функциями согласно соотношению (4-13) и представляя инверсии переключаемых функций в виде  $\bar{\varphi}_s(\vec{x}) = 1 - \varphi_s(\vec{x})$ , после приведения подобных членов получаем:

$$\sin(hx) = a'_0 - (a'_8 + a'_4 + a'_2 + a'_{12} + a'_1 + a'_{10}) + 2a'_8 \varphi'_8(\vec{x}) + \\ + 2a'_4 \varphi'_4(\vec{x}) + 2a'_2 \varphi'_2(\vec{x}) + 2a'_{12} \varphi'_{12}(\vec{x}) + 2a'_1 \varphi'_1(\vec{x}) + 2a'_{10} \varphi'_{10}(\vec{x}).$$

Это выражение может быть реализовано в виде параллельной РП-схемы, поскольку разность  $a'_0$  и суммы остальных коэффициентов ряда положительна.

Параметры резисторов в схеме, моделирующей ряд Уолша ( $m_Y = 10^3 \text{ ом}$ )

| $s$                   | 0                    | 1                     | 2                     | 4                      | 8                      | 10                    | 12                     |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| $a'_s$                | 0,6275               | 0,0329                | 0,0660                | 0,1334                 | 0,2794                 | 0,0294                | 0,0594                 |
| $a''_s$               | 0,0270               | 0,0658                | 0,1320                | 0,2668                 | 0,5588                 | 0,0588                | 0,1188                 |
| $\varphi'_s(\vec{x})$ | 1                    | $x_4$                 | $x_3$                 | $x_2$                  | $x_1$                  | $x_1 \oplus x_3$      | $x_1 \oplus x_2$       |
| $y_s, 1/\text{ом}$    | $0,27 \cdot 10^{-4}$ | $0,658 \cdot 10^{-4}$ | $0,132 \cdot 10^{-3}$ | $0,2668 \cdot 10^{-3}$ | $0,5588 \cdot 10^{-3}$ | $0,588 \cdot 10^{-4}$ | $0,1188 \cdot 10^{-3}$ |
| $r_s, \text{ом}$      | 37037                | 15198                 | 7576                  | 3748                   | 1790                   | 17007                 | 8418                   |

Выбирая масштабный коэффициент для проводимостей РП-схемы  $m_Y = F_{\max}/Y_{\max} = 10^3 \text{ ом}$ , найдем проводимости резисторов, входящих в схему. Эти значения, а также переключательные функции, необходимые для построения ряда Уолша, приведены в табл. 4-1. Схемы функциональных преобразователей кода в проводимость и кода в напряжение, построенные по этой таблице, изображены на рис. 4-6.

Исходными данными для программы построения ряда Уолша являются число разрядов кода  $n$ , погрешность аппроксимации  $\epsilon$  и таблица значений функции  $F(X)$ . Если для функции  $F(X)$  имеется стандартная подпрограмма, то таблица значений функции может быть получена в памяти машины.

Результатом решения задачи являются коэффициенты ряда Уолша, обеспечивающие аппроксимацию  $F(X)$  с заданной погрешностью, и их индексы. Аналитическая запись функций Уолша однозначно восстанавливается по индексу функции, поэтому такой набор выходных данных позволяет построить требуемый ряд Уолша и соответствующую ему схему преобразователя.

Рассмотрим способ определения коэффициентов ряда Уолша, обеспечивающий получение погрешности, не превышающей заданную максимальную погрешность аппроксимации  $\epsilon$ .

Обозначим  $\epsilon_i(\vec{x})$  таблицу погрешностей, получаемую при аппроксимации функции  $F(X)$  рядом Уолша, состоящим из  $i+1$  членов, причем члены этого ряда соответствуют наибольшим по абсолютной величине коэффициентам:

$$\epsilon_i(\vec{x}) = F(X) - \sum a_s \varphi_s(\vec{x}).$$



Если коэффициенты Уолша расположены в порядке убывания абсолютных величин, то по таблице  $\epsilon_{i-1}(\tilde{x})$  можно построить таблицу  $\epsilon_i(\tilde{x})$  следующим образом:

$$\epsilon_i(\tilde{x}) = \epsilon_{i-1}(\tilde{x}) - a_s \varphi_s(\tilde{x}),$$

где  $a_s$  —  $(i + 1)$ -й по порядку коэффициент в упорядоченном списке.

Если теперь при каждом вычислении таблицы  $\epsilon_i(\tilde{x})$  для  $i = 0, 1, 2, \dots, m$  производить сравнение всех значений таблицы с  $\epsilon$ , то первая таблица  $\epsilon_i(\tilde{x})$ , в которой ни одно значение не будет превышать  $\epsilon$ , будет гарантировать наименьшее число членов ряда Уолша.

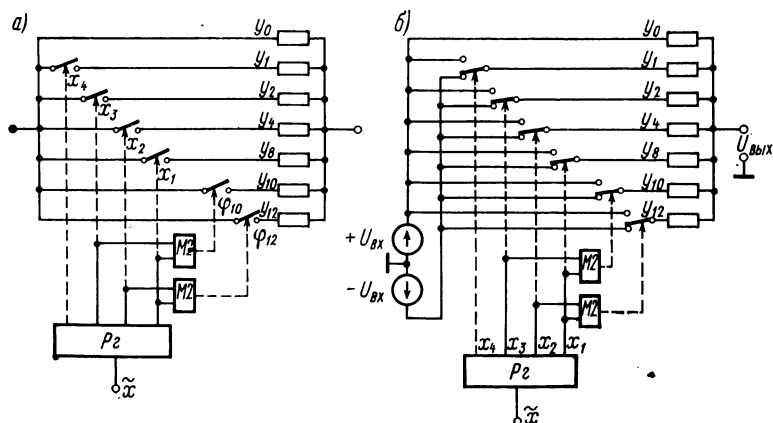


Рис. 4-6. Схемы преобразователей кода в проводимость (а) и кода в напряжение (б), моделирующие ряд Уолша

Остановимся на вычислении значений функций Уолша в машине. Значение функции Уолша с индексом  $\tilde{\beta}(s)$  на наборе  $\tilde{\sigma}$  находится в три этапа. Вначале над векторами  $\tilde{\beta}$  и  $\tilde{\sigma}$  производится операция поразрядного логического умножения:

$$\tilde{\beta} \wedge \tilde{\sigma} = \tilde{x}.$$

Эта операция выявляет значения разрядов набора  $\tilde{\sigma}$ , от которых функция  $\varphi_{\tilde{\beta}}(\tilde{x})$  зависит существенно. На втором этапе подсчитывается число единиц вектора  $\tilde{x}$ , который был получен в результате логического умножения. Последний этап состоит в определении четности числа единиц вектора  $\tilde{x}$ . Если число единиц в  $\tilde{x}$  четно, то значение функции Уолша принимается  $+1$ , если же нечетно, то  $-1$ .

Таблица 4-2

Функции и коэффициенты ряда Уолша,  
 аппроксимирующего  $\sin X$ ;  $X \in [0; \pi/2]$

| Номер<br>$s$ | $\varphi_s(\tilde{x})$      | $a_s$    | Погреш-<br>ность,<br>% |
|--------------|-----------------------------|----------|------------------------|
| 0            | 1                           | +0,63608 | 64                     |
| 128          | $x_1$                       | -0,26462 | 37                     |
| 64           | $x_2$                       | -0,12703 | 24                     |
| 32           | $x_3$                       | -0,06290 | 18                     |
| 192          | $x_1 \oplus x_2$            | -0,05285 | 13                     |
| 16           | $x_4$                       | -0,03137 | 9,7                    |
| 160          | $x_1 \oplus x_3$            | -0,02617 | 7,1                    |
| 8            | $x_5$                       | -0,01568 | 6,0                    |
| 144          | $x_1 \oplus x_4$            | -0,01305 | 4,6                    |
| 96           | $x_2 \oplus x_3$            | -0,01256 | 4,0                    |
| 4            | $x_6$                       | -0,00784 | 4,1                    |
| 136          | $x_1 \oplus x_5$            | -0,00652 | 3,4                    |
| 80           | $x_2 \oplus x_4$            | -0,00627 | 2,8                    |
| 224          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ | +0,00523 | 2,3                    |
| 2            | $x_7$                       | -0,00392 | 2,7                    |
| 132          | $x_1 \oplus x_6$            | -0,00326 | 2,4                    |
| 72           | $x_2 \oplus x_5$            | -0,00313 | 2,0                    |
| 48           | $x_3 \oplus x_4$            | -0,00310 | 1,7                    |
| 208          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$ | +0,00261 | 1,5                    |
| 1            | $x_8$                       | -0,00196 | 1,7                    |
| 130          | $x_1 \oplus x_7$            | -0,00163 | 1,5                    |
| 68           | $x_2 \oplus x_6$            | -0,00157 | 1,4                    |
| 40           | $x_3 \oplus x_5$            | -0,00155 | 1,2                    |
| 200          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_5$ | +0,00130 | 1,1                    |
| 176          | $x_1 \oplus x_3 \oplus x_4$ | +0,00129 | 0,93                   |
| 129          | $x_1 \oplus x_8$            | -0,00082 | 0,85                   |
| 66           | $x_2 \oplus x_7$            | -0,00078 | 0,77                   |
| 36           | $x_3 \oplus x_6$            | -0,00077 | 0,70                   |
| 24           | $x_4 \oplus x_5$            | -0,00077 | 0,62                   |
| 196          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_6$ | +0,00065 | 0,55                   |
| 168          | $x_1 \oplus x_3 \oplus x_5$ | +0,00064 | 0,49                   |
| 112          | $x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$ | +0,00062 | 0,43                   |
| 65           | $x_2 \oplus x_8$            | -0,00039 | 0,39                   |
| 34           | $x_3 \oplus x_7$            | -0,00039 | 0,35                   |
| 20           | $x_1 \oplus x_6$            | -0,00039 | 0,31                   |
| 194          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_7$ | +0,00033 | 0,28                   |
| 164          | $x_1 \oplus x_3 \oplus x_6$ | +0,00032 | 0,24                   |
| 152          | $x_1 \oplus x_4 \oplus x_5$ | +0,00032 | 0,21                   |
| 104          | $x_2 \oplus x_3 \oplus x_5$ | +0,00031 | 0,21                   |

| Номер<br>$s$ | $\varphi_s(\tilde{x})$                 | $a_s$     | Погреш-<br>ность,<br>% |
|--------------|--|-----------|------------------------|
| 240          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$ | + 0,00026 | 0,21                   |
| 33           | $x_3 \oplus x_8$                       | - 0,00019 | 0,19                   |
| 18           | $x_4 \oplus x_7$                       | - 0,00019 | 0,18                   |
| 12           | $x_5 \oplus x_6$                       | - 0,00019 | 0,19                   |
| 193          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_8$            | + 0,00016 | 0,17                   |
| 162          | $x_1 \oplus x_3 \oplus x_7$            | + 0,00016 | 0,16                   |
| 148          | $x_1 \oplus x_4 \oplus x_6$            | + 0,00016 | 0,14                   |
| 100          | $x_2 \oplus x_3 \oplus x_8$            | + 0,00015 | 0,13                   |
| 88           | $x_2 \oplus x_4 \oplus x_5$            | + 0,00015 | 0,11                   |
| 232          | $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_5$ | + 0,00013 | 0,10                   |

Таблица 4-3

Число модулей, необходимое для реализации функций Уолша

| $F(X)$   | Погрешность аппроксимации, % |     |     |     |     |     |
|--|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|  | 5                            | 2   | 1   | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X$ ;<br>$X \in [0; \pi/2]$                                     | 3                            | 7   | 13  | 18  | 27  | 35  |
| $\ln X$ ;<br>$X \in [1; 10]$   | 4                            | 10  | 17  | 27  | 47  | 66  |
| $\arccos X$ ;<br>$X \in [0; 1]$                                      | 58                           | 87  | 141 | 177 | 203 | 212 |
| $e^X$ ;<br>$X \in [0; 2,3026]$                                       | 6                            | 13  | 19  | 29  | 44  | 56  |
| $\operatorname{tg} X$ ;<br>$X \in [0; 1,4835]$                       | 69                           | 110 | 146 | 177 | 211 | 229 |
| $1/\sqrt{X}$ ;<br>$X \in [1; 10]$                                    | 19                           | 42  | 65  | 92  | 127 | 156 |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2$ ;<br>$X \in [-2; 2]$                             | 47                           | 76  | 97  | 118 | 144 | 160 |
| $41,5(1 - \cos 0,235X) +$<br>$+ 23(1 - \cos X)$ ;<br>$X \in [0; 20]$ | 23                           | 61  | 83  | 100 | 153 | 171 |
| $\sin X/X$ ;<br>$X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$                    | 13                           | 31  | 46  | 62  | 87  | 112 |

Число членов ряда Уолша

| $F(X)$   | Погрешность аппроксимации, % |     |     |     |     |     |
|--|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|  | 5                            | 2   | 1   | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X;$<br>$X \in [0; \pi/2]$                                    | 9                            | 18  | 25  | 31  | 41  | 49  |
| $\ln X;$<br>$X \in [1; 10]$  | 24                           | 43  | 61  | 81  | 111 | 134 |
| $\arccos X;$<br>$X \in [0; 1]$                                     | 65                           | 142 | 188 | 219 | 240 | 247 |
| $e^X;$<br>$X \in [0; 2,3026]$                                      | 14                           | 24  | 32  | 42  | 57  | 69  |
| $\operatorname{tg} X;$<br>$X \in [0; 1,4835]$                      | 77                           | 117 | 147 | 173 | 201 | 216 |
| $1/\sqrt{X};$<br>$X \in [1; 10]$                                   | 29                           | 53  | 75  | 99  | 130 | 154 |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2;$<br>$X \in [-2; 2]$                            | 56                           | 83  | 102 | 121 | 143 | 157 |
| $41,5(1 - \cos 0,235X) +$<br>$+23(1 - \cos X);$<br>$X \in [0; 20]$ | 30                           | 67  | 88  | 102 | 148 | 165 |
| $\sin; X/X;$<br>$X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$                  | 21                           | 41  | 55  | 70  | 92  | 115 |

Описанный способ легко реализуется с помощью команд универсальных ЦВМ. Однако конкретная его реализация определяется системой команд используемой машины.

Для того чтобы описать способ вычисления функций Уолша на языке АЛГОЛ-60, необходимо внести некоторые изменения в рассмотренную процедуру, поскольку в этом языке отсутствуют поразрядные логические операции над кодами. В программе на языке АЛГОЛ (см. § 11-2) индекс  $s$  и набор  $\sigma$  представлены в виде десятичных чисел, поэтому вначале необходимо перевести эти числа в двоичную систему счисления. Выполняя перевод путем последовательного вычитания степеней двойки, получаем значения двоичных цифр. Значение функции Уолша, так же как и в предыдущем случае, определяется в зависимости от четности числа совпадений единиц соответствующих разрядов в двоичном представлении чисел  $s$  и  $j$  ( $\sigma$ ).

Полная программа построения ряда Уолша, записанная на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60, приведена в § 11-2. С помощью этой программы были получены результаты, приведенные в табл. 4-2 — 4-4.

В табл. 4-2 приведены значения коэффициентов ряда для функций  $\sin X$  и соответствующих им функций Уолша. Коэффициенты ряда расположены в порядке убывания их абсолютных величин. В последнем столбце этих таблиц приведены значения погрешностей, которые получаются при добавлении члена ряда, соответствующего рассматриваемой строке, к ряду, построенному из коэффициентов, расположенных в таблице выше этой строки.

Данные, собранные в табл. 4-3, характеризуют сложность цифровой части преобразователей, моделирующих ряд Уолша. В этой таблице приведено число модулей системы «Логика-2», необходимое для построения схемы, реализующей функции Уолша, при различных значениях погрешности аппроксимации.

Результаты, содержащиеся в табл. 4-4, показывают, какое число членов ряда Уолша необходимо для аппроксимации различных функций в зависимости от заданной точности.

При выполнении всех расчетов предполагалось, что аргумент функций задан в виде восьмиразрядного двоичного кода.

#### 4-5. Схемы СА, моделирующие ряд Хаара

Разновидность ступенчатых функций Хаара [25], используемых для построения цифро-аналоговых функциональных преобразователей, определяется на множестве точек, задаваемых значениями двоичного кода  $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , и состоит из  $2^n$  функций, из которых одна является константой,  $\lambda_1 = 1$ , а остальные функции системы  $\Lambda = \{\lambda_{ij}\}$  являются трехзначными функциями, принимающими значения  $+1, 0, -1$ .

Эта система функций является ортогональной, поэтому любая функция с интегрируемым квадратом может быть разложена в ряд по функциям Хаара:

$$F(X) = a_1 \lambda_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} \lambda_{ij}, \quad (4-18)$$

где  $a_1$  и  $a_{ij}$  — коэффициенты ряда.

В последнем выражении двойную нумерацию членов можно заменить обычной с одним индексом  $s = 2^{i-1} + j$ .

Функции Хаара удобно строить группами. В каждую группу входят все функции с одинаковым номером  $i$ . Все функции в группе с номером  $i \geq 2$  принимают значения, отличные от нуля, на множестве, состоящем из  $l_i = 2^{n-i}$  точек, определяемых соседними значениями кода. Номер первой точки каждого такого множества  $x'_{ij} = l_i (j-1)$ . Разобьем каждое такое множество на два подмно-

жества, таким образом, что в первое подмножество войдут  $2^{i-1}$  соседних точек, соответствующих меньшим значениям кода, а во второе подмножество,  $2^{n-i-1}$  соседних точек, соответствующих большим значениям кода. Первая точка первого такого подмножества совпадает с  $x'_{ij}$ , а первая точка второго подмножества — с  $x''_{ij} = x'_{ij} + l_i/2$ . Каждая функция Хаара в рассматриваемой группе принимает значение  $+1$  в каждой точке первого подмножества и значение  $-1$  в каждой точке второго подмножества.

Напомним, что каждое значение кода определяет элементарную конъюнкцию, состоящую из  $n$  переменных  $K_{\vec{\sigma}}(\vec{x}) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n}$ . Множество из двух значений кода, отличающихся единицей последнего разряда, определяет конъюнкцию  $(n-1)$ -й переменной

$$x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_{n-1}^{\sigma_{n-1}}.$$

В общем случае множеству, состоящему из  $2^{n-1}$  значений кода, отличающихся значениями переменных  $x_i, x_{i+1}, \dots, x_n$ , соответствует конъюнкция, построенная из  $i-1$  переменных

$$K_{\vec{\sigma}}(\vec{x}) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_{i-1}^{\sigma_{i-1}}.$$

Если знаки инверсий в такой конъюнкции расставить в соответствии с набором  $\vec{\alpha}(j-1) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{i-1})$ , который построен по индексу  $j$  функции Хаара  $\lambda_{ij}$ , то получим конъюнкцию

$$K_{\vec{\alpha}}(\vec{x}) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_{i-1}^{\alpha_{i-1}},$$

которая обращается в единицу только на тех значениях кода, на которых функция  $\lambda_{ij}$  отлична от нуля.

При этом подмножество, соответствующее положительным значениям функции, определяется конъюнкцией

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_{i-1}^{\alpha_{i-1}},$$

а подмножество, соответствующее отрицательным значениям функции, — конъюнкцией

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_{i-1}^{\alpha_{i-1}} x_i.$$

Используя эти конъюнкции, функцию Хаара можно представить в виде:

$$\lambda_{ij} = K_{\vec{\alpha}}(\vec{x}) (\bar{x}_i - x_i). \quad (4-19)$$

Последнее выражение является аналитической записью функции Хаара. Эта запись легко восстанавливается по индексам заданной функции: номер группы  $i$  определяет число переменных в конъюнкции, расположенной перед скобкой, и номер переменной, используемой в скобках, а вектор значений, построенный по

номеру  $j$ , определяет расстановку знаков отрицания над переменными, входящими в конъюнкцию.

В качестве примера в табл. 4-5 приведены все функции Хаара трех переменных и их значения на каждом наборе кода.

Таблица 4-5

Функции Хаара

| $i$ | $j$ | $s$ | $\lambda_{ij}$                        | $x$ |     |     |     |     |     |     |     |    |
|-----|-----|-----|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
|     |     |     |                                       | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |    |
| —   | —   | 1   | 1                                     | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1  |
| 1   | 1   | 2   | $\bar{x}_1 - x_1$                     | 1   | 1   | 1   | 1   | -1  | -1  | -1  | -1  | -1 |
| 2   | 1   | 3   | $\bar{x}_1(\bar{x}_1 - x_2)$          | 1   | 1   | -1  | -1  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  |
| 2   | 2   | 4   | $x_1(\bar{x}_2 - x_2)$                | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | -1  | -1  | -1 |
| 3   | 1   | 5   | $\bar{x}_1\bar{x}_2(\bar{x}_3 - x_3)$ | 1   | -1  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  |
| 3   | 2   | 6   | $\bar{x}_1x_2(\bar{x}_3 - x_3)$       | 0   | 0   | 1   | -1  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  |
| 3   | 3   | 7   | $x_1\bar{x}_2(\bar{x}_3 - x_3)$       | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | -1  | 0   | 0   | 0  |
| 3   | 4   | 8   | $x_1x_2(\bar{x}_3 - x_3)$             | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | -1  | -1 |

Используя свойство ортогональности функций Хаара, нетрудно построить формулы для вычисления коэффициентов ряда:

$$a_1 = \frac{1}{2^n} \sum_{x=0}^{2^n-1} F(x), \quad (4-20)$$

$$a_{11} = \frac{1}{2^n} \left[ \sum_{x=0}^{2^n-1} F(x) - \sum_{x=2^{n-1}}^{2^n-1} F(x) \right]. \quad (4-21)$$

Для всех  $i \geq 2$  имеем

$$a_{ij} = \frac{1}{2^{n-i}} \left[ \sum_{x=x'_{ij}}^{x''_{ij}-1} F(x) - \sum_{x=x''_{ij}}^{x'_{ij+1}-1} F(x) \right], \quad (4-22)$$

где  $x'_{ij} = l_i(j-1)$ ,  $x''_{ij} = x'_{ij} + l_i/2$ .

Приведенные формулы удобны для определения коэффициентов, поскольку они позволяют осуществить вычисление путем суммирования значений заданной функции в указанных границах, которые определяются по индексам коэффициента, без вычисления функций Хаара.

Перейдем теперь к анализу схем преобразователей, моделирующих ряд (4-18). Вначале рассмотрим построение схем, осуществляющих преобразование кода в проводимость. Такие схемы удобно строить группами, включая в каждую группу члены ряда с одинаковыми значениями индексов  $i$ . Структурная схема подобного преобразователя приведена на рис. 4-7, а. Согласно описанному способу построения функций Хаара все функции, входящие в одну

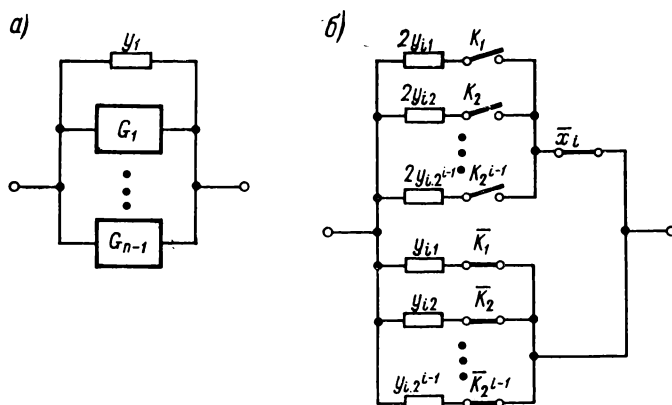


Рис. 4-7. Структурная схема преобразования кода в проводимость, реализующая ряд Хаара (а), и один блок такой схемы (б)

группу с номером  $i$ , имеют одинаковый множитель  $\bar{x}_i - x_i$ , поэтому члены ряда, соответствующие этой группе, можно записать так:

$$G_i = (\bar{x}_i - x_i) \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}). \quad (4-23)$$

Разбивая сумму на две части и заменяя переменную  $x_i$  разностью  $1 - \bar{x}_i$ , получаем

$$G_i = \bar{x}_i \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) - (1 - \bar{x}_i) \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}),$$

откуда после преобразований имеем

$$G_i = \bar{x}_i \cdot 2 \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) - \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}).$$



Чтобы избавиться от знака вычитания, представим каждую конъюнкцию в последнем выражении в виде разности

$$G_i = \bar{x}_i \cdot 2 \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) - \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} (1 - \bar{K}_{\bar{\alpha}}(\tilde{x})).$$

Преобразуя полученное выражение, находим

$$G_i = \bar{x}_i \cdot 2 \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) + \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} \bar{K}_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) - \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij}. \quad (4-24)$$

Используя представление группы членов ряда с одинаковым индексом  $i$ , перепишем формулу (4-18) в следующем виде:

$$F(x) = a_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{x}_i \sum_{j=1}^{2^{i-1}} 2a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) + \\ + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}).$$

Последнее выражение может быть реализовано в виде РП-схемы только при условии

$$a_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} \geq 0.$$

Если же это условие не выполняется, то можно построить схему из резисторов и переключателей для функции  $Q(\tilde{x}) = F(\tilde{x}) + C$ , где величина  $C$  находится из неравенства

$$\left| a_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{2^{i-1}} a_{ij} \right| \leq C.$$

Согласно формуле (4-24) каждый блок схемы преобразователя, соответствующий группе  $G_i$ , должен состоять из двух цепочек проводимостей. Параметр каждого резистора первой цепочки должен в два раза превышать параметр соответствующего резистора второй цепочки. Структурная схема блока для группы  $G_i$  приведена на рис. 4-7, б.

Заметим, что способ построения блока, изображенный на этом рисунке, не является единственным. Например, можно построить схему без общего переключателя, управляемого переменной  $\bar{x}_i$ . В такой схеме умножение на переменную  $\bar{x}_i$  должно быть реализовано в цифровой части схемы путем построения конъюнкций  $K_{\bar{\alpha}}(\tilde{x}) \bar{x}_i$ .

Для синтеза пассивного делителя напряжения, реализующего ряд Хаара, воспользуемся способом построения делителей, реализующих  $k$ -значные функции, описанным в § 3-3. Согласно этому способу каждому члену ряда (4-18) ставится в соответствие рези-

стор, параметр которого выбирается пропорциональным коэффициенту ряда  $a_{ij}$ , и три переключателя, осуществляющие подключение резистора к  $+U_{вх}$ , 0 либо к  $-U_{вх}$ . Фрагмент такого пассивного делителя, соответствующего одному члену ряда, приведен на рис. 4-8, а.

Схема пассивного делителя, использующего только двухпозиционные переключатели, может быть получена путем реализации каждой группы членов ряда с одинаковым номером  $i$  отдельно. В такой схеме согласно формуле (4-23) каждой группе  $G_i$  должен соответствовать делитель, реализующий сумму произведений коэффициентов ряда и переключательных функций, аналоговый вход ко-

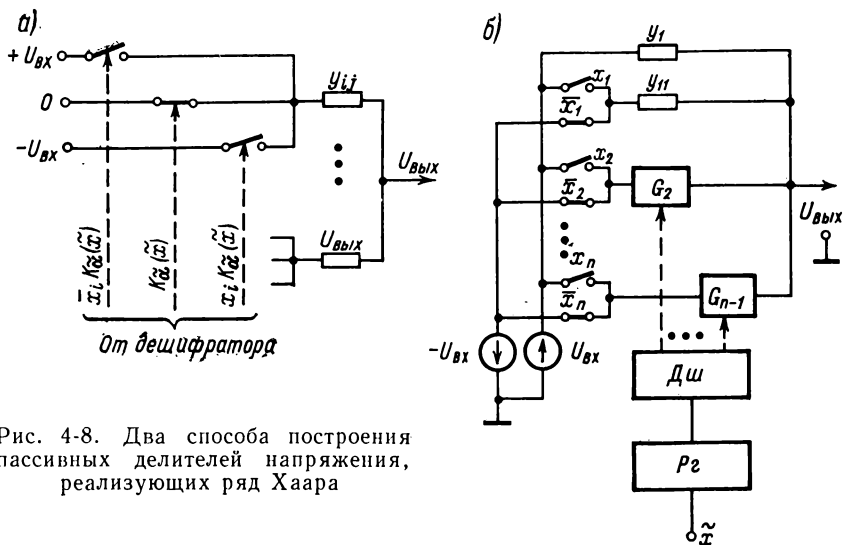


Рис. 4-8. Два способа построения пассивных делителей напряжения, реализующих ряд Хаара

торого в зависимости от значения переменной  $x_i$  подключается к напряжению  $+U_{вх}$  или  $-U_{вх}$ . Структурная схема такого делителя изображена на рис. 4-8, б.

Необходимо отметить, что для реализации всех функций Хаара требуется схема, вырабатывающая одновременно все элементарные конъюнкции, зависящие от  $i \leq n$  переменных. Такой схемой является пирамидальный дешифратор, построенный из схем И с двумя входами. Сложность такого дешифратора  $L(n) = 2^{n+1} - 4$ , по существу, определяет сложность цифровой части схемы СА, моделирующего ряд Хаара.

Ряд Хаара, составленный из  $2^n$  членов при фиксированном значении  $n$ , обеспечивает теоретически точное воспроизведение значений заданной функции. Если же задана погрешность аппроксимации  $\epsilon$ , то, поскольку ряд сходится в среднем, некоторые члены ряда можно отбросить. Для монотонных функций коэффициенты ряда Хаара убывают с увеличением номера  $i$ . При этом наимень-

шим по абсолютной величине коэффициентам соответствуют функции Хаара, требующие наибольшего числа логических элементов для их реализации, поэтому для монотонных функций можно ожидать, что реальная сложность схем преобразователей будет значительно ниже, чем сложность схемы для полного ряда.

В качестве примера рассмотрим построение ряда Хаара и схемы, реализующей этот ряд, для функции  $\sin X$ , заданной на отрезке  $[0; \pi/2]$ , при условии, что аргумент представлен в виде четырехразрядного двоичного кода  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , а максимальная погрешность аппроксимации  $\varepsilon$  не должна превышать 0,17.

Для воспроизведения функции  $\sin X$  с заданной погрешностью аппроксимации достаточно использовать ряд Хаара из трех членов:

$$\sin(hx) = a'_1 - a'_{11}(\bar{x}_1 - x_1) - a'_{21}(\bar{x}_2 - x_2)\bar{x}_1,$$

где  $a'_1$ ,  $a'_{11}$  и  $a'_{21}$  — абсолютные значения соответствующих коэффициентов ряда.

Раскрывая скобки и преобразуя последовательно отрицательные слагаемые, получаем:

$$\sin(hx) = (a'_1 - a'_{11} - a'_{21}) + 2a'_{21}\bar{x}_1x_2 + (2a_{11} + a_{21})x_1.$$

Последнее выражение может быть реализовано в виде РП-схемы, поскольку  $a'_1 - a'_{11} - a'_{21} > 0$ . Выбирая масштабный коэффициент для проводимостей  $m_Y = F_{\max}/Y_{\max} = 10^3 \text{ ом}$ , найдем проводимости резисторов, используемых в схеме. Значения коэффициентов ряда, соответствующие им сопротивления и переключательные функции приведены в табл. 4-6. Схема функционального преобразователя кода в проводимость, построенная по этой таблице, изображена на рис. 4-9.

Таблица 4-6

Величины резисторов в схеме, моделирующей ряд Хаара  
( $m_Y = 10^3 \text{ ом}$ )

| $i, j$                | $i = 1$                | $i = 1, j = 1$         | $i = 2, j = 1$         |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $a'_{ij}$             | 0,6275                 | 0,2794                 | 0,1928                 |
| $a''_{ij}$            | 0,1553                 | 0,7516                 | 0,3856                 |
| $y_{ij}, 1/\text{ом}$ | $0,1553 \cdot 10^{-3}$ | $0,7516 \cdot 10^{-3}$ | $0,3856 \cdot 10^{-3}$ |
| $r_{ij}, \text{ом}$   | 6439                   | 1330                   | 2593                   |

Несмотря на то, что формулы для определения коэффициентов ряда Хаара достаточно просты, расчет коэффициентов связан с большим объемом вычислительной работы. Объем работы сильно возрастает с увеличением числа разрядов кода и требуемой точности воспроизведения функции, поэтому для построения ряда Хаара была составлена приводимая в § 11-2 программа на языке АЛГОЛ. В программе для построения ряда применяется способ, использованный при построении ряда Уолша и описанный в § 4-3. С помощью этой программы были получены результаты, приведенные в табл. 4-7 — 4-9.

В табл. 4-7 приведены значения коэффициентов ряда для функций  $\sin X$  и соответствующие им функции Хаара. Коэффициенты ряда расположены в порядке убывания их абсолютных величин. В последнем столбце этих таблиц приведены значения погрешностей, которые получаются при добавлении члена ряда, соответствующего рассматриваемой строке, к ряду, построенному из коэффициентов, расположенных в таблице выше этой строки.

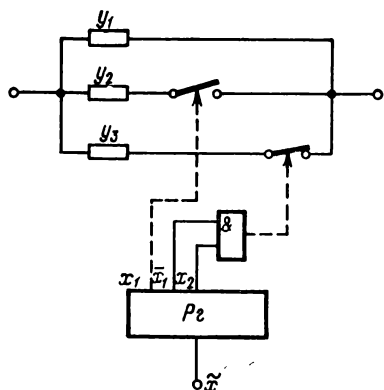


Рис. 4-9. Управляемая проводимость, изменяющаяся пропорционально  $\sin x$  и построенная по ряду Хаара

Данные, собранные в табл. 4-8, характеризуют сложность цифровой части преобразователей, моделирующих ряд Хаара. В этой таблице приведено число модулей системы логических элементов «Логика-2», необходимое для построения схемы, реализующей функции Хаара, при различных значениях погрешности аппроксимации.

Результаты, содержащиеся в табл. 4-9, показывают, какое число членов ряда Хаара необходимо для аппроксимации различных функций в зависимости от заданной погрешности.

При выполнении всех расчетов предполагалось, что аргумент функции задан в виде восьмиразрядного двоичного кода.

Сравнивая данные таблиц для ряда Хаара с соответствующими данными для ряда Уолша, можно сделать вывод, что для монотонных функций ряд Хаара сходится медленнее ряда Уолша.

В заключение отметим, что сложность ступенчатых аппроксиматоров сильно возрастает с увеличением числа разрядов преобразуемого кода  $n$  и с уменьшением погрешности  $\epsilon$ . Последнее обстоятельство позволяет сделать вывод, что в общем случае применение таких схем целесообразно для воспроизведения функций с малой точностью или для получения небольшого числа значений заданной функции с высокой точностью.

Таблица 4-7

Функции и коэффициенты ряда Хаара, аппроксимирующего  
 $\sin X; X \in [0; \pi/2]$

| $i$ | $j$ | $\lambda_{ij}(\bar{x})$                              | $a_{ij}$ | Погрешность,<br>% |
|-----|-----|--|----------|-------------------|
| —   | 1   | 1  | +0,63608 | 63,6              |
| 1   | 1   | $\bar{x}_1 - x_1$                                    | -0,26462 | 37,1              |
| 2   | 1   | $\bar{x}_1(\bar{x}_2 - x_2)$                         | -0,17988 | 19,2              |
| 3   | 1   | $\bar{x}_1\bar{x}_2(\bar{x}_3 - x_3)$                | -0,09640 | 19,1              |
| 3   | 2   | $\bar{x}_1x_2(\bar{x}_3 - x_3)$                      | -0,08173 | 19,1              |
| 2   | 2   | $x_1(\bar{x}_2 - x_2)$                               | -0,07419 | 11,7              |
| 3   | 3   | $x_1x_2(\bar{x}_3 - x_3)$                            | -0,05452 | 9,52              |
| 4   | 1   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3(\bar{x}_4 - x_4)$       | -0,04902 | 9,21              |
| 4   | 2   | $\bar{x}_1\bar{x}_2x_3(\bar{x}_4 - x_4)$             | -0,04715 | 8,55              |
| 4   | 3   | $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3(\bar{x}_4 - x_4)$             | -0,04345 | 7,56              |
| 4   | 4   | $\bar{x}_1x_2x_3(\bar{x}_4 - x_4)$                   | -0,03808 | 6,27              |
| 4   | 5   | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3(\bar{x}_4 - x_4)$             | -0,03122 | 4,93              |
| 5   | 1   | $\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$          | -0,02461 | 4,93              |
| 5   | 2   | $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$          | -0,02438 | 4,93              |
| 5   | 3   | $\bar{x}_1x_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,02391 | 4,93              |
| 5   | 4   | $x_1\bar{x}_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,02391 | 4,93              |
| 4   | 6   | $x_1\bar{x}_2x_3(\bar{x}_4 - x_4)$                   | -0,02316 | 4,93              |
| 5   | 5   | $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$          | -0,02228 | 4,93              |
| 5   | 6   | $\bar{x}_1x_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,02114 | 4,93              |
| 5   | 7   | $x_1x_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                      | -0,01980 | 4,93              |
| 3   | 4   | $x_1x_2(\bar{x}_3 - x_3)$                            | -0,01894 | 3,47              |
| 5   | 8   | $\bar{x}_1x_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,01826 | 3,15              |
| 5   | 9   | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$          | -0,01654 | 3,03              |
| 5   | 10  | $x_1\bar{x}_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,01466 | 3,03              |
| 4   | 7   | $x_1x_2x_3(\bar{x}_4 - x_4)$                         | -0,01420 | 2,43              |
| 5   | 11  | $x_1\bar{x}_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                | -0,01264 | 2,16              |
| 6   | 1   | $\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$       | -0,01232 | 2,15              |
| 6   | 2   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$ | -0,01229 | 2,14              |
| 6   | 3   | $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$       | -0,01223 | 2,13              |
| 6   | 4   | $\bar{x}_1x_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$             | -0,01214 | 2,11              |
| 6   | 5   | $x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$             | -0,01203 | 2,08              |
| 6   | 6   | $\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$       | -0,01188 | 2,05              |
| 6   | 7   | $\bar{x}_1x_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$             | -0,01170 | 2,03              |
| 6   | 8   | $x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$             | -0,01150 | 2,03              |

| $i$ | $j$ | $\lambda_{ij}(\bar{x})$   | $a_{ij}$ | Погрешность,<br>% |
|-----|-----|---|----------|-------------------|
| 6   | 9   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,01127 | 2,03              |
| 6   | 10  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,01101 | 2,03              |
| 6   | 11  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,01073 | 2,03              |
| 5   | 12  | $x_1x_2x_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$   | -0,01050 | 1,83              |
| 6   | 12  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,01041 | 1,77              |
| 6   | 13  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,01008 | 1,71              |
| 6   | 14  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,00972 | 1,64              |
| 6   | 15  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,00933 | 1,61              |
| 6   | 16  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$          | -0,00892 | 1,61              |
| 6   | 17  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00849 | 1,61              |
| 5   | 13  | $x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4(\bar{x}_5 - x_5)$                               | -0,00826 | 1,42              |
| 6   | 18  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00804 | 1,34              |
| 6   | 19  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00757 | 1,25              |
| 6   | 20  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00709 | 1,2               |
| 6   | 21  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00658 | 1,2               |
| 7   | 1   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00616 | 1,2               |
| 7   | 2   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00616 | 1,2               |
| 7   | 3   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00615 | 1,2               |
| 7   | 4   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00614 | 1,2               |
| 7   | 5   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00612 | 1,2               |
| 7   | 6   | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00611 | 1,2               |
| 7   | 7   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00608 | 1,2               |
| 6   | 22  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00606 | 1,2               |
| 7   | 8   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00606 | 1,2               |
| 7   | 9   | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00603 | 1,2               |
| 7   | 10  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00600 | 1,2               |
| 7   | 11  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00596 | 1,2               |
| 5   | 14  | $x_1x_2\bar{x}_3x_4(\bar{x}_5 - x_5)$                                     | -0,00594 | 1,2               |
| 7   | 12  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00592 | 1,2               |
| 7   | 13  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00588 | 1,2               |
| 7   | 14  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00583 | 1,2               |
| 7   | 15  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00578 | 1,2               |
| 7   | 16  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00572 | 1,2               |
| 7   | 17  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00567 | 1,2               |
| 7   | 18  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00560 | 1,2               |

| $i$ | $j$ | $\lambda_{ij}(\bar{x})$   | $a_{ij}$ | Погрешность, % |
|-----|-----|---|----------|----------------|
| 7   | 19  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00554 | 1,2            |
| 6   | 23  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5(\bar{x}_6 - x_6)$                | -0,00553 | 1,2            |
| 7   | 20  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00547 | 1,2            |
| 7   | 21  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00540 | 1,2            |
| 7   | 22  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00533 | 1,2            |
| 7   | 23  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00525 | 1,2            |
| 7   | 24  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00517 | 1,2            |
| 7   | 25  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00508 | 1,2            |
| 7   | 26  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00499 | 1,2            |
| 6   | 24  | $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5(\bar{x}_6 - x_6)$                      | -0,00498 | 1,2            |
| 7   | 27  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00490 | 1,2            |
| 7   | 28  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6(\bar{x}_7 - x_7)$       | -0,00481 | 1,2            |
| 7   | 29  | $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6(\bar{x}_7 - x_7)$ | -0,00471 | 1,2            |
| 4   | 8   | $x_1x_2x_3(\bar{x}_4 - x_4)$  | -0,00469 | 0,78           |

Таблица 4-8

Число модулей, необходимое для реализации функций Хаара

| $F(X)$  | Погрешность аппроксимации, % |    |    |     |     |     |
|---|------------------------------|----|----|-----|-----|-----|
|   | 5                            | 2  | 1  | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X; X \in [0; \pi/2]$                              | 5                            | 18 | 41 | 49  | 106 | 116 |
| $\ln X; X \in [1; 10]$                                  | 7                            | 17 | 32 | 56  | 92  | 111 |
| $\arccos X; X \in [0; 1]$                               | 7                            | 16 | 29 | 47  | 77  | 127 |
| $e^X; X \in [0; 2,3026]$                                | 6                            | 15 | 28 | 57  | 91  | 108 |
| $\operatorname{tg} X; X \in [0; 1,4835]$                | 8                            | 15 | 24 | 37  | 58  | 77  |
| $1/\sqrt{X}; X \in [1; 10]$                             | 5                            | 11 | 22 | 39  | 69  | 92  |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2; X \in [-2; 2]$                      | 16                           | 39 | 56 | 92  | 110 | 113 |
| $41,5(1 - \cos 0,235X) + 23(1 - \cos X); X \in [0; 20]$ | 19                           | 46 | 83 | 106 | 119 | 123 |
| $\sin X/X; X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$             | 14                           | 28 | 70 | 90  | 116 | 119 |

Число членов ряда Хаара

| $F(X)$  | Погрешность аппроксимации, % |    |     |     |     |     |
|---|------------------------------|----|-----|-----|-----|-----|
|   | 5                            | 2  | 1   | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X; X \in [0; \pi/2]$                          | 12                           | 38 | 83  | 99  | 214 | 233 |
| $\ln X; X \in [1; 10]$                              | 16                           | 35 | 65  | 113 | 185 | 223 |
| $\arccos X; X \in [0; 1]$                           | 15                           | 34 | 59  | 95  | 156 | 256 |
| $e^X; X \in [0; 2,3026]$                            | 13                           | 31 | 57  | 115 | 184 | 217 |
| $\operatorname{tg} X; X \in [0; 1,4835]$            | 17                           | 31 | 50  | 75  | 120 | 156 |
| $1/\sqrt{X}; X \in [1; 10]$                         | 11                           | 24 | 45  | 80  | 139 | 185 |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2; X \in [-2; 2]$                  | 34                           | 79 | 114 | 186 | 222 | 228 |
| $41,5(1-\cos 0,235X) + 23(1-\cos X); X \in [0; 20]$ | 39                           | 94 | 168 | 214 | 239 | 247 |
| $\sin X/X; X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$         | 29                           | 57 | 141 | 181 | 233 | 240 |

## Глава пятая

**ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫЕ  
АППРОКСИМАТОРЫ****5-1. Общие сведения**

Метод кусочно-линейной аппроксимации (КЛА) заданной для воспроизведения функции  $Z = F(X)$  является наиболее распространенным в практике построения специализированных и универсальных функциональных преобразователей (ФП), так как при сравнительно простой технической реализации он обеспечивает более высокую точность, чем ранее рассмотренные методы.

Так как при КЛА (рис. 5-1) функция  $F(X)$  заменяется отрезками прямых, то уравнение аппроксимирующей функции  $U = G(X)$  на  $j$ -м участке КЛА имеет вид

$$|G(X)|_{X_j < X < X_{j+1}} = F(X_j) + \frac{F(X_{j+1}) - F(X_j)}{X_{j+1} - X_j} (X - X_j) = a_j + b_j X, \quad (5-1)$$

где  $F(X_{j+1})$ ,  $F(X_j)$ ,  $X_{j+1}$ ,  $X_j$  — соответственно значения функции  $F(X)$  и аргумента  $X$  на границах  $j$ -го линейного участка.



Параметры  $a_j$  и  $b_j$  линейных участков должны обеспечивать заданную методическую ошибку  $\varepsilon$  (ошибку аппроксимации):

$$\varepsilon = F(X) - G(X). \quad (5-2)$$

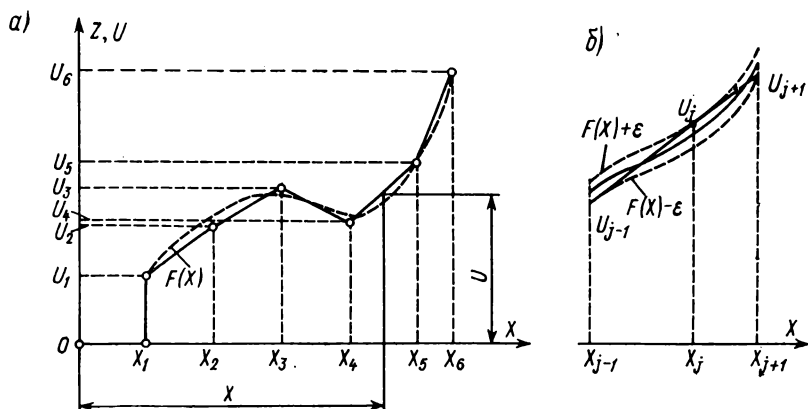


Рис. 5-1. Кусочно-линейная аппроксимация  $F(X)$

Таблица 5-1

Границы участков и параметры отрезков линий при кусочно-линейной аппроксимации функции  $\sin X$ ;  $X \in [0; \pi/2]$

| Погрешность, % | Номер участка | Начало участка |         | Конец участка |         | $a$     | $b$     |
|----------------|---------------|----------------|---------|---------------|---------|---------|---------|
|                |               | $x_n$          | $X_n$   | $x_k$         | $X_k$   |         |         |
| 1,0            | 1             | 0              | 0,00000 | 446           | 0,68482 | 0,00998 | 0,00142 |
|                | 2             | 447            | 0,68636 | 740           | 1,13626 | 0,64369 | 0,00093 |
|                | 3             | 741            | 1,13779 | 1005          | 1,54316 | 0,91767 | 0,00035 |
|                | 4             | 1006           | 1,54469 | 1023          | 1,57080 | 0,99970 | 0,00002 |
| 0,1            | 1             | 0              | 0,00000 | 205           | 0,31477 | 0,00099 | 0,00151 |
|                | 2             | 206            | 0,31631 | 335           | 0,51439 | 0,31205 | 0,00140 |
|                | 3             | 336            | 0,51592 | 445           | 0,68329 | 0,49432 | 0,00127 |
|                | 4             | 446            | 0,68482 | 544           | 0,83684 | 0,63353 | 0,00111 |
|                | 5             | 545            | 0,83837 | 638           | 0,97964 | 0,74454 | 0,00094 |
|                | 6             | 639            | 0,98117 | 727           | 1,11629 | 0,83214 | 0,00077 |
|                | 7             | 728            | 1,11783 | 813           | 1,24835 | 0,90014 | 0,00058 |
|                | 8             | 814            | 1,24988 | 897           | 1,37733 | 0,94993 | 0,00039 |
|                | 9             | 898            | 1,37886 | 980           | 1,50477 | 0,98262 | 0,00020 |
|                | 10            | 981            | 1,50631 | 1023          | 1,57080 | 0,99818 | 0,00005 |

Обычно расчет указанных параметров выполняется с учетом деления пополам ошибки  $\varepsilon$  (рис. 5-1, б), при котором линейные

участки КЛА проводятся в зоне, образованной кривыми  $F(X) + \epsilon$  и  $F(X) - \epsilon$ ; причем расчетная процедура может быть выполнена графо-аналитическим или аналитическим способом.

Первый из них производится, как правило, при табличном или графическом задании функции  $F(X)$ , второй — для функции  $F(X)$ , заданной аналитически, и требует использования ЦВМ.

Примеры кусочно-линейных аппроксимирующих зависимостей для функций  $\sin X$  и  $e^X$ , а также число участков, необходимое для аппроксимации некоторых элементарных функций, приведены в табл. 5-1 — 5-3.

Так как аппроксимирующая функция (5-1) может быть записана различным образом, то в принципе возможен ряд структурных схем вычислительных устройств — так называемых кусочно-линейных аппроксиматоров, — выполняющих моделирование зависимости (5-1).

Таблица 5-2

Границы участков и параметры отрезков линий при кусочно-линейной аппроксимации функции  $e^X$ ;  $X \in [0; 2,3026]$

| Погрешность, % | Номер участка | Начало участка |         | Конец участка |         | a       | b       |
|----------------|---------------|----------------|---------|---------------|---------|---------|---------|
|                |               | $x_n$          | $X_n$   | $x_k$         | $X_k$   |         |         |
| 1,0            | 1             | 0              | 0,00000 | 208           | 0,46817 | 0,98258 | 0,00287 |
|                | 2             | 209            | 0,47042 | 568           | 1,27847 | 1,50105 | 0,00554 |
|                | 3             | 569            | 1,28072 | 824           | 1,85468 | 3,49960 | 0,01094 |
|                | 4             | 825            | 1,85694 | 1023          | 2,30260 | 6,30419 | 0,01816 |
| 0,1            | 1             | 0              | 0,00000 | 125           | 0,28136 | 0,99429 | 0,00260 |
|                | 2             | 126            | 0,28360 | 268           | 0,60322 | 1,31793 | 0,00352 |
|                | 3             | 269            | 0,60547 | 391           | 0,88007 | 1,82219 | 0,00475 |
|                | 4             | 392            | 0,88233 | 499           | 1,12316 | 2,40662 | 0,00615 |
|                | 5             | 500            | 1,12542 | 595           | 1,33924 | 3,07169 | 0,00773 |
|                | 6             | 596            | 1,34150 | 682           | 1,53507 | 3,81488 | 0,00950 |
|                | 7             | 683            | 1,53732 | 761           | 1,71288 | 4,64230 | 0,01145 |
|                | 8             | 762            | 1,71513 | 834           | 1,87719 | 5,54752 | 0,01358 |
|                | 9             | 835            | 1,87944 | 901           | 2,02800 | 6,54013 | 0,01589 |
|                | 10            | 902            | 2,03025 | 964           | 2,16980 | 7,60604 | 0,01840 |
|                | 11            | 965            | 2,17205 | 1023          | 2,30260 | 8,76629 | 0,02110 |

Первый способ технической реализации КЛА (рис. 5-2) соответствует моделированию  $j$ -го линейного участка непосредственно по зависимости (5-1):

$$\left. \begin{aligned} G(X) &= a_j + b_j(X - X_j), \\ a_j &= F(X_j), \quad b_j = \frac{F(X_{j+1}) - F(X_j)}{X_{j+1} - X_j} \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

Число участков при кусочно-линейной аппроксимации

| $F(X)$  | Погрешность аппроксимации, % |    |    |     |     |     |
|---|------------------------------|----|----|-----|-----|-----|
|   | 5                            | 2  | 1  | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X; X \in [0; \pi/2]$                          | 2                            | 3  | 4  | 5   | 7   | 10  |
| $\ln X; X \in [1; 10]$                              | 2                            | 3  | 4  | 6   | 9   | 12  |
| $\arccos X; X \in [0; 1]$                           | 2                            | 3  | 4  | 6   | 9   | 12  |
| $e^X; X \in [0; 2,3026]$                            | 2                            | 3  | 4  | 5   | 8   | 11  |
| $\operatorname{tg} X; X \in [0; 1,4835]$            | 3                            | 4  | 6  | 8   | 12  | 17  |
| $1/\sqrt{X}; X \in [1; 10]$                         | 2                            | 3  | 4  | 6   | 9   | 12  |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2; X \in [-2; 2]$                  | 5                            | 8  | 11 | 15  | 23  | 33  |
| $41,5(1-\cos 0,235X) + 23(1-\cos X); X \in [0; 20]$ | 7                            | 11 | 16 | 23  | 37  | 51  |
| $\sin X/X; X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$         | 4                            | 5  | 8  | 12  | 19  | 26  |

В этом случае устройство должно иметь блоки запоминания (БП) ординат  $a_j$ , абсцисс  $X_j$  и угловых коэффициентов  $b_j$  линейных участков, вычитающий блок (ВБ) образования разности  $X - X_j$ , блок умножения (МБ) этой разности на коэффициент  $b_j$ , суммирующий блок (СБ) для образования функции  $G(X)$  и устройство управления (УУ) (рис. 5-2, б). Как это следует из формул (5-3) и рис. 5-2, а, образование  $j$ -го участка осуществляется в данном способе самостоятельными элементами схемы, без использования элементов, образующих предыдущие линейные участки ( $s < j$ ).

Второй способ технической реализации КЛА (рис. 5-3, а) базируется на записи зависимости (5-3) в виде

$$\left. \begin{aligned} G(X) &= a_j + b_j X, \\ a_j &= F(X_{j+1}) - \frac{F(X_{j+1}) - F(X_j)}{X_{j+1} - X_j} X_{j+1}, \\ b_j &= \frac{F(X_{j+1}) - F(X_j)}{X_{j+1} - X_j}. \end{aligned} \right\} \quad (5-4)$$

В этом случае схема устройства (рис. 5-3, б) содержит блоки запоминания (БП) постоянных коэффициентов  $a_j$ ,  $b_j$ , блок умно-

жения (*МБ*) и суммирующий блок (*СБ*), причем в образовании *j*-го участка кроме элементов *j*-го участка используются также элементы схемы, воспроизводящие предыдущие линейные участки ( $s < j$ ).

Третий способ (рис. 5-4, *а*) использует запись зависимости (5-1) в виде

$$G(X) = \sum_{s=0}^{s=j} G_s(X), \quad (5-5)$$

$$G_s(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq X_s, \\ b_s(X - X_s) & \text{при } X_s < X \leq X_{s+1}, \\ b_s(X_{s+1} - X_s) & \text{при } X > X_{s+1}. \end{cases}$$

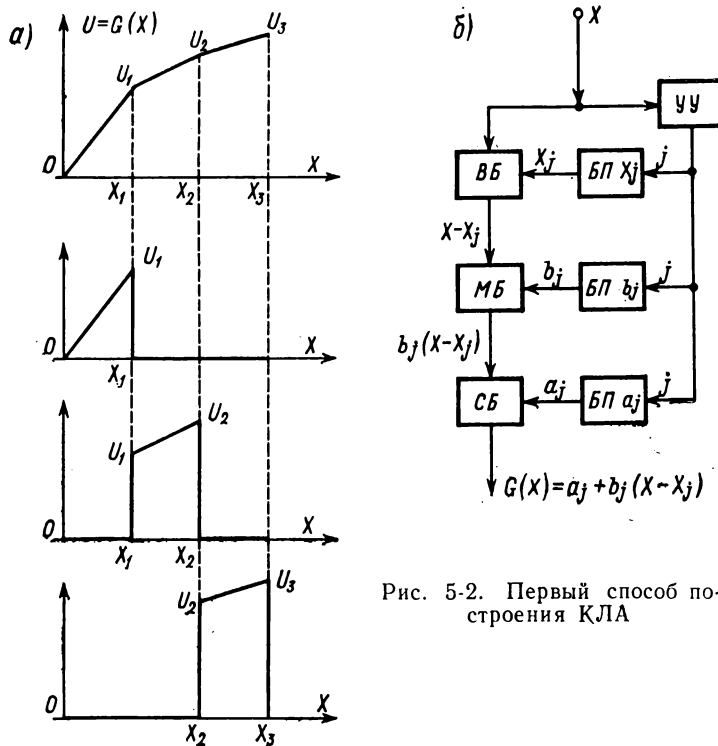


Рис. 5-2. Первый способ построения КЛА

Схема устройства (рис. 5-4, *б*) содержит блоки запоминания (*БП*) абсцисс  $X_j$  и коэффициентов  $b_s$  и  $b_s(X_{s+1} - X_s)$ , вычитающий блок (*ВБ*), блок умножения (*МБ*), блок запоминания разности (*БЗР*) ординат  $U_{i+1} - U_i$  и суммирующий блок (*СБ*). Так же как и в схеме рис. 5-3, *б*, в образовании *j*-го участка участвуют элементы схемы с номерами  $s = 0, j$ .

Кроме других разновидностей записи зависимости (5-5), в принципе пригодных для моделирования КЛА, отметим еще способ «треугольных функций» [10] (рис. 5-5, *а*), при котором в образова-

нии  $j$ -го линейного участка участвуют две линейные функции — возрастающая  $G'_{j+1}$  и убывающая  $G'_j$ :

$$\left. \begin{aligned}
 |G_j(X)|_{X_j < X < X_{j+1}} &= G'_j(X) + G'_{j+1}(X), \\
 G'_j(X) &= \begin{cases} 0 & \text{при } X < X_j \text{ и } X > X_{j+1}, \\ U_j & \text{при } X = X_j, \\ U_j - a'_j(X - X_j) & \text{при } X_j < X < X_{j+1}, \end{cases} \\
 G'_{j+1}(X) &= \begin{cases} 0 & \text{при } X < X_j \text{ и } X > X_{j+1}, \\ U_{j+1} & \text{при } X = X_{j+1}, \\ a'_{j+1}(X - X_j) & \text{при } X_j < X < X_{j+1}. \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (5-6)$$

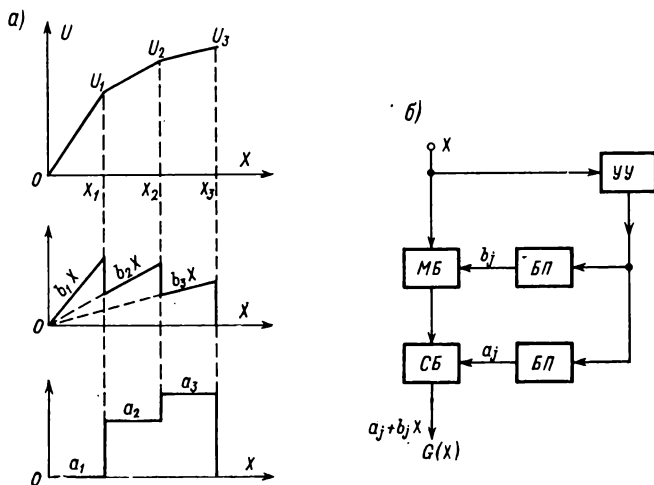


Рис. 5-3. Второй способ построения КЛА

Структурная схема устройства (рис. 5-5, б) в этом случае должна содержать функциональные блоки образования треугольных функций  $G_j$ ,  $G_{j+1}$  и суммирующий блок (СБ), вырабатывающий  $j$ -й участок КЛА. Очевидно, что во всех структурных схемах кусочно-линейных аппроксиматоров имеются управляющие блоки УУ, которые осуществляют требуемую коммутацию элементов схемы в зависимости от номера  $j$  участка КЛА. Рассмотренные способы моделирования зависимости (5-1) технически проще всего выполняются в случае равномерного разбиения на участки по оси абсцисс ( $h_x = X_{j+1} - X_j = \text{const}$ ), однако при этом не достигается оптимального соотношения между заданной ошибкой  $\varepsilon$  и обеспечивающим ее числом линейных участков  $m$ .

При цифровом задании аргумента  $x = \sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i$  и аналоговом

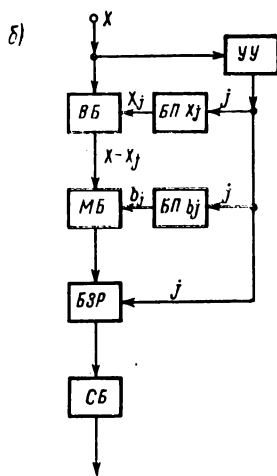
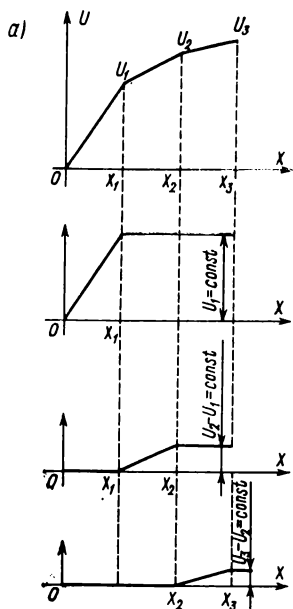


Рис. 5-4. Третий способ построения КЛА

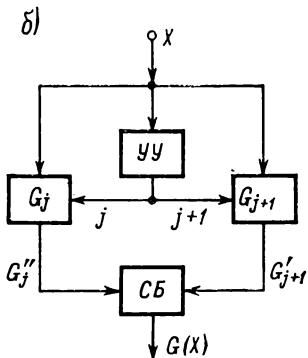
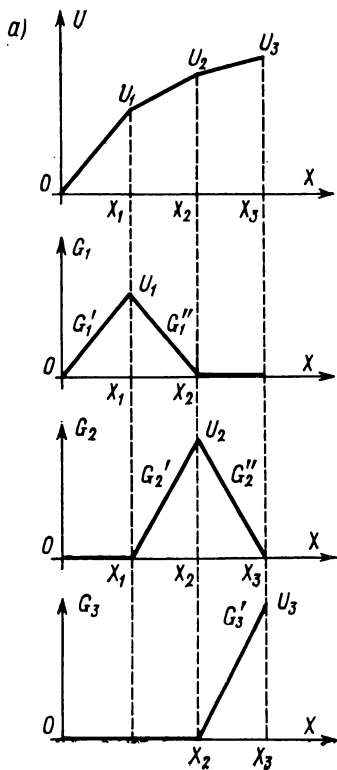


Рис. 5-5. КЛА с помощью треугольных функций

задании функции  $U_z = K_U Z$  изменение выходной величины  $U_z$  — мгновенного значения напряжения постоянного тока или амплитудного значения напряжения синусоидального тока — будет происходить в пределах  $j$ -го участка ступенчато, с постоянным шагом дискретности по уровню

$$h_{Uj} = \frac{U_{z,j+1} - U_{zj}}{x_{j+1} - x_j} = \frac{\Delta U_j}{\Delta x_j} \quad (5-7)$$

Поэтому понятие линейности выходного напряжения на  $j$ -м участке имеет в данном случае условный характер, так же как и для проволочных реостатных преобразователей (рис. 5-6).

Сравнение схем рис. 5-1—5-5 позволяет сделать вывод о требуемом перечне типовых операций и блоков, необходимых для технической реализации КЛА при цифровом задании аргумента. Очевидно, что требуемые типовые операции сводятся к операциям хранения, сложения и умножения в общем случае различных

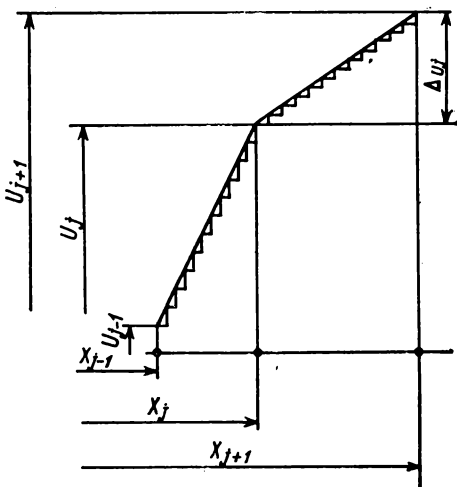


Рис. 5-6. Изменение  $U_{\text{вых}}$  при цифровом задании аргумента

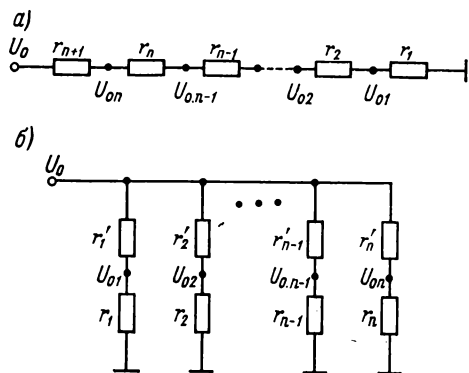


Рис. 5-7. Аналоговые блоки памяти

форм — аналоговой и цифровой — представления информации. Хранение информации может быть выполнено как в аналоговой, так и в цифровой форме, умножение и сложение проще выполняется в аналоговой форме путем предварительного преобразования цифрового аргумента в проводимость или сопротивление управляемого резистора.

При цифровом задании аргумента блок памяти абсцисс  $x_j$  совмещается с управляющим блоком. Объединенные функции запоминания-управления осуществляет цифровой автомат, имеющий  $m$  выходных шин, каждая из которых возбуждается при достижении входным кодом  $x$  соответствующего значения  $x_j$ .

Блок постоянной памяти аналоговых ординат  $U_j$  (или образующих эти ординаты постоянных напряжений  $U_{0j}$ ) выполняется в виде последовательных (рис. 5-7, а) или параллельных (рис. 5-7, б) резистивных цепей, подключенных к источнику опорного напряжения  $U_0 = \text{const}$ .

Умножение цифрового кода  $\tilde{x}$  на постоянный аналоговый множитель выполняется при помощи пассивных или активных цифро-аналоговых делителей напряжения, а операция алгебраического суммирования напряжений (токов) обеспечивается, как правило, пассивными или активными параллельными резистивными суммирующими цепочками.

Требуемая коммутация отдельных блоков при работе устройства осуществляется электронными (реже электромеханическими) ключами, замыкающими и (или) размыкающими участки электрических цепей под воздействием управляющих сигналов на выходных шинах блока управления.

При оптимальном построении кусочно-линейных аппроксиматоров необходимо стремиться к тому, чтобы одни и те же элементы (резисторы, операционные усилители, ключи и т. п.) одновременно входили в состав различных блоков устройства, что приводит к существенному упрощению структурных схем и повышению эксплуатационно-технических характеристик устройств.

## 5-2. Пассивные цифро-аналоговые кусочно-линейные аппроксиматоры

В качестве простейшего самостоятельного цифро-аналогового вычислительного устройства для выполнения множительно-функциональной зависимости

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} F(\tilde{x}) \quad (5-8)$$

могут быть использованы разнообразные схемы пассивных цифро-аналоговых кусочно-линейных аппроксиматоров (ПКЛА).

На рис. 5-8, а и б соответственно изображены схемы ПКЛА для воспроизведения монотонных функций  $F(\tilde{x})$  с положительной убывающей производной при условии  $F(0) = 0$  и отсутствии участков с нулевой производной ( $b_j \neq 0$ ). Первая схема имеет низкоомную запоминающую цепочку  $r_1 - r_m$ , линейный цифро-аналоговый делитель напряжения (ЛДН) с постоянным внутренним сопротивлением  $R_{\text{вых}} = 1/Y_{\text{вых}} = \text{const}$ , управляющий цифровой блок (УУ), сигналы которого осуществляют коммутацию ключей  $k_j$  и проводимостей  $y_j$ . Выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  схемы, выделяемое на постоянной проводимости нагрузки  $r_n = 1/y_n = \text{const}$ , изменяется по кусочно-линейному закону:

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{вых}} &= a_j + b_j x, \\ j &= q(x). \end{aligned} \right\} \quad (5-9)$$



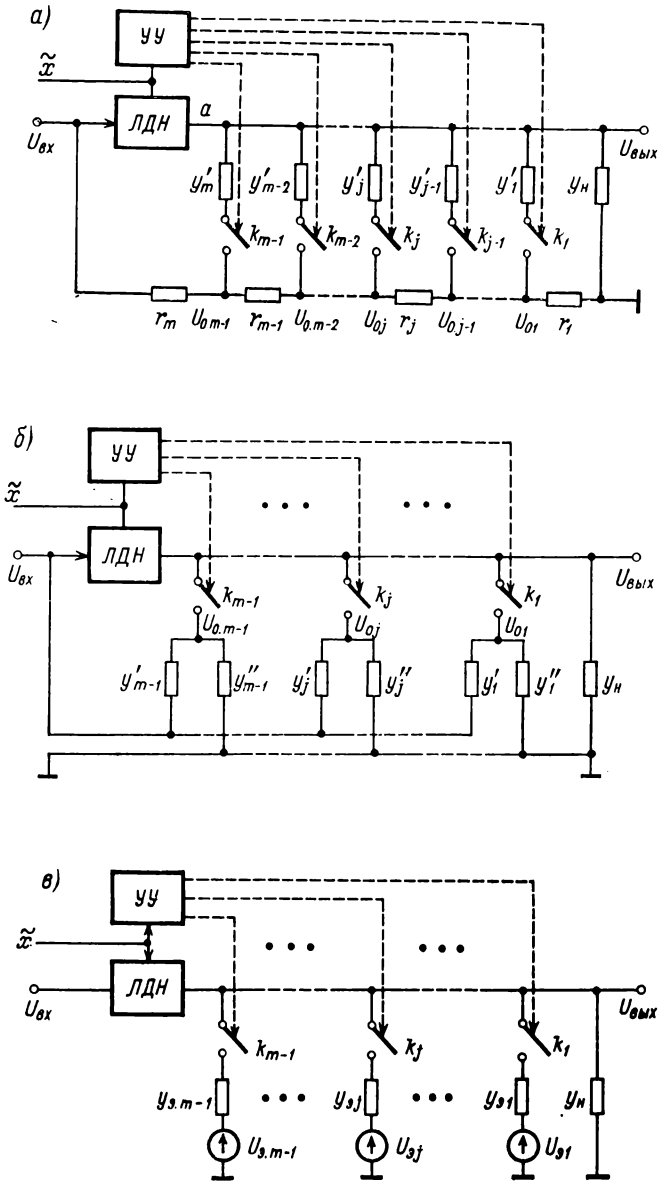


Рис. 5-8. Пассивные схемы КЛЛ

Действительно, пусть каждый  $j$ -й линейный участок воспроизводится в схеме рис. 5-8, а путем подключения при  $x = x_j$  к выходному зажиму а ЛДН только одной  $j$ -й добавочной ветви  $k_j$ ,  $U_{0j}$ ,  $y'_j$ . Тогда выходное напряжение на этом участке

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{Y_x}{Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j}} + \frac{U_{0j} y'_j}{Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j}}. \quad (5-10)$$

Так как

$$U_{0j} = U_{\text{вх}} \frac{\sum_{s=1}^{s=j} r_s}{\sum_{s=1}^{m-1} r_s} = c_j U_{\text{вх}}, \quad (5-11)$$

$$y_{\text{э}j} = \frac{1}{r_{\text{э}j}} = \frac{1}{\frac{1}{y'_j} + c_j \sum_{s=j+1}^{m-1} r_s}, \quad (5-12)$$

то

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \left[ \frac{x Y_0}{x_{\text{max}} (Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j})} + c_j \frac{y'_j}{Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j}} \right] = U_{\text{вх}} (a_j + b_j x), \quad (5-13)$$

где

$$a_j = \frac{c_j y'_j}{Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j}}, \quad (5-14)$$

$$b_j = \frac{Y_0}{x_{\text{max}} (Y_{\text{вых}} + y_{\text{э}j})}. \quad (5-15)$$

Если же  $j$ -й участок образуется в схеме рис. 5-8, а за счет подключения группы из  $s$  ( $s = \bar{1}, j$ ) дополнительных цепочек  $k_s$ ,  $y'_s$ ,  $U_{0s}$ , то выходное напряжение на этом участке

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}} &= U_{\text{вх}} \left( \frac{Y_x}{Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y_{\text{э}s}} + \frac{\sum_{s=1}^j U_{0s} y'_{\text{э}s}}{Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y_{\text{э}s}} \right) = \\ &= U_{\text{вх}} \left[ \frac{Y_0 x}{x_{\text{max}} \left( Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y_{\text{э}s} \right)} + \frac{\sum_{s=1}^j c_s y'_{\text{э}s}}{Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y_{\text{э}s}} \right] = \\ &= U_{\text{вх}} (a'_j + b'_j x), \end{aligned} \quad (5-16)$$

где

$$a'_j = \frac{\sum_{s=1}^j c_s y_{\varepsilon s}}{Y_{\text{ВЫХ}} + \sum_{s=1}^j y_{\varepsilon s}}, \quad (5-17)$$

$$b'_j = \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{Y_{\text{ВЫХ}} + \sum_{s=1}^j y_{\varepsilon s}}. \quad (5-18)$$

Схема рис. 5-8, б работает так же, как и предыдущая схема при изменении входного кода  $\tilde{x}$  в моменты времени, соответствующие  $x = x_j$ , к выходному зажиму  $a$  ЛДН подключается либо одна дополнительная цепочка  $k_j$ ,  $U_{0j}$ ,  $y'_j$ ,  $y''_j$ , либо  $s$  ( $s = \overline{1, j}$ ) таких цепочек, что обеспечивает кусочно-линейное изменение выходного напряжения  $U_{\text{ВЫХ}}$  с различными параметрами  $a_j$ ,  $b_j$ .

Если  $j$ -й линейный участок выходного напряжения воспроизводится только за счет подключения к ЛДН одной дополнительной цепочки  $k_j$ ,  $y'_j$ ,  $y''_j$ , то

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}} &= U_{\text{ВХ}} \left( \frac{Y_x}{Y_{\text{ВЫХ}} + y'_j + y''_j} + \frac{y'_j}{Y_{\text{ВЫХ}} + y'_j + y''_j} \right) = \\ &= U_{\text{ВХ}} \left[ \frac{x Y_0}{x_{\text{max}} (Y_{\text{ВЫХ}} + y_{\varepsilon j})} + \frac{c_j y_{\varepsilon j}}{Y_{\text{ВЫХ}} + y_{\varepsilon j}} \right] = U_{\text{ВХ}} (a_j + b_j x), \quad (5-19) \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \frac{c_j y_{\varepsilon j}}{Y_{\text{ВЫХ}} + y_{\varepsilon j}}, & b_j &= \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{Y_{\text{ВЫХ}} + y_{\varepsilon j}}, \\ y_{\varepsilon j} &= y'_j + y''_j, & c_j &= \frac{y'_j}{y'_j + y''_j}. \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

При образовании  $j$ -го участка КЛА с использованием  $s$  ( $s = \overline{1, j}$ ) дополнительных цепочек  $k_s$ ,  $U_{0s}$ ,  $y'_s$  выходное напряжение изменяется по закону:

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}} &= U_{\text{ВХ}} \left[ \frac{Y_j}{Y_{\text{ВЫХ}} + \sum_{s=1}^j (y'_s + y''_s)} + \frac{\sum_{s=1}^j y'_s}{Y_{\text{ВЫХ}} + \sum_{s=1}^j (y'_s + y''_s)} \right] = \\ &U_{\text{ВХ}} (a'_j + b'_j x), \quad (5-21) \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} a'_j &= \frac{\sum_{s=1}^j c_s y'_{\varepsilon s}}{Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y'_{\varepsilon s}}, & b_j &= \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{Y_{\text{вых}} + \sum_{s=1}^j y_{\varepsilon s}}, \\ y_{\varepsilon s} &= y'_s + y''_s, & c_s &= \frac{y'_s}{y'_s + y''_s}. \end{aligned} \right\} (5-22)$$

Из сравнения формул (5-10) — (5-22) следует, что обе схемы пассивных кусочно-линейных аппроксиматоров могут быть сведены в общую схему рис. 5-8, в, где значения  $y_{\varepsilon j}$  и  $U_{\varepsilon j}$  находятся по соответствующим зависимостям.

Расчет ПКЛА для моделирования заданной функции  $F(X)$  производится следующим образом.

**Исходными данными** расчета являются заданная методическая ошибка  $\varepsilon$ , внутреннее сопротивление  $R_{\text{вых}}$  источника  $U_{\text{вх}}$ , пределы изменения  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$  и погрешность задания  $\varepsilon_x$  аргумента, сопротивление нагрузки  $r_n = \text{const}$ , предельная скорость изменения аргумента  $dX/dt$ .

**В результате расчета** должны быть определены все параметры КЛА: число и координаты линейных участков, схемы и величины сопротивлений  $r_i = 1/y_i$  резисторов цифро-аналогового ЛДН, число и тип ключей, оптимальная схема аппроксиматора, параметры добавочных резисторов  $r_j, y'_j, y''_j$  и ожидаемая инструментальная ошибка  $\varepsilon_n$ .

Может быть рекомендована следующая **методика расчета**:

1. По заданной ошибке  $\varepsilon$  производится аналитическая или графо-аналитическая КЛА функции  $Z = F(X)$  и находятся координаты участков  $X_j$  и  $Z_j$ .

2. По ошибке ввода  $\varepsilon_x$  аргумента  $X$  определяется число  $n$  двоичных разрядов кода  $\bar{x}$ :

$$x_{\text{max}}/\varepsilon_x \leq 2^n, \text{ откуда } \log_2(X_{\text{max}}/\varepsilon_x) \leq n.$$

3. Определяется цифровой масштаб  $m_x$  ввода аргумента

$$m_x = X_{\text{max}}/x_{\text{max}} + 1 = X_{\text{max}}/2^n.$$

Выбранный масштаб  $m_x$  должен обеспечивать целочисленные значения цифрового аргумента  $x = m_x \bar{x}$ .

4. Рассчитывается цифровая абсцисса аппроксимирующей функции  $G(x)$

$$x_j = X_j/m_x.$$

5. Определяется минимальное возможное значение входного сопротивления  $R_{\text{вх}}$  ЛДН, обеспечивающее ошибку  $\varepsilon_n$  из-за на-

грузки источника  $U_{\text{вх}}$ , в  $\eta$  раз меньшую, чем относительная методическая ошибка КЛА:

$$\eta = \frac{\varepsilon_{\text{н}}}{\varepsilon} = \frac{\delta_{\text{н}}}{\delta} \geq \frac{1}{3}.$$

Так как известно [55], что

$$\eta\delta = \delta_{\text{н}} \leq 0,15R_{\text{вых}}/R_{\text{вх}},$$

то

$$R_{\text{вх min}} \geq \frac{0,15R_{\text{вых}}}{\eta\delta} = \frac{0,15R_{\text{вых}}Z_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{н}}}.$$

6. Выбирается схема цифро-аналогового ЛДН, по значению  $R_{\text{вх min}}$  и  $n$  определяются величины сопротивлений  $r_i = 1/y_i$  рядных резисторов и величина внутреннего сопротивления  $R_{\text{вых}}$  делителя.

7. Определяется масштаб  $m_U$  аппроксиматора, для чего используются данные линейного участка с максимальной крутизной. Для рассматриваемого случая моделирования монотонных функций с положительной убывающей производной этим участком является первый, воспроизводимый при всех отключенных дополнительных цепочках ( $j = 0$ , все ключи  $k_j$  разомкнуты).

Так как  $U_{\text{вых 1}} = m_U Z_1 = \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{x_1}{Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}}}$ , то

$$m_U = \frac{Y_0 x_1}{x_{\text{max}} Z_1 (Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}})}. \quad (5-23)$$

8. Определяют значения ординат кусочно-линейного выходного напряжения

$$U_{\text{вых } j} = m_U Z_j = U_{\varepsilon j}$$

и шаг дискретности по уровню для  $j$ -го участка выходного напряжения

$$h_{Uj} = \frac{\Delta U_j}{\Delta x_j} = \frac{U_{\text{вых. } j+1} - U_{\text{вых } j}}{x_{j+1} - x_j}. \quad (5-24)$$

9. По шагу дискретности  $h_{Uj}$  определяют значение эквивалентной добавочной проводимости  $Y_{\varepsilon j}$  (схема рис. 5-8, в):

а) для случая образования  $j$ -го участка одной добавочной цепочкой

$$h_{Uj} = \frac{U_{\text{вх}} Y_0 / x_{\text{max}}}{Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}} + Y_{\varepsilon j}},$$

откуда

$$Y_{\varepsilon j} = U_{\text{вх}} \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{h_{Uj}} - (Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}}). \quad (5-25)$$

б) для случая образования  $j$ -го участка  $s$  ( $s = \overline{1, j}$ ) добавочными цепочками

$$h_{Uj} = U_{\text{вх}} \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}} + \sum_{s=1}^j y_{\text{эс}}},$$

откуда

$$y_{\text{эс}} = U_{\text{вх}} \frac{Y_0}{x_{\text{max}}} \frac{1}{h_{Uj}} - \left( Y_{\text{вых}} + Y_{\text{н}} + \sum_{s=1}^{j-1} y_{\text{эс}} \right).$$

10. По значениям  $U_{\text{эс}}$  в соответствии с формулами (5-10) — (5-22) определяют величины  $y'_j$ ,  $y''_j$  и  $r_j$  в зависимости от вида схемы пассивного кусочно-линейного аппроксиматора и способа воспроизведения линейного участка:

а) для схемы с низкоомной запоминающей цепочкой

$$\left. \begin{aligned} r'_j &= \frac{1}{y'_j} = \frac{1}{y_{\text{эс}}} - c_j (1 - c_j) r, \\ c_j &= \frac{U_{\text{вых}j}}{U_{\text{вх}}}, \quad r_j = c_j r - \sum_{s=1}^{j-1} r_s. \end{aligned} \right\} \quad (5-26)$$

б) для схемы с высокоомной запоминающей цепочкой

$$\left. \begin{aligned} r'_j &= \frac{1}{y'_j} = \frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{вых}j} y_{\text{эс}}}, \\ r''_j &= \frac{1}{y''_j} = \frac{1}{y_{\text{эс}} - y'_j}. \end{aligned} \right\} \quad (5-27)$$

Во все расчетные формулы следует подставлять  $U_{\text{вх}} = U_{\text{вх max}}$ , если аппроксиматор работает в совместном режиме умножения — функционального преобразования, или  $U_{\text{вх}} = U_0$ , если используется только режим функционального преобразования.

В ряде случаев практический интерес представляет вариант схемы ПКЛА, в котором используется равномерное разбиение по оси абсцисс  $x_{j+1} - x_j = \text{const}$ .

Несмотря на то, что такое построение устройства не всегда соответствует оптимальному числу участков  $m$  при заданной методической ошибке  $\varepsilon$ , техническая реализация ряда блоков (управляющего блока, линейного делителя напряжения) упрощается, уменьшается число ключей и прецизионных резисторов. Пусть в схеме рис. 5-9 линейный делитель напряжения ЛДН рассчитан на  $n_1$  младших разрядов  $n$ -разрядного кода, так чтобы число  $2^{n_1}$  соответствовало длине участка  $x_{j+1} - x_j = h_x^* = \text{const}$  при равномерном разбиении на участки по оси абсцисс. При этом на управление ключами ЛДН поступает лишь  $n_1$  младших разрядов кода  $x$ , а остальные  $n - n_1$  старших разрядов поступают на вход управляющего блока УБ. Для сохранения общего масштаба  $m_x =$

$= x_{\max}/X_{\max} = 2^n/X_{\max}$  к выходу ЛДН подключается постоянная проводимость  $y_0 = y_{n, \max} - y_{n, \max} = \text{const}$ , имитирующая проводимость, пропорциональную коду  $x - x'$ . При изменении входного кода  $\tilde{x}$  в пределах от  $x_j$  до  $x_j + h_x^*$  выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  формируется в пределах  $j$ -го линейного участка по первому способу, причем составляющая  $U_{lj}$ , моделируемая ЛДН, изменяется в пределах этого участка от  $U_{lj}(x_j) = 0$  до  $U_{lj}(x_{j+1} - 1) = \Delta U_j$ . Очевидно, что в отношении принципа действия и методики расчета ПКЛА с равными участками  $h_x^* = \text{const}$  ничем не отличается от ранее рассмотренных ПКЛА.

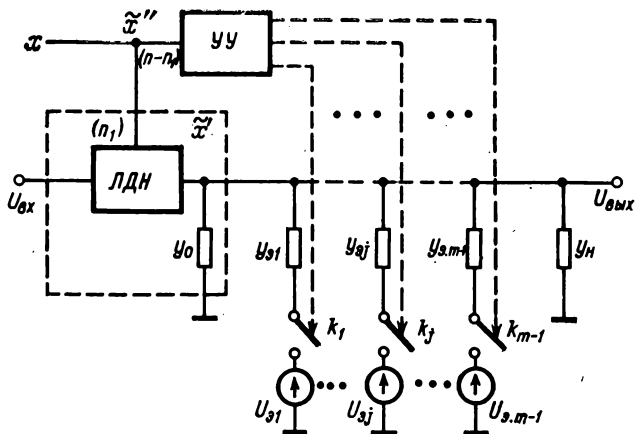


Рис. 5-9. Пассивный КЛА с равномерным разбиением по оси абсцисс

Так как ЛДН воспроизводит только линейное напряжение  $U_{lj}$ , пропорциональное  $n_1$  младшим разрядам кода  $\tilde{x}$ , то требования по точности к его разрядным резисторам и ключам могут быть существенно ниже, чем требования к резисторам и ключам полноразрядного ЛДН, используемого в ранее рассмотренных схемах рис. 5-8, а и б.

Так как абсциссы  $x_j$  участков аппроксимации в данном случае пропорциональны степеням двойки  $2^{n,i}$  ( $j = 1, m-1$ ), то структура преобразователя существенно упрощается за счет более простой схемы управляющего блока.

Следует отметить некоторые методы расширения возможностей рассмотренных пассивных схем для реализации более сложных монотонных функций и функций немонотонных.

Так, например, для моделирования значения функции  $F(0) \neq 0$  к выходу ЛДН необходимо подключить добавочную проводимость  $y_0$  с опорным напряжением  $U'_0$ , для моделирования участков с нуле-

вой крутизной — выключать на этом участке входное напряжение ЛДН и т. д.

Для моделирования немонотонных функций изменение знака крутизны выходного напряжения ЛДН при неизменном знаке аргумента  $x$  можно обеспечить за счет изменения полярности входного напряжения  $U_{вх}$  либо применить искусственный прием представления немонотонной функции в виде алгебраической суммы двух монотонных функций и т. д.

Во всех случаях методика расчета элементов ПКЛА остается прежней и, что самое главное, масштаб  $m_U$  определяется всегда по данным участка  $j$ , имеющего максимальную крутизну  $\Delta U_j/\Delta x_j$ .

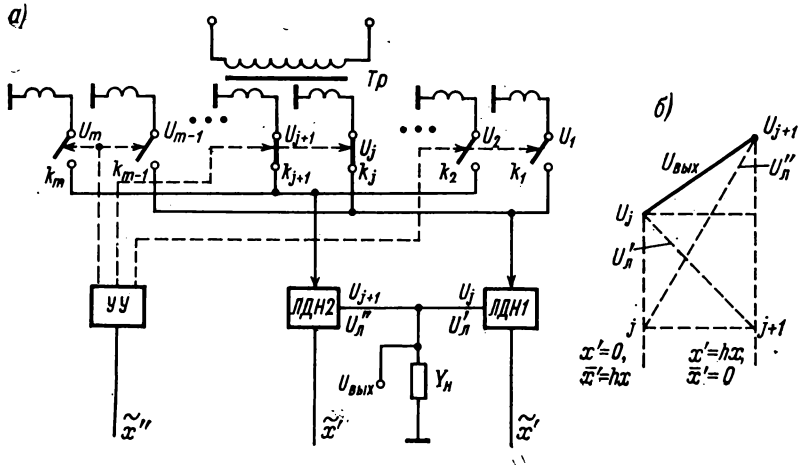


Рис. 5-10. Трансформаторный КЛА, использующий треугольные функции

Использование для построения ПКЛА способа треугольных функций связано с определенными трудностями, так как для правильной работы устройства необходимо обеспечить взаимную независимость коэффициентов передачи делителей напряжения, играющих роль генераторов линейно падающего и линейно возрастающего напряжений, ибо только в этом случае возможно суммирование последних с целью образования  $j$ -го участка КЛА.

Одним из возможных путей «развязки» коэффициентов передачи пассивных цифро-аналоговых ЛДН, выходы которых объединены в суммирующую цепь, является изменение коэффициентов передачи за счет ступенчатого изменения величины входного напряжения  $U_{вх} = U_{вх j}$ .

Очевидно, что это проще всего выполнить при работе на переменном токе, когда входное напряжение  $U_{вх}$  снимается со вторичных обмоток входного трансформатора  $Tr$  (рис. 5-10). При равномерном разбиении на участки по оси  $X$  ( $h_x^* = \text{const}$ )  $n_1$  младших



разрядов кода  $\bar{x}$  в виде кода  $x'$  поступает на управление ЛДН1, а  $n-n_1$  старших разрядов в виде дополнительного кода  $\bar{x}'$  — на управление ЛДН2. На вторичных обмотках  $Tr$  действуют напряжения  $U_j = c_j U_{\text{вх}}$ , которые подключаются при  $x = x_j$  ко входам ЛДН таким образом, что на входе ЛДН1 действует напряжение с амплитудой  $U_j$ , а на входе ЛДН2 — напряжение с амплитудой  $U_{j+1}$ . При этом на выходе ЛДН1 с изменением кода  $x$  возникает линейно падающее напряжение

$$U'_n = U_j \left( 1 - \frac{Y_{\text{вых}} \bar{x}'}{x'_{\text{max}} (2Y_{\text{вых}} + Y_n)} \right), \quad (5-28)$$

а на выходе ЛДН2 — линейно возрастающее напряжение

$$U''_n = U_{j+1} \frac{x' Y_{\text{вых}}}{x'_{\text{max}} (2Y_{\text{вых}} + Y_n)}. \quad (5-29)$$

Из рис. 5-10, б следует, что при  $U_j = U_{\text{вых}j}$  и  $U_{j+1} = U_{\text{вых}j+1}$  суммарное напряжение, выделяемое на проводимости нагрузки  $Y_n = \text{const}$ , будет моделировать требуемый  $j$ -й участок КЛА.

Пассивный цифро-аналоговый КЛА с коммутацией входного напряжения выгодно отличается от ранее рассмотренных схем простотой технической реализации немонотонных функций и отсутствием высокоомных прецизионных добавочных резисторов и точных ключей в выходной цепи устройства, что обеспечивает снижение инструментальных ошибок.

Положительным качеством ПКЛА с коммутацией входного напряжения является простота его расчета, сводящегося к выполнению КЛА функции  $F(X)$ , выбору масштаба  $m_U$ , расчету значений  $U_j = U_{\text{вых}j}$  и расчету трансформатора.

Общим недостатком ПКЛА с резисторными элементами является их пригодность только для работы на высокоомную постоянную нагрузку  $Y_n = \text{const}$ , трудность обеспечения высокой точности и нетехнологичность при больших скачках производных моделируемых функций.

Отрицательными качествами резисторных ПКЛА являются также существенное снижение максимальной величины выходного напряжения  $U_{\text{вых max}}$  по сравнению с входным  $U_{\text{вх max}}$  и невозможность их каскадного включения из-за переменного входного и высокоомного выходного сопротивлений.

Указанные недостатки могут быть практически устранены при использовании безрезисторных схем ПКЛА, содержащих только трансформаторные блоки — трансформаторы хранения ординат и трансформаторные цифро-аналоговые ЛДН.

Одна из возможных трансформаторных схем ПКЛА изображена на рис. 5-11.

Основой устройства является цифро-аналоговый ЛДН, выполненный на трансформаторах  $Tr\ 5—Tr\ 11$ , в первичных обмотках которых содержатся транзисторные переключатели, управляемые непосредственно от триггеров  $T6—T12$ . Коэффициенты трансформации трансформаторов  $Tr\ 5—Tr\ 11$  пропорциональны степеням

|               |      |                           |      |
|---------------|------|---------------------------|------|
| $\omega_{11}$ | 200  | $\omega_{23}-\omega_{25}$ | 500  |
| $\omega_{21}$ | 400  | $\omega_{26}$             | 4000 |
| $\omega_{31}$ | 295  | $\omega_{28}$             | 2000 |
| $\omega_{41}$ | 184  | $\omega_{25}-\omega_{11}$ | 2000 |
| $\omega_{51}$ | 128  | $\omega_{25}$             | 31   |
| $\omega_{61}$ | 40   | $\omega_{26}$             | 62   |
| $\omega_{12}$ | 500  | $\omega_{27}$             | 125  |
| $\omega_{22}$ | 95   | $\omega_{28}$             | 250  |
| $\omega_{32}$ | 272  | $\omega_{29}$             | 500  |
| $\omega_{42}$ | 378  | $\omega_{2,10}$           | 1000 |
| $\omega_{52}$ | 570  | $\omega_{2,11}$           | 2000 |
| $\omega_{62}$ | 2000 | R                         | 1K   |

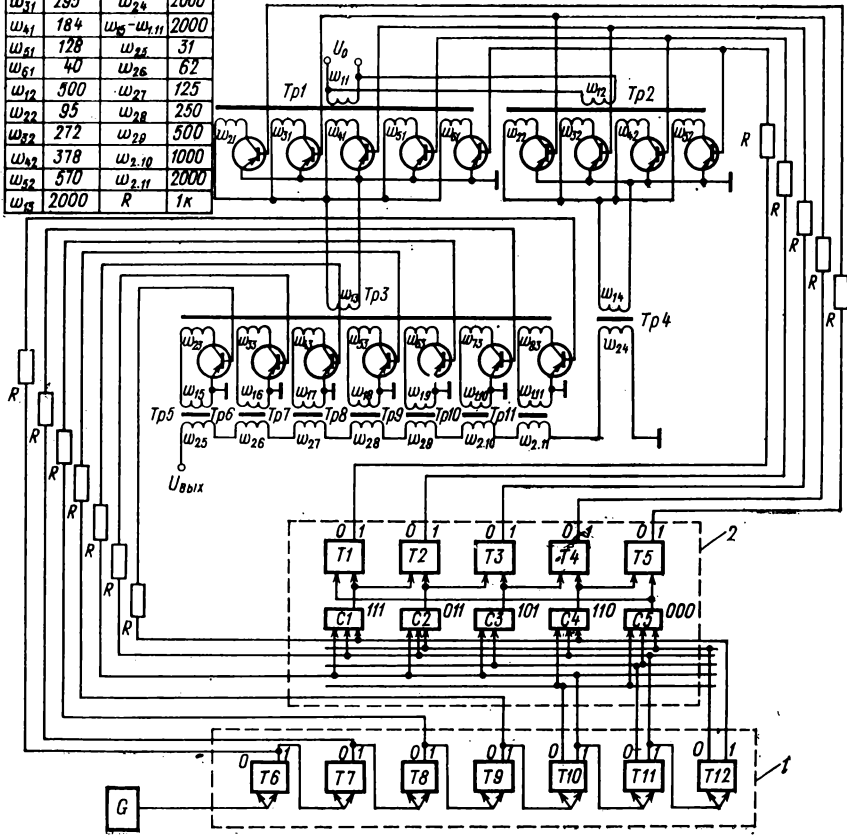


Рис. 5-11. Схема трансформаторного КЛА

двойки, поэтому выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$ , снимаемое с последовательно соединенных выходных обмоток этих трансформаторов, пропорционально произведению входного напряжения, поступающего от согласующего трансформатора  $Tr\ 1$  и двоичного кода, поступающего от счетчика-регистра на  $T6—T12$ . Трансформатор  $Tr\ 1$  служит для изменения наклона аппроксимирующих прямых, т. е. его выходное напряжение пропорционально коэффициентам  $b_j$ , а

трансформатор  $Tr2$  восстанавливает значения функции в узлах аппроксимации, т. е. его выходное напряжение пропорционально коэффициентам  $a_j$ . Состояние транзисторов, переключающих вторичные обмотки этих трансформаторов, определяется напряжением триггеров  $T1—T5$ , запоминающих номера  $j$  участков аппроксимации и управляемых от схем совпадения  $C1—C5$ . Переход от  $j$ -го участка к  $j + 1$ -му происходит в схеме следующим образом. Выходной импульс схемы совпадения  $j$ -го участка устанавливает триггер  $(j + 1)$ -го участка в «единичное», а триггер  $j$ -го участка в «нулевое» состояние, что вызывает переключение обмоток трансформаторов  $Tr1$  и  $Tr2$ , обеспечивающих требуемый наклон и начальную ординату участка. Схема питается от источника напряжения с частотой 500  $\mu$ с, статическая ошибка схемы при воспроизведении синусоидальной функции  $U_{\text{вых}} \sim \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{x_{\text{max}}}$  для указанных на схеме параметров обмоток и пяти неравномерных участков аппроксимации не превышает 1%.

### 5-3. Активные цифро-аналоговые кусочно-линейные аппроксиматоры

- В состав любого активного цифро-аналогового кусочно-линейного аппроксиматора (АКЛА) входит минимум один типовой операционный усилитель (ОУ) (рис. 5-12), управляемый делитель цепи обратной связи которого ( $Y'_x, Y''_x$ ) обеспечивает ступенчато изменяющийся коэффициент передачи  $\Delta U_j$  за счет коммутируемых проводимостей плеч делителя  $Y'_x$  и  $Y''_x$ . Линейное изменение выходного напряжения в пределах  $j$ -го участка КЛА выполняется обычно линейным делителем напряжения или линейной цифровой управляемой проводимостью (ЦУП), включаемой во входную цепь ОУ. Управление коммутацией осуществляется от управляющего блока (УУ), а сама коммутация — при помощи управляемых ключей, входящих в состав проводимостей  $Y'_x$  и  $Y''_x$ .

При достаточно большом коэффициенте усиления  $K_U$  разомкнутого усилителя его входное напряжение, выделяемое на конечном входном сопротивлении  $R_{\text{вх}}$ , близко к нулю ( $U' \approx 0$ ) и поэтому

$$U_{\text{вых}} = -U_{\text{вх}} Y'_x / Y''_x. \quad (5-30)$$

Для использования рассматриваемой схемы ОУ в режиме кусочно-линейного аппроксиматора необходимо, чтобы структура управляемых проводимостей  $Y'_x$  и  $Y''_x$  обеспечивала линейный закон их отношения:

$$Y'_x / Y''_x = a + bx. \quad (5-31)$$

Рассмотрим различные схемные методы реализации зависимости (5-31).

Первый метод заключается в использовании в качестве  $Y'_x$  одного из пассивных КЛА, рассмотренных в предыдущем параграфе, а в качестве  $Y''_x$  — постоянной проводимости  $Y'' = \text{const}$  (рис. 5-13). Так как внутреннее сопротивление ЛДН, входящего в состав ПКЛА,  $R'_{\text{вых}} = 1/Y'_{\text{вых}}$  и выходное сопротивление последнего  $R_{\text{вых}} = 1/Y'_{\text{вых}}$  в пределах  $j$ -го участка постоянны, то проводимость  $Y' = \text{const}$  должна быть учтена (аналогично учету проводимости нагрузки  $Y_H = \text{const}$ ) при расчете параметров ПКЛА, осуществляющего воспроизведение кусочно-линейного напряжения  $U' = m_U F(x)$ . При этом выходное напряжение активной схемы

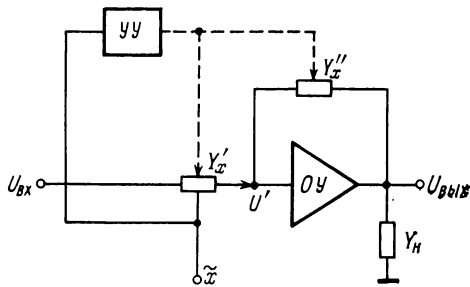


Рис. 5-12. Активный кусочно-линейный аппроксиматор

должна быть учтена (аналогично учету проводимости нагрузки  $Y_H = \text{const}$ ) при расчете параметров ПКЛА, осуществляющего воспроизведение кусочно-линейного напряжения  $U' = m_U F(x)$ . При этом выходное напряжение активной схемы

$$U_{\text{вых}} = -U'Y'/Y'' = -AF(\tilde{x}). \quad (5-32)$$

Схеме рис. 5-13 практически присущи все принципиальные недостатки ПКЛА, поэтому она не может быть рекомендована для широкого применения.

Второй вариант построения АКЛА представлен схемой рис. 5-14, содержащей два операционных усилителя ОУ1, ОУ2, управляющий блок УУ, линейную цифровую управляемую проводимость  $Y_x$ ,  $2m$  постоянных проводимостей  $y'_j, y''_j$  и  $m + 1$  управляемых ключей  $k_j$ , коммутирующих входные проводимости и проводимости обратной связи. Инвертирующий ОУ1 служит для образования биполярного входного напряжения  $\pm U_{\text{вх}}$ , которое при помощи переключек  $\Pi_j$  предварительно подключается к добавочным проводимостям  $y'_j$  в соответствии с данными КЛА функции  $F(x)$ . Ключ  $k_{3H}$  осуществляет коммутацию входа ЦУП в зависимости от требуемого знака дискретности  $\Delta U_j$ , ключ  $k_0$  и проводимости  $y'_0, y''_0$  используются для получения начального ненулевого значения функции,  $F(0) \neq 0$

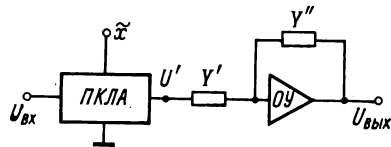


Рис. 5-13. Первый способ построения активного КЛА

Выходное напряжение АКЛА для  $j$ -го участка аппроксимации

$$U_{\text{вых}j} = U_{\text{вх}} \left( \omega'_j \frac{Y_x}{y'_j} + \omega_j \frac{y'_j}{y''_j} \right) \quad (5-33)$$

ИЛИ

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} \left( \omega_j' \frac{Y_x}{\sum_{s=0}^j y'_s} + \omega_j \frac{\sum_{s=0}^j y'_j}{\sum_{s=0}^j y''_j} \right) \quad (5-34)$$

в зависимости от того, одна или  $s = \overline{0, j}$  дополнительных резисторных цепочек используется в образовании этого участка.

Третий вариант схемы активного КЛА вместо ЦУП с двоично-взвешенными разрядами и проводимостями  $y_j = Y_0 2^{-i}$  содержит

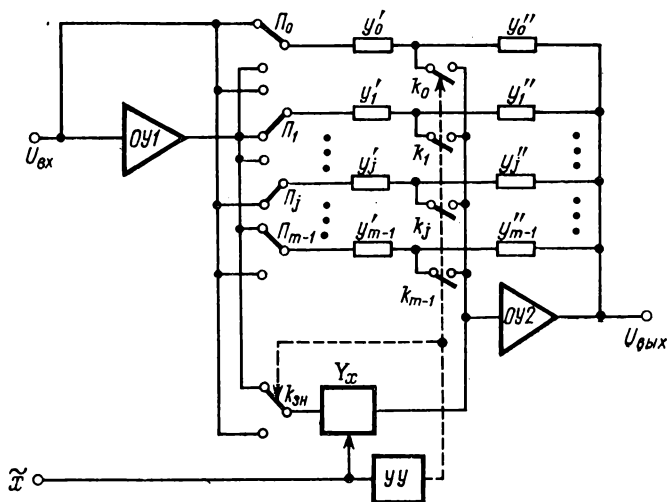


Рис. 5-14. Второй способ построения активного КЛА

цифро-аналоговый ЛДН. Так как выходная проводимость такого ЛДН постоянна ( $Y_{\text{ВЫХ}} = \text{const}$ ), то проводимость  $Y'$  (рис. 5-15) может быть учтена при расчете величины линейно изменяющегося тока  $I'$ :

$$I' = \omega_{\text{ЗН}} U_{\text{ВХ}} \frac{Y_x}{Y_{\text{ВЫХ}} + Y'} \cdot \quad (5-35)$$

Выходное напряжение в схеме рис. 5-15 изменяется по соответствующим зависимостям:

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} \left( \omega_{\text{ЗН}} \frac{Y_x Y'}{Y_{\text{ВЫХ}} + Y'} \frac{1}{y''_j} + \omega_j \frac{y'_j}{y''_j} \right) \quad (5-36)$$

или

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} \left( \omega_{\text{ЗН}} \frac{Y_x Y'}{Y_{\text{ВЫХ}} + Y'} \frac{1}{\sum_{s=0}^i y''_s} + \omega_j \frac{\sum_{s=0}^i y'_s}{\sum_{s=0}^i y''_s} \right), \quad (5-37)$$

где  $\omega_{\text{ЗН}}$ ,  $\omega_j$  равны  $+1$  или  $-1$  в зависимости от требуемого знака напряжения  $U_{\text{ВХ}}$ , используемого при моделировании  $j$ -го участка КЛА.

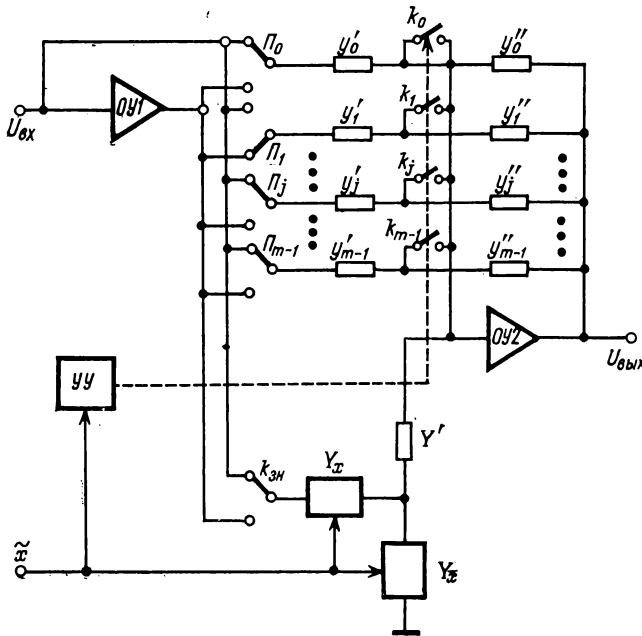


Рис. 5-15. Третий способ построения активного КЛА

Рассмотренные схемы применимы для моделирования функции  $F(x)$  при любом способе разбиения по оси  $x$ . При равномерном разбиении ( $h_x^* = \text{const}$ ) целесообразно использовать схему АКЛА, в которой вместо ЦУП (или ЦДН) на полное число разрядов  $n$  входного кода  $\bar{x}$  применены ЦУП (или ЛДН) на меньшее число разрядов  $n_1 < n$ , где  $n_1$  соответствует максимальной длине  $x_{j+1} - x_j = 2^{n_1} = h_x^*$  участка по оси  $x$ .

Структура схемы АКЛА с равными участками  $h_x^*$  отличается от ранее рассмотренной схемы рис. 5-15 лишь тем, что в ней используются ЦУП либо ЛДН на  $n_1$  младших разрядах кода  $\bar{x}$ , управляемые от соответствующих ячеек памяти регистра  $\bar{x}$ , а уп-

правляющий блок возбуждается  $n - n_1$  старшими разрядами кода  $x$ . При расчете АКЛА сначала по заданной ошибке  $\varepsilon$  производится кусочно-линейная аппроксимация функции  $z = F(x)$ , определяются число  $m$  и координаты линейных участков  $x_j$  и  $z_j$ . В случае равномерного разбиения число участков  $m = (x_{\max} + 1)/h_x$ . После этого, зная величину максимального выходного напряжения  $U_{\text{вых max}}$  типового операционного усилителя, определяют масштаб  $m_U = U_{\text{вых max}}/z_{\max}$  и величины выходных напряжений  $U_{\text{вых } j} = z_j m_U$ . Затем находят шаг дискретности  $\Delta U_j = \Delta U_{\text{вых } j} / \Delta x_j$ , оп-

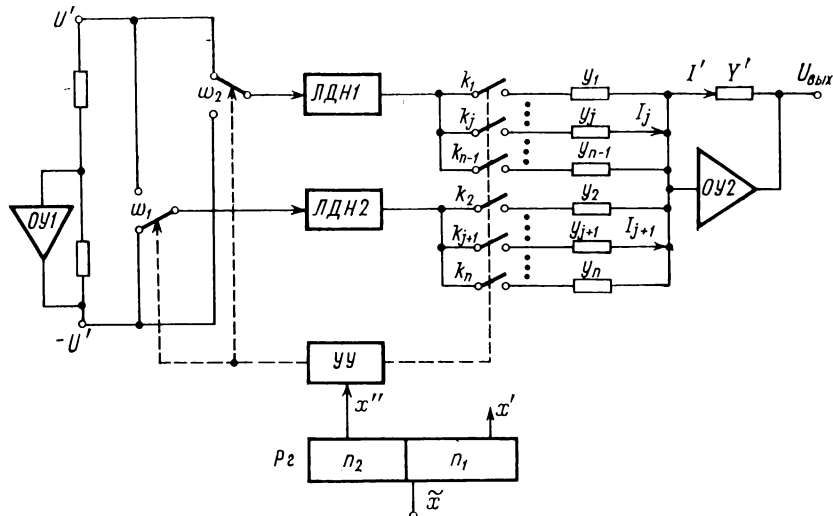


Рис. 5-16. Активный КЛА, использующий треугольные функции

ределяют  $y_j'' = U_{\text{вх}} \frac{Y_{\max}}{x_{\max}} \frac{1}{\Delta U_j}$  и  $y_j' = U_{\text{вых } j} y_j''$ . При этом необходимо учитывать, что максимальное значение добавочной проводимости  $y_0$  должно соответствовать номинальным значениям  $I'_{\text{ном}}$  и  $U_{\text{вых. ном}}$  выбранного типового усилителя.

Четвертый вариант АКЛА соответствует формированию  $j$ -го участка длиной  $h_x = \text{const}$  при помощи двух треугольных функций  $U_j'$  и  $U_j''$  (рис. 5-16), которые вырабатываются соответственно линейными делителями напряжения ЛДН 1 и ЛДН 2, управляемыми младшими разрядами  $x'$ ,  $x''$  входного кода  $x$ .

Старшие разряды  $x''$  этого кода поступают на управляющий блок УУ, возбужденная выходная шина которого используется для замыкания соответствующей пары ключей  $k_j$  и  $k_{j+1}$ .

Поэтому для  $j$ -го участка аппроксимации ток  $I' = I_j + I_{j+1}$  образует выходное напряжение  $U_{\text{вых}} = -I'/Y'$  или, с учетом параметров входных цепей усилителя,

$$U_{\text{вых}} = -\frac{I_j + I_{j+1}}{Y'} = -\frac{U'}{Y'} \left( \omega_j \frac{Y_{x'} y_j}{Y_{\text{max}} + y_j} + \omega_{\text{эн}} \frac{Y_{x'}}{Y_{\text{max}} + y_{j+1}} y_{j+1} \right),$$

где  $\omega_j, \omega_{\text{эн}}$  — функции, учитывающие знаки входных напряжений ЛДН,  $x'$  — текущее значение кода  $x'$  ( $0 \leq x' \leq 2^{n_1} - 1$ ), где  $n_1$  — число младших разрядов кода, соответствующее выбранной длине участка  $h_x^* = \text{const}$  по оси  $x$ ,  $Y_{\text{max}}$  — максимальная выходная проводимость делителей ЛДН 1, ЛДН 2,  $y_j, y_{j+1}$  — добавочные проводимости, используемые для установки высот  $U_{\text{вых } j}$  и  $U_{\text{вых } j+1}$  треугольных функций. Расчет рассматриваемого АКЛА сводится к определению координат участков КЛА  $x_j, z_j$ , выбору масштабов  $m_x = x_{\text{max}}/X_{\text{max}}$  и  $m_U = U_{\text{вых max}}/z_{\text{max}}$  и определению проводимостей  $Y_{\text{max}}, Y', y_j$  и  $y_{j+1}$ .

Так как для выбранного типа операционного усилителя известны  $U_{\text{вых max}}$  и  $I_{\text{max}}$ , то  $m_U = U_{\text{вых max}}/z_{\text{max}}$ . Далее определяются ординаты  $U_{\text{вых } j} = z_j m_U$  и по значениям  $U_{\text{вых } j \text{ min}}$  и  $U_{\text{вых } j \text{ max}}$  — минимальное сопротивление входной цепи ОУ  $r'_{j \text{ min}}$ .

Так как значения  $U' = U_{\text{ном}}$  и  $I' = I_{\text{ном}}$  для выбранного типа ОУ известны, то  $r'_{j \text{ min}}$  находят из соотношения

$$r'_{j \text{ min}} = R_{\text{вых}} + r_j = U'/I_{\text{ном}}. \quad (5-38)$$

Величину внутреннего сопротивления цепной сетки  $R-2R$  выбирают обычно из условия  $R_{\text{вых}} \leq 0,1 (r'_{j \text{ min}})$ , поэтому

$$\left. \begin{aligned} r_{j \text{ min}} &\geq r'_{j \text{ min}} : 1,1, \\ R_{\text{вых}} &= \frac{r}{2} = 0,1 r_{j \text{ min}}. \end{aligned} \right\} \quad (5-39)$$

Очевидно, что  $U_{\text{вых } j \text{ max}} = U_{\text{ном}}$  и  $r'_{j \text{ min}} = 1/Y' = R'$ . Зная  $R', U_{\text{вых } j}$  и  $U'$ , находят значения сопротивлений:

$$r_j = \frac{U'}{U_{\text{вых } j}} R' - R_{\text{вых}}. \quad (5-40)$$

#### 5-4. Универсальные активные кусочно-линейные аналого-цифровые аппроксиматоры

Особый интерес представляют АКЛА, в которых используется наименьшее количество точных резисторов различных номиналов.

Уменьшение количества подобных резисторов облегчает переход на типовые интегральные подсистемы с минимальным количеством нетиповых гибридных узлов, что необходимо при построении малых (МИС), средних (СИС) и больших (БИС) интегральных схем цифро-аналоговых вычислительных блоков. Учитывая при этом, что современная технология изготовления микроселектронных средств вычислительной техники достаточно хорошо освоила производство активных подсистем — дифференциальных твердосхемных



усилителей и что количество последних в схеме не является определяющим показателем сложности и стоимости вычислительного устройства, как это имело место в схемах с дискретными элементами, рассмотрим схему рис. 5-17.

Хранение значений ординат  $a_j$  и угловых коэффициентов  $b_j$  осуществляется в схеме в ее цифровой части, а операция умножения выполняется за счет каскадного включения двух линейных делителей напряжения ЛДН 2 и ЛДН 3. Если число равноотстоящих одна от другой границ участков КЛА выбрано равным  $2^{n_1}$ , то преобразуемый код  $\tilde{x}$  можно разбить на две части,  $\tilde{x}'$  и  $\tilde{x}''$ . Код  $\tilde{x}'$  подается на вход дешифратора  $Дш$  номера участка, причем номер его воз-

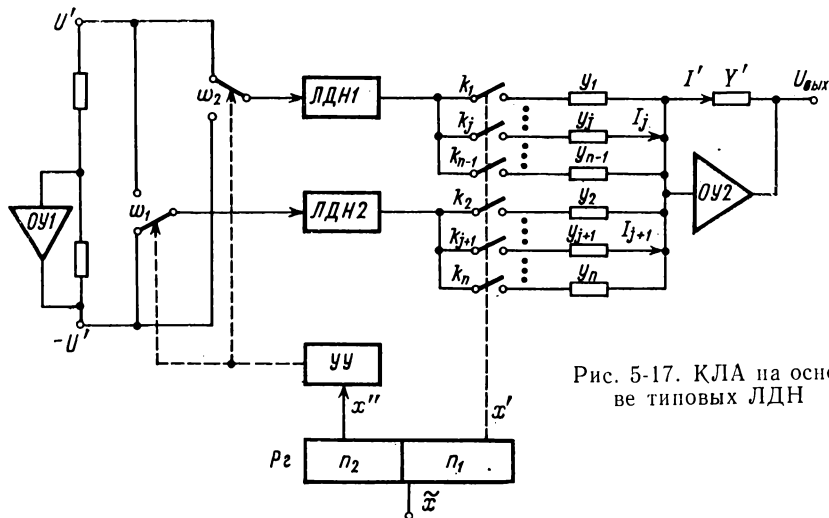


Рис. 5-17. КЛА на основе типовых ЛДН

бужденной шины соответствует номеру участка, которому принадлежит значение входного кода  $\tilde{x}$ . Код  $\tilde{x}'$ , состоящий из  $n_1$  двоичных разрядов и пропорциональный приращению аргумента на выбранном участке  $x_{j+1} - x_j$ , подается на управление ключами ЛДН 3. Выходной сигнал  $Дш$  преобразуется шифраторами Ш 1 и Ш 2 в двоичные коды  $\tilde{f}$  и  $\tilde{q}$ , которые управляют соответственно ключами ЛДН 1 и ЛДН 2.

Если считать, что операционные усилители  $OY1$  и  $OY2$  имеют  $U_{вх1} \approx 0$  и  $U_{вх2} \approx 0$ , а внутренние проводимости ЛДН равны между собой, т. е.  $Y_{вых1} = Y_{вых2} = Y_{вых3} = Y_{max}$ , то выходное напряжение схемы рис. 5-17 определяется зависимостью:

$$\begin{aligned}
 U_{вых} &= U_0 \frac{Y_f}{Y_{f_{max}} + Y'_1} \frac{Y''_1}{Y_2} + U_0 \frac{Y_{x'}}{Y_{max} + Y'_3} \frac{Y'_3}{Y''_3} \frac{Y_q}{Y_{q_{max}} + Y'_2} \frac{Y'_2}{Y''_2} = \\
 &= U_0 \left( \frac{f_i}{f_{max} + d_1} d'_1 + \frac{x'}{x'_{max} + d_3} d'_3 \frac{q_i}{q_{max} + d_2} d'_2 \right), \quad (5-41)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{Y'_1}{Y_{\max}}, & d'_1 &= \frac{Y'_1}{Y''_2}, \\ d_2 &= \frac{Y'_2}{Y_{\max}}, & d'_2 &= \frac{Y'_2}{Y''_2}, \\ d_3 &= \frac{Y'_3}{Y_{\max}}, & d'_3 &= \frac{Y'_3}{Y''_3}. \end{aligned}$$

Таким образом, формула (5-41) приводится к виду  $U_{\text{вых}} = af + bq x'$  и может быть использована для КЛА функции  $F(x)$ , если  $f \sim F(x_j)$ ,  $q \sim \Delta_j = F(x_{j+1}) - F(x_j)$  и масштабы первого и второго слагаемых согласованы. Определение значений кодов  $\bar{q}$  и  $\bar{f}$  может быть выполнено с учетом следующих соображений.

Пусть выходное напряжение ЛДН 1  $U_1 = 0$ , тогда максимальное значение выходного напряжения, обусловленное только действием напряжения  $U'_3$ , равно

$$U'_{\text{вых max}} = U'_{3 \text{ max}} \frac{q_j \text{ max}}{q_j \text{ max} + d_2} d'_2. \quad (5-42)$$

С другой стороны,

$$U'_{\text{вых max}} = \Delta F_j \text{ max} m_U, \quad (5-43)$$

где  $m_U$  — масштаб выходного напряжения.

Из (5-42) и (5-43) следует, что

$$m_U = \frac{U'_{3 \text{ max}}}{\Delta F_j \text{ max}} \frac{q_j \text{ max} d'_2}{q_j \text{ max} + d_2}. \quad (5-44)$$

При одинаковой длине участков КЛА напряжение на выходе ОУ 1 не зависит от  $j$  и определяется только величиной приращения аргумента  $x - x_j$ . Поэтому для участка  $j$  справедлива формула:

$$U'_{3j} = m_U \Delta F_j = U'_{3 \text{ max}} \frac{q_j}{q_{\max}}.$$

Отсюда следует, что

$$q_j = q_{\max} \frac{\Delta F_j}{\Delta F_{\max}}. \quad (5-45)$$

Значения кода  $\bar{f}_j$  определяют по аналогичной методике: полагая  $U'_3 = 0$ , находят максимальную составляющую выходного напряжения, зависящую только от  $U_1$ :

$$U''_{\text{вых max}} = U_0 \frac{f_j \text{ max} d'_1}{f_j \text{ max} + d_1}. \quad (5-46)$$

С другой стороны,

$$U''_{\text{вых max}} = F_{\text{max}}(x) m'_U. \quad (5-47)$$

Из сравнения (5-46) и (5-47) следует, что

$$m'_U = \frac{U_0}{F_{\text{max}}(x)} \frac{f_{j \text{ max}} d'_1}{f_{j \text{ max}} + d_1}. \quad (5-48)$$

Равенство масштабов  $m_U = m'_U$  обеспечивается за счет подбора отношения проводимостей  $d'_1$  (или  $d'_2$ ) при выбранных максимальных значениях кодов  $q_{\text{max}}$  и  $f_{\text{max}}$ . Очевидно также, что

$$f_j = f_{j \text{ max}} \frac{F(x_j)}{F_{\text{max}}(x_j)}. \quad (5-49)$$

Некоторым недостатком рассмотренной схемы универсального КЛА, использующего лишь типовые усилители и резистивные сетки, является сложность цифровой части, которая устраняется, например, при использовании цифрового постоянного запоминающего устройства (ПЗУ) для хранения кодов  $\tilde{q}$  и  $\tilde{f}$ , причем при работе с ЦВМ может быть использовано ПЗУ этой машины.

Другим возможным способом сокращения цифровой части является использование для запоминания таблиц значений  $q$  и  $f$  ряда Уолша (см. § 4-4), приводящее к замене ЛДН 1 и ЛДН 3 функциональными цифро-аналоговыми преобразователями ФП 1 и ФП 3, управляемыми от одной логической схемы для получения функции Уолша. Однако в данном случае наряду с уменьшением цифровой части существенно возрастает число нестандартных прецизионных резисторов, что неприемлемо.

## Глава шестая

### ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ И ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ АППРОКСИМАТОРЫ

#### 6-1. Полиномиальные цифро-аналоговые аппроксиматоры

При полиномиальной аппроксимации заданная функция  $F(X)$  заменяется некоторой плавной функцией  $Q(X)$ , чаще всего степенным полиномом:

$$Q(X) = \sum_{i=0}^m a_i X^i. \quad (6-1)$$

Для определения коэффициентов полинома воспользуемся интерполяционной формулой Лагранжа:

$$Q(X) = \sum_{i=0}^m F(X_i) \frac{(X - X_1)(X - X_2) \cdot \dots \cdot (X - X_m)}{(X_i - X_1)(X_i - X_2) \cdot \dots \cdot (X_i - X_m)}, \quad (6-2)$$

где  $X_i$  — узлы интерполяции.

Коэффициенты полинома (6-2) определяются по известной методике, через вспомогательные постоянные

$$C_j = \begin{cases} \frac{F(X_j)}{m \prod_{i=0}^{j-1} (X_j - X_i)}, & \text{если } j \neq 0, \\ \frac{F(X_j)}{m \prod_{i=1}^m (X_j - X_i)}, & \text{если } j = 0. \end{cases} \quad (6-3)$$

При этом

$$A_m = \sum_{j=0}^m C_j, \quad (6-4)$$

$$A_0 = (-1)^m \sum_{j=0}^m C_j \prod_{\substack{i=0, \\ (i \neq j)}}^m X_i. \quad (6-5)$$

Остальные коэффициенты полинома Лагранжа  $A_k$  ( $k = \overline{1, m-1}$ ) вычисляются в виде суммы произведений  $C_j$  на сумму всевозможных произведений координат узлов аппроксимации, кроме координаты  $X_j$ . Число сомножителей в каждом таком произведении равно  $m-k$ , а число произведений

$$\alpha = C_m^{m-k} = \frac{m!}{k! (m-k)!}. \quad (6-6)$$

Вычисленное значение умножается на  $(-1)^{m-k}$ .

Так, например, коэффициенты полинома Лагранжа при  $m = 3$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= C_0 + C_1 + C_2 + C_3, \\ A_2 &= -C_0(X_1 + X_2 + X_3) - C_1(X_0 + X_2 + X_3) - \\ &\quad - C_2(X_0 + X_1 + X_3) - C_3(X_0 + X_1 + X_2), \\ A_1 &= C_0(X_1X_2 + X_1X_3 + X_2X_3) + C_1(X_0X_2 + X_0X_3 + X_2X_3) + \\ &\quad + C_2(X_0X_1 + X_0X_3 + X_1X_3) + C_3(X_0X_1 + X_0X_2 + X_1X_2), \\ A_0 &= -C_0X_1X_2X_3 - C_1X_0X_2X_3 - C_2X_0X_1X_3 - C_3X_0X_1X_2, \end{aligned} \right\} \quad (6-7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{F(X_0)}{(X_0 - X_1)(X_0 - X_2)(X_0 - X_3)}, \\ C_1 &= \frac{F(X_1)}{(X_1 - X_0)(X_1 - X_2)(X_1 - X_3)}, \\ C_2 &= \frac{F(X_2)}{(X_2 - X_0)(X_2 - X_1)(X_2 - X_3)}, \\ C_3 &= \frac{F(X_3)}{(X_3 - X_0)(X_3 - X_1)(X_3 - X_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (6-8)$$

Точность воспроизведения функции  $F(X)$  полиномом Лагранжа в значительной степени зависит от выбора узлов интерполяции. Обычно в первом приближении выбираются узлы, координаты которых рассчитываются по формуле

$$X_j = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} - \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} \xi_j, \quad (6-9)$$

где  $\xi_j = \cos \frac{2j+1}{2m+2} \pi$  ( $j = \overline{0, m}$ ) — нули полинома Чебышева.

Вычисление коэффициентов полинома Лагранжа степени  $m$  для заданной функции  $F(X)$  и определение максимальной относительной ошибки аппроксимации функции построенным полиномом выполняется при помощи ЦВМ.

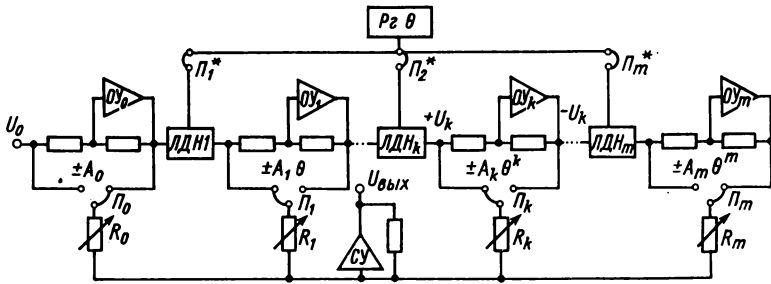


Рис. 6-1. Активная схема для воспроизведения полинома степени  $k$

Для преобразования полиномов вида  $Q(X) = \sum_{k=0}^m A_k X^k$  могут быть использованы только активные схемы (рис. 6-1), представляющие собою каскадное соединение  $m+1$  операционных усилителей  $OU_k$ , выходные напряжения  $\pm U_k$  которых поступают на суммирующий усилитель  $СУ$ . Так как все  $OU$  (за исключением  $k=0$ ) содержат во входной цепи линейный цифро-аналоговый делитель напряжения  $ЛДН_k$ , то  $U_k = \pm A_k X^k$  и выходное напряжение схемы  $U_{\text{вых}} = \sum_{k=0}^m (\pm A_k X^k)$ . Установка требуемых знака и величины  $A_k$  производится ручными переключателями  $P_k$ , подключающими соответствующие сопротивления  $R_k$ . Вместо ЛДН с постоянным выходным сопротивлением в рассмотренной схеме могут быть использованы линейные ЦУП, однако при этом схема аппроксиматора существенно усложняется из-за необходимости введения дополнительных инвертирующих усилителей для образования требуемого знака  $A_i$ . Кроме того, использование ЦУП связано с увеличением диапазона номиналов разрядных резисторов.

Вообще применение схемы рис. 6-1 для воспроизведения элементарных функций имеет практический смысл при  $n \leq 2 \div 3$ , так как

дальнейшее увеличение степени полинома приводит к ухудшению технико-эксплуатационных характеристик аппроксиматора. Более простым с точки зрения качества используемых элементов при  $n = 2$  является *токовый цифро-аналоговый квадратичный элемент* (рис. 6-2), содержащий ЦУП  $Y_x$  с двухпозиционными ключами, две постоянные проводимости  $Y_1 = d_1 Y_{\max}$ ,  $Y_2 = d_2 Y_{\max}$  и операционный усилитель  $OУ$  для преобразования тока  $I_x$  в выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$ .

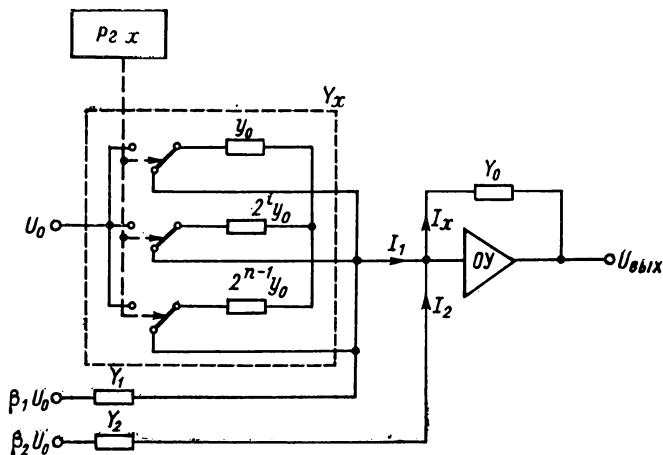


Рис. 6-2. Токовый цифро-аналоговый квадратичный элемент

В соответствии со схемой рис. 6-2 для определения тока  $I_x$  входной цепи  $OУ$  может быть записана система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_x &= I_1 + I_2, \\ I_1 &= U_1 Y_{\max} (1 - \theta_x), \\ U_1 &= U_0 \frac{Y_{\max} \theta_x}{Y_{\max} + d_1 Y_{\max}} + \beta_1 U_0 \frac{d_1 Y_{\max}}{Y_{\max} + d_2 Y_{\max}}, \\ I_2 &= \beta_2 U_0 Y_{\max} d_2. \end{aligned} \right\} \quad (6-10)$$

Из (6-10) следует, что

$$I_x = U_0 Y_{\max} (A_0 + A_1 \theta_x + A_2 \theta_x^2), \quad (6-11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= d_2 \beta_2 + \frac{d_1 \beta_1}{1 + d_1}, \\ A_1 &= \frac{1 - d_1 \beta_1}{1 + d_1}, \\ A_2 &= -\frac{1}{1 + d_1}. \end{aligned} \right\} \quad (6-12)$$

Выходное напряжение схемы

$$U_{\text{вых}} = -U_0 \frac{Y_{\text{max}}}{Y_0} (A_0 + A_1\theta + A_2\theta^2), \quad (6-13)$$

поданное на вход второго аналогичного квадратичного блока, позволяет получить полиномиальную характеристику вида

$$U_{\text{вых}} = -U_0 \left( \frac{Y_{\text{max}}}{Y_0} \right)^2 (B_0 + B_1\theta + B_2\theta^2 + B_3\theta^3 + B_4\theta^4), \quad (6-14)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= A_{01}A_{02}, \\ B_1 &= A_{01}A_{12} + A_{11}A_{02}, \\ B_2 &= A_{02}A_{21} + A_{01}A_{22} + A_{11}A_{12}, \\ B_3 &= A_{21}A_{12} + A_{11}A_{22}, \\ B_4 &= A_{21}A_{22}, \end{aligned} \right\} \quad (6-15)$$

$A_{ks}$  — коэффициенты полиномов соответственно первого ( $s = 1$ ) и второго ( $s = 2$ ) каскадно включенных квадратичных блоков.

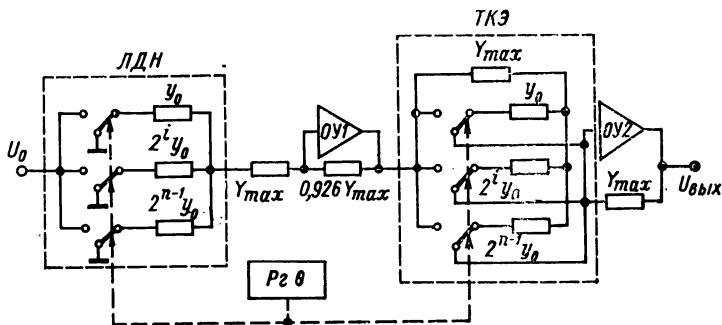


Рис. 6-3. Активная схема, реализующая синусную зависимость

В виду взаимной независимости коэффициентов  $A_{ks}$  каскадная схема из двух квадратичных блоков или ее модификации пригодны для воспроизведения весьма широкого класса элементарных функций. Например, синусная функция  $z = 0,54 \sin \frac{\pi}{2} \theta$  аппроксимируемая кубическим полиномом вида  $q = 0,54 \theta (2,85 - \theta^2)$  с ошибкой не более 0,7% для  $-1 < \theta < 1$ , воспроизводится схемой (рис. 6-3), содержащей один цифровой ЛДН и один цифро-аналоговый токовый квадратичный элемент (ТКЭ).

Косинусная зависимость  $z = \cos \pi \theta$  для  $-0,5 < \theta < 0,5$ , аппроксимируемая зависимостью вида  $q = 3,6 (0,25 - \theta^2) \times (1,111 - \theta^2)$ , воспроизводится схемой полиномиального аппроксиматора (рис. 6-4), содержащего два цифро-аналоговых токовых квадратичных элемента ТКЭ1, ТКЭ2 с параметрами проводимостей, указанными на схеме.

Следует отметить, что обе схемы при  $U_0 = \text{вар}$  пригодны для умножения синусной (косинусной) зависимости на величину, пропорциональную напряжению  $U_0$ .

Если «сквозная» полиномиальная аппроксимация функции для  $F(X)$  не обеспечивает требуемую точность решения, то могут быть

рассмотрены методы кусочно-полиномиальной аппроксимации, при которых заданная функция  $F(X)$  разбивается на участки и на каждом участке применяется аппроксимация полиномами с различными коэффициентами.

Стремясь обеспечить простоту технической реализации, обычно применяют кусочно-квадратичную аппроксимацию (ККА), для которой общее выражение аппроксимирующей зависимости имеет вид:

$$Q(x) = \sum_{j=1}^s (A_{0j} + xA_{1j} + x^2A_{2j}) \varphi_j(\tilde{x}), \quad (6-16)$$

где  $\varphi_j(\tilde{x})$  — переключательная функция, равная 1 на  $j$ -м участке и 0 — на всех остальных.

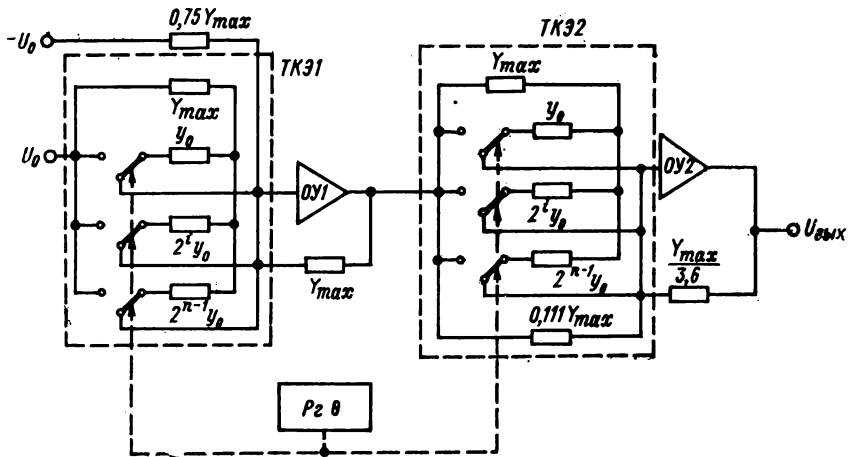


Рис. 6-4. Активная схема, реализующая косинусную зависимость

Коэффициенты полиномов  $A_{0j}$ ,  $A_{1j}$ ,  $A_{2j}$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} A_{2j} &= C_{0j} + C_{1j} + C_{2j}, \\ A_{1j} &= -C_{0j}(X_{1j} + X_{2j}) - C_{1j}(X_{0j} + X_{2j}) - C_{2j}(X_{0j} + X_{1j}), \\ A_{0j} &= C_{0j}X_{1j}X_{2j} + C_{1j}X_{0j}X_{2j} + C_{2j}X_{0j}X_{1j}, \end{aligned} \right\} \quad (6-17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_{0j} &= \frac{F(X_{0j})}{(X_{0j} - X_{1j})(X_{0j} - X_{2j})}, \\ C_{1j} &= \frac{F(X_{1j})}{(X_{1j} - X_{0j})(X_{1j} - X_{2j})}, \\ C_{2j} &= \frac{F(X_{2j})}{(X_{2j} - X_{0j})(X_{2j} - X_{1j})}. \end{aligned} \right\} \quad (6-18)$$



Координаты узлов аппроксимации на  $j$ -м участке  $X_{0j}, X_{1j}, X_{2j}$  вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} X_{0j} &= \frac{X_{j \text{ кон}} + X_{j \text{ нач}}}{2} - \frac{X_{j \text{ кон}} - X_{j \text{ нач}}}{2} \cos \frac{\pi}{6}, \\ X_{1j} &= \frac{X_{j \text{ кон}} + X_{j \text{ нач}}}{2} - \frac{X_{j \text{ кон}} - X_{j \text{ нач}}}{2} \cos \frac{\pi}{2}, \\ X_{2j} &= \frac{X_{j \text{ кон}} + X_{j \text{ нач}}}{2} - \frac{X_{j \text{ кон}} - X_{j \text{ нач}}}{2} \cos \frac{5\pi}{6}, \end{aligned} \right\} (6-19)$$

где  $X_{j \text{ кон}}, X_{j \text{ нач}}$  — значения аргументов соответственно в конечной и начальной точках  $j$ -го участка аппроксимации.

При ККА отрезок  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$  разбивается на  $s$  участков равной или неравной длины. В первом случае специфика цифрового задания аргумента обеспечивает простую структуру цифровой части цифро-аналогового вычислителя при числе участков, кратном двум, однако при этом максимальная ошибка аппроксимации на различных участках неодинакова. Во втором случае неравные по длине участки ККА выбираются по условию одинаковой максимальной ошибки аппроксимации на каждом из участков.

В обоих случаях определение числа участков производится при помощи ЦВМ. Алгоритмы построения соответствующих аппроксимирующих зависимостей приведены в главе 11.

В табл. 6-1 — 6-3 приведены параметры ККА для ряда элементарных функций.

Таблица 6-1

Границы участков и коэффициенты кусочно-квадратичного полинома для функции  $\sin X$ ;  $X \in [0; \pi/2]$

| Погрешность, % | Номер участка | Начало участка   |                  | Конец участка    |                  | $A_2$    | $A_1$    | $A_0$    |
|----------------|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------|----------|----------|
|                |               | $x_{\text{нач}}$ | $X_{\text{нач}}$ | $x_{\text{кон}}$ | $X_{\text{кон}}$ |          |          |          |
| 1,0            | 1             | 0                | 0,00000          | 511              | 0,78436          | -0,18921 | +1,05478 | -0,00237 |
|                | 2             | 512              | 0,78617          | 1023             | 1,57080          | -0,45536 | +1,44839 | -0,15060 |
| 0,1            | 1             | 0                | 0,00000          | 379              | 0,58195          | -0,14256 | +1,03077 | -0,00098 |
|                | 2             | 380              | 0,58348          | 819              | 1,25756          | -0,39414 | +1,32247 | -0,08752 |
|                | 3             | 820              | 1,25909          | 1023             | 1,57080          | -0,49271 | +1,54907 | -0,21754 |

Структурная схема ККА, базирующаяся на применении токового квадратичного элемента, изображена на рис. 6-5. Инвертирующий усилитель образует биполярное напряжение  $\pm U_0$ , знак и величина которого может быть установлена в соответствии с ККА для питания каждой из постоянных относительных проводимостей  $d_{1j} = Y_{1j}/Y_{\text{max}}$  и  $d_{2j} = Y_{2j}/Y_{\text{max}}$  при помощи потенциометров  $\Pi_{1j}, \Pi_{2j}$ .

Таблица 6-2

Границы участков и коэффициенты кусочно-квадратичного полинома для функции  $e^X$ ;  $X \in [0; 2,3026]$

| Погрешность, % | Номер участка | Начало участка |           | Конец участка |           | $A_2$    | $A_1$    | $A_0$    |
|----------------|---------------|----------------|-----------|---------------|-----------|----------|----------|----------|
|                |               | $x_{нач}$      | $X_{нач}$ | $x_{кон}$     | $X_{кон}$ |          |          |          |
| 1,0            | 1             | 0              | 0,00000   | 511           | 1,15017   | +0,91488 | +0,79907 | +1,01426 |
|                | 2             | 512            | 1,15243   | 1023          | 2,30260   | +2,89639 | -4,14600 | +4,14231 |
| 0,1            | 1             | 0              | 0,00000   | 393           | 0,88458   | +0,79093 | +0,89494 | +1,00551 |
|                | 2             | 394            | 0,88683   | 746           | 1,67912   | +1,82943 | -1,01647 | +1,89969 |
|                | 3             | 747            | 1,68137   | 1023          | 2,30260   | +3,70381 | -7,33703 | +7,24796 |

Таблица 6-3

Число участков при кусочно-квадратичной аппроксимации

| $F(X)$   | Погрешность аппроксимации, % |   |   |     |     |     |
|--|------------------------------|---|---|-----|-----|-----|
|  | 5                            | 2 | 1 | 0,5 | 0,2 | 0,1 |
| $\sin X$ ; $X \in [0; \pi/2]$                              | 1                            | 1 | 2 | 2   | 2   | 3   |
| $\ln X$ ; $X \in [1; 10]$                                  | 2                            | 2 | 2 | 3   | 4   | 4   |
| $\arccos X$ ; $X \in [0; 1]$                               | 2                            | 3 | 3 | 4   | 5   | 6   |
| $e^X$ ; $X \in [0; 2,3026]$                                | 1                            | 2 | 2 | 2   | 3   | 3   |
| $\operatorname{tg} X$ ; $X \in [0; 1,4835]$                | 2                            | 3 | 3 | 4   | 5   | 7   |
| $1/\sqrt{X}$ ; $X \in [1; 10]$                             | 2                            | 2 | 2 | 3   | 4   | 5   |
| $0,5(X-1)^3(X+2)^2$ ; $X \in [-2; 2]$                      | 3                            | 4 | 5 | 6   | 8   | 11  |
| $41,5(1 - \cos 0,235X) + 23(1 - \cos X)$ ; $X \in [0; 20]$ | 5                            | 7 | 7 | 10  | 13  | 17  |
| $\sin X/X$ ; $X \in [0,1 \cdot 10^{-5}; 3\pi]$             | 3                            | 3 | 4 | 5   | 7   | 8   |

Таким образом, для  $j$ -го участка ККА при помощи дешифратора  $D_{ш}$  и ключей  $k_{1j}$ ,  $k_{2j}$  коммутируется соответствующий ТКЭ, состоящий из цифровых проводимостей  $Y_0$ ,  $Y_{\bar{0}}$ ,  $Y_{1j}$ ,  $Y_{2j}$ , питаемый напряжениями  $U_0$ ,  $b_{1j}$ ,  $U_0$ ,  $b_{2j}U_0$ . Коэффициенты  $A_{0j}$ ,  $A_{1j}$ ,  $A_{2j}$  этого

элемента должны обеспечивать требуемую методическую ошибку на данном участке ККА.

Одним из недостатков цифро-аналогового ТКЭ является необходимость такого включения линейной управляемой проводимости, при котором токи управления полупроводниковыми ключами и обратные тепловые токи замыкаются через входную цепь усилителя и создают дополнительную ошибку воспроизведения полинома.

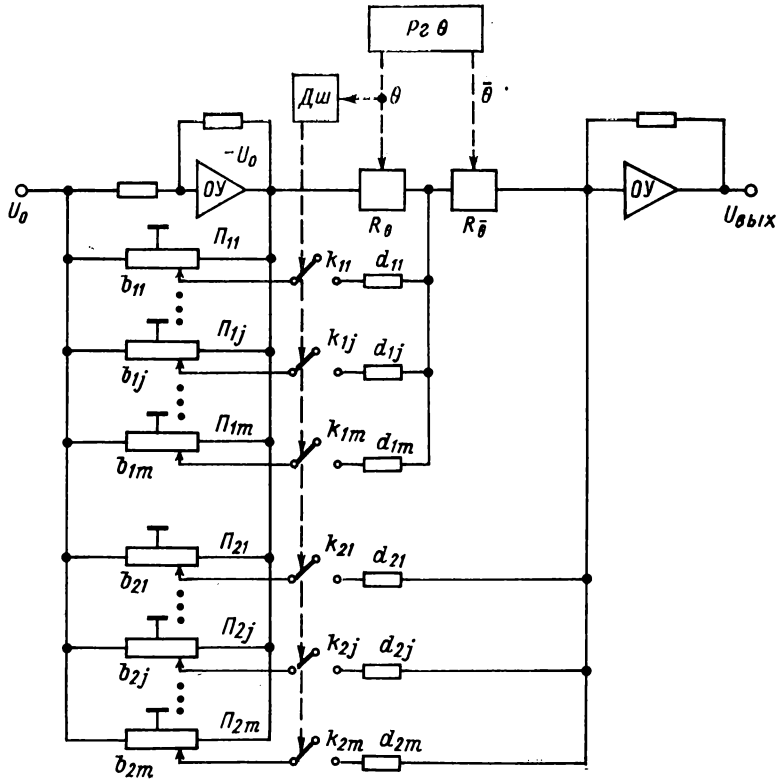


Рис. 6-5. Кусочно-квадратичный аппроксиматор с цифро-аналоговым токовым элементом

Кроме того, линейная цифровая управляемая проводимость использует большой диапазон ( $2^n$ ) номиналов прецизионных резисторов. Поэтому большой интерес имеют схемы ККА, содержащие цифро-аналоговые ЛДН.

Одна из таких схем, изображенная на рис. 6-6, содержит четыре операционных усилителя, два каскадно включенных цифро-аналоговых линейных делителя напряжения ЛДН1, ЛДН2,  $4m$  двухпозиционных переключателей,  $4m$  коммутируемых постоянных проводимости  $Y_{0j}$ ,  $Y_{1j}$ ,  $Y_{2j}$ ,  $Y_{3j}$ , дешифратор номера  $j$  ККА функции

$F(X)$  и наборную плату для ручной установки расчетных знаков коэффициентов аппроксимирующих квадратичных полиномов.

Выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  на  $j$ -м участке ККА определяется выражением

$$U_{\text{вых}} = (I_{0j} + I_{1j} + I_{2j}) \frac{1}{Y_{3j}}. \quad (6-20)$$

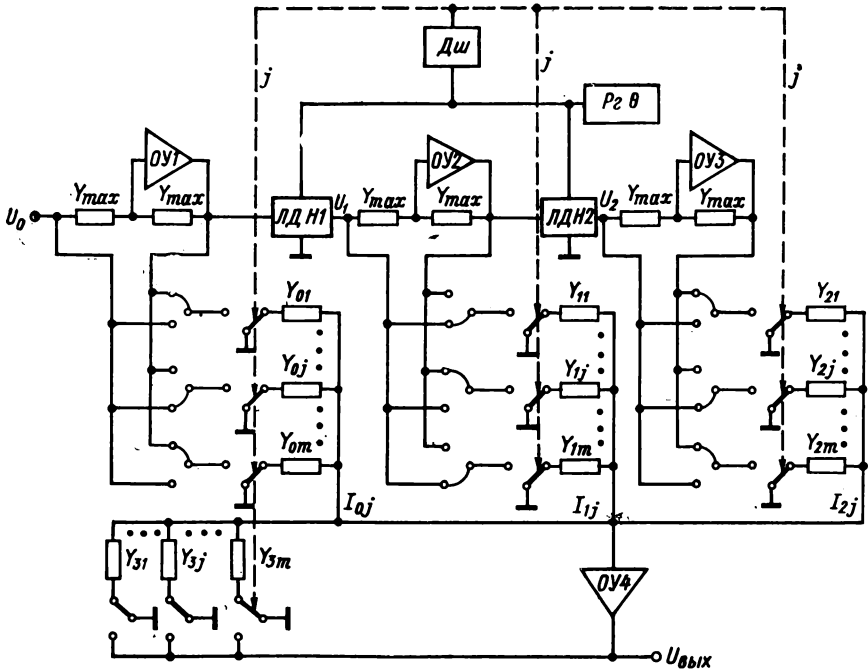


Рис. 6-6. Кусочно-квадратичный аппроксиматор, использующий линейные делители напряжения

В свою очередь токи в правой части (6-20) связаны с цифровым входом  $\theta$  и аналоговым  $U_0$  зависимостями вида:

$$I_{0j} = \beta_0 U_0 Y_{0j}, \quad (6-21)$$

$$I_{1j} = \beta_1 U_1 Y_{1j} = \beta_1 U_0 \frac{Y_{\max} \theta}{2Y_{\max} + Y_{1j}} Y_{1j} = \beta_1 U_0 \frac{\theta Y_{\max} d_{1j}}{2 + d_{1j}}, \quad (6-22)$$

$$\begin{aligned} I_{2j} &= \beta_2 U_2 Y_{2j} = \beta_2 U_0 \frac{Y_{\max} \vee \theta}{2Y_{\max} + Y_{1j}} \frac{Y_{\max} \theta Y_{2j}}{2Y_{\max} + Y_{2j}} = \\ &= \beta_2 U_0 \frac{\theta^2 Y_{\max} d_{2j}}{(2 + d_{1j})(2 + d_{2j})}. \end{aligned} \quad (6-23)$$

Подставляя в (6-20) выражения для токов (6-21) — (6-23), получаем

$$U_{\text{вых}} = \frac{U_0 Y_{\text{max}}}{Y_{3j}} \left[ \beta_0 d_{0j} + \beta_1 \frac{\theta d_{1j}}{2 + d_{1j}} + \beta_2 \frac{\theta^2 d_{2j}}{(2 + d_{1j})(2 + d_{2j})} \right], \quad (6-24)$$

где  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  — знаковые коэффициенты, равные соответственно +1 или -1.

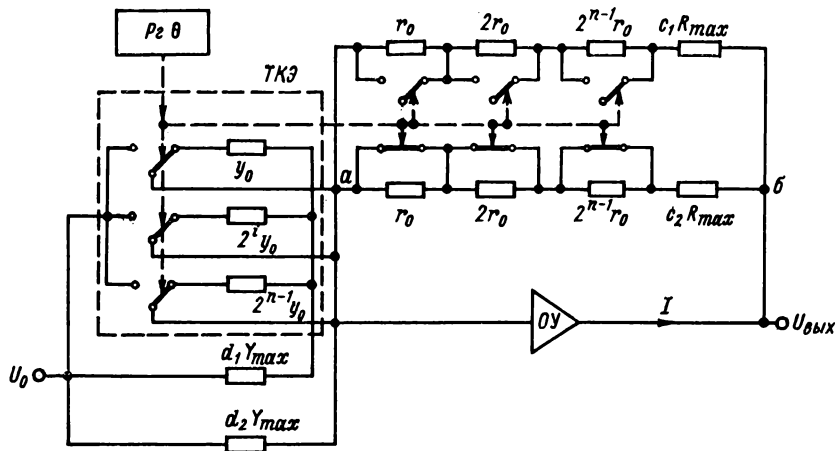


Рис. 6-7. ККА для получения полинома 4-й степени

Таким образом, коэффициенты квадратичного полинома, воспроизводимого схемой рис. 6-6, равны

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \beta_0 d_{0j}, \\ A_1 &= \beta_1 \frac{d_{1j}}{2 + d_{1j}}, \\ A_2 &= \beta_2 \frac{d_{2j}}{(2 + d_{1j})(2 + d_{2j})}, \end{aligned} \right\} \quad (6-25)$$

где  $d_{0j} = \frac{Y_{0j}}{Y_{\text{max}}}$ ,  $d_{1j} = \frac{Y_{1j}}{Y_{\text{max}}}$ ,  $d_{2j} = \frac{Y_{2j}}{Y_{\text{max}}}$ .

Проводимость  $Y_{3j} = d_{3j} Y_{\text{max}}$  введена в схему для согласования масштабов выходного напряжения на отдельных участках ККА, поскольку  $|A_1| \leq 1$  и  $|A_2| \leq 1$ .

Уравнения (6-21) — (6-25) получены в предположении, что для воспроизведения каждого  $j$ -го участка ККА в схеме включаются только проводимости  $Y_{0j}, Y_{1j}, Y_{2j}$  и  $Y_{3j}$ , а остальные коммутируемые проводимости отключены. Если для воспроизведения  $j$ -го участка ККА используются соответствующие суммы проводимостей

$\sum_{s=1}^j Y_{0s}$ ,  $\sum_{s=1}^j Y_{1s}$ ,  $\sum_{s=1}^j Y_{2s}$  и  $\sum_{s=1}^j Y_{3s}$ , то в формулах (6-21) — (6-25)

это обстоятельство учитывается подстановкой суммарных коэффициентов  $\sum_{s=1}^j d_{0s}$ ,  $\sum_{s=1}^j d_{1s}$ ,  $\sum_{s=1}^j d_{2s}$  и  $\sum_{s=1}^j d_{3s}$ .

Степень аппроксимирующего полинома может быть повышена за счет использования в цепях обратных связей операционных усилителей линейных и квадратичных цифровых управляемых сопротивлений ( $\theta$  — ЦУС).

На рис. 6-7 изображена схема полиномиального аппроксиматора, позволяющая получить полином 4-й степени  $U_{\text{вых}} = \sum_{k=0}^4 A_k \theta^k$  на одном операционном усилителе.

Токовый квадратичный элемент ТКЭ, включенный во входную цепь операционного усилителя ОУ, обеспечивает изменение тока, выходящего из узла  $a$  по зависимости вида  $I_a = U_0 (a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2)$ . Сопротивление  $R_{a\theta}$  цепи обратной связи ОУ изменяется в зависимости от кода  $\theta$  по закону квадратичного полинома:

$$R_{a\theta} = \frac{R_{\text{max}}^2 (c_1 + \theta) (c_2 + 1 - \theta)}{R_{\text{max}} (c_1 + 1 + c_2)} = R_{\text{max}} (b_0 + b_1 \theta + b_2 \theta^2), \quad (6-26)$$

где  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  — постоянные коэффициенты, определяемые величинами относительных сопротивлений  $c_1$  и  $c_2$ :

$$b_0 = \frac{c_1 (1 + c_2)}{1 + c_1 + c_2}, \quad b_1 = \frac{c_1 - (c_2 + 1)}{1 + c_1 + c_2}, \quad b_2 = \frac{1}{1 + c_1 + c_2}. \quad (6-27)$$

Таким образом, выходное напряжение схемы  $U_{\text{вых}}$  изменяется по зависимости вида

$$U_{\text{вых}} = -I_a R_{a\theta} = U_0 (A_0 + A_1 \theta + A_2 \theta^2 + A_3 \theta^3 + A_4 \theta^4), \quad (6-28)$$

где постоянные коэффициенты  $A_j$  ( $j = 0, 4$ ) определяются параметрами резисторов входной цепи и цепи обратной связи ОУ.

## 6-2. Дробно-рациональные цифро-аналоговые аппроксиматоры

В тех случаях когда полиномиальная аппроксимация не обеспечивает заданных характеристик цифро-аналогового функционального преобразования (точность, габаритно-весовые показатели, стоимость, надежность и т. д.), следует проанализировать возможности применения дробно-рациональной аппроксимации (ДРА), при которой функция  $F(X)$  заменяется рациональной дробью

$Q(X) = \sum_{k=1}^n A_k X^k / \sum_{k=1}^n B_k X^k$ , так чтобы коэффициенты  $A_k$ ,  $B_k$  последней удовлетворяли заданной ошибке на всем диапазоне изменения аргумента  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$ :

$$\epsilon_m(X) = \min \max \left| F(X) - \frac{\sum_{k=1}^n A_k X^k}{\sum_{k=1}^n B_k X^k} \right|. \quad (6-29)$$

Кривая ошибки  $\epsilon_m(X)$  для рассматриваемого наилучшего в смысле Чебышева приближения функций  $F(X)$  и  $Q(X)$  согласно теореме Ахиозера [2] имеет на интервале  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$  не менее  $m + n + 2$  альтернирующих экстремумов в критических точках

$$X_{\text{нач}} \leq X_0 \leq X_1 \leq \dots \leq X_{m+n+1} \leq X_{\text{кон}}, \quad (6-30)$$

где  $m$  и  $n$  — степени полиномов числителя  $P_1(X) = \sum_{i=0}^m A_i X^i$  и знаменателя  $P_2(X) = 1 + \sum_{j=1}^n B_j X^j$ .

Для нахождения неизвестных коэффициентов  $A_i$  и  $B_j$  составляется нелинейная система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_m(X_j) &= \text{extr}, \\ F(X_j) - Q(X_j) &= (-1)^j E, \\ j &= 0, 1, 2, \dots, m+n+1, \end{aligned} \right\} \quad (6-31)$$

где  $E$  — амплитуда ошибки  $\epsilon_m(X_j)$ .

Эта система не имеет единственного решения, но проектировщик интересуется решением, не имеющее полюсов на интервале  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$ . Такому решению наиболее часто соответствует наименьшее из всех возможных по абсолютной величине значение  $E$ , поэтому ноль является хорошим начальным приближением. Исследованию сходимости при различных вычислительных схемах алгоритмов решения системы (6-31) посвящены многие математические работы [2, 36], в которых алгоритм сводится к двухступенчатому итерационному процессу: На первом этапе («внутренняя итерация») методом итерации по известным приближениям для критических точек решается система (6-31). На втором этапе находятся экстремумы  $z_{jk}$  кривой ошибки  $\epsilon_m(X) = F(X) - Q(X)$ , принимаемые за новые приближения для критических точек.

В работе [36] доказано, что сходимость итерационного процесса определяется удачным выбором начальных приближений в критических точках.

В приложении к работе [80] приводится программа на языке АЛГОЛ-60 для ЦВМ «Минск-22», составленная по алгоритму Фрэзера и Харта. Итерационная схема в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^m A_i^{r+1} X_{jk}^i + \sum_{j=1}^n [(-1)^j E_k^r \omega(X_{jk}) - F(X_{jk})] X_{jk}^p B_p^{r+1} + \\ & + (-1)^j \omega(X_{jk}) E_k^{r+1} = F(X_{jk}), \quad j = 0, 1, \dots, m+n+1. \end{aligned} \quad (6-32)$$

В уравнении (6-32)  $k$  — номер внешней итерации,  $r$  — номер внутренней итерации,  $\omega(X)$  — весовая функция. Если амплитуда ошибки  $E_k^r$  известна, то на шаге  $r+1$  (6-32) становится линейной системой относительно неизвестных  $A_i^{r+1}$ ,  $B_p^{r+1}$ ,  $E_k^{r+1}$ . Внутренняя итерация продолжается до тех пор, пока значения  $E_k^r$  и  $E_k^{r+1}$  не

Таблица 6-4

## Дробно-рациональные аппроксимации тригонометрических функций

| Вид аппроксимации  | Пределы<br>$\theta_{\min}; \theta_{\max}$ | Относительная<br>приведенная<br>ошибка $\delta$ , % |
|--|---|---|
| $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \theta \approx \frac{1,797 \theta}{1,147 - \theta^2}$                   | -0,5; 0,5                                 | 0,08  |
| $\operatorname{tg} \pi \theta \approx 0,594 + \frac{0,639 \theta}{0,25 - \theta^2}$                      | -0,49; 0,49                               | 0,2   |
| $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \theta \approx \frac{1,28 \theta}{0,62 - \theta^2}$                    | -0,5; 0,5                                 | 0,22  |
| $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 2\theta \approx \frac{1,93 \theta}{0,98 + \theta^2}$               | -0,5; 0,5                                 | 0,33  |
| $\operatorname{sin} \frac{\pi}{2} \theta \approx \frac{4\theta(2-\theta)}{5-2\theta+\theta^2}$           | 0; 1                                      | 0,17  |
| $\operatorname{sin} \pi \theta \approx -6,30\theta + \frac{17,18\theta}{1,82 + \theta^2}$                | -0,5; 0,5                                 | 0,06  |
| $\operatorname{cos} \pi \theta \approx \frac{1 - 4\theta^2}{1 + \theta^2}$                               | -0,5; 0,5                                 | 0,17  |
| $\operatorname{arc} \operatorname{sin} \sqrt{2} \theta \approx \frac{3,28 \theta}{2,34 - \theta^2}$      | 0,5; 0,5                                  | 0,2   |
| $\operatorname{arc} \operatorname{sin} 2\theta \approx 1,97\theta + \frac{0,04\theta}{0,284 - \theta^2}$ | -0,5; 0,5                                 | 1,1   |
| $\operatorname{sec} \frac{\pi}{3} \theta \approx \frac{2,18}{2,184 - \theta^2}$                          | -1,0; 1,0                                 | 1,0   |
| $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \theta \approx \frac{1,792 \theta}{3,792 - \theta^2}$                   | -0,9; 0,9                                 | 0,25  |



будут совпадать с заданной точностью. Как было отмечено ранее, удобно принять  $E_0^\circ = 0$ .

В табл. 6-4 приведены аппроксимации ряда элементарных функций  $F(X)$ , полученные по алгоритму Фрезера и Харта.

Рациональные приближающие дроби  $Q(X)$  могут быть образованы прежде всего при помощи пассивных схем (рис. 6-8, а), содержащих по аналогии с известными потенциметрическими [55] или широтно-импульсными [61] схемами цифровые линейные проводимости  $Y_\theta = Y_{\max}\theta$  (сопротивления  $R_\theta = R_{\max}\theta$ ) и постоянные проводимости  $Y_j$  (сопротивления  $R_j$ ). Выходное напря-

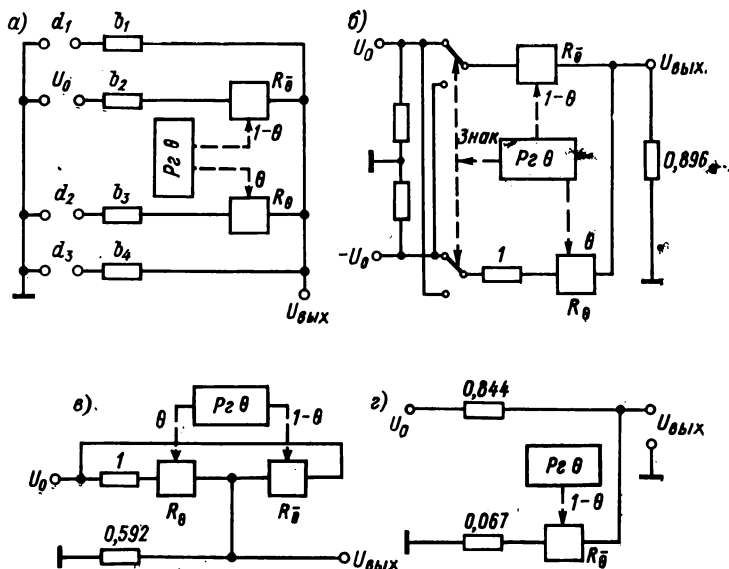


Рис. 6-8. Пассивные схемы ДРА

жение  $U_{\text{вых}}$  пассивных схем ДРА изменяется в общем случае по зависимости

$$U_{\text{вых}} = U_0 \frac{A_0 + A_1\theta + A_2\theta^2}{B_0 + B_1\theta + B_2\theta^2}, \quad (6-33)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_k &= G_k(d_1, d_2, d_3, b_1, b_2, b_3, b_4), \\ B_k &= L_k(b_1, b_2, b_3, b_4), \\ d_k &= \frac{U_k}{U_0}, \quad b_k = \frac{R_k}{R_{\max}}, \quad R_{\max} = r_0(2^n - 1). \end{aligned} \right\} \quad (6-34)$$

Приближающая рациональная дробь, воспроизводимая пассивными схемами, имеет взаимосвязанные коэффициенты  $A_k, B_k$ , и поэтому возможности ее применения весьма ограничены. Так, на-

пример, при  $b_1 = \infty$ ,  $b_2 = 0$ ,  $b_3 = 1$ ,  $d_3 = -1$ ,  $d_4 = 0$  и  $b_4 \neq 0$  (схема рис. 6-8, б) рациональная дробь имеет вид

$$U_{\text{вых}} = 0,5U_0 \frac{2b_4\theta}{1 + 2b_4 - \theta^2}, \quad (6-35)$$

при  $b_4 = 0,896$  и  $|\theta| \leq 1$  с приведенной ошибкой не более 0,25% приближающийся к функции тангенса:

$$U_{\text{вых}} = 0,5U_0 \frac{1,792\theta}{3,792 - \theta^2} \approx 0,6061 \frac{U_0}{2} \operatorname{tg} \theta. \quad (6-36)$$

Схема 6-8, в пригодна для воспроизведения секансной функции:

$$U_{\text{вых}} = U_0 \sec \theta \approx \frac{2,18}{2,184 - \theta^2}, \quad (6-37)$$

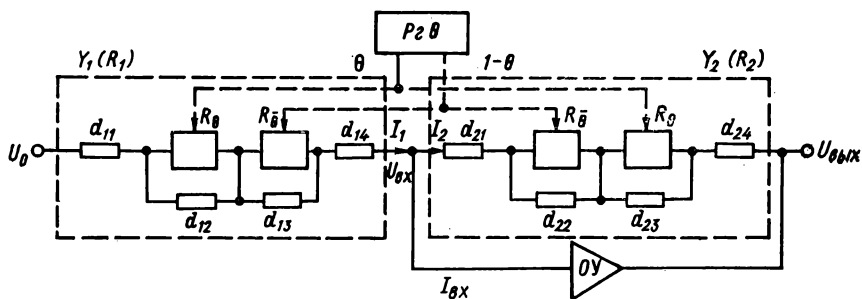


Рис. 6-9. Схема активного ДРА

так как при  $b_1 = 0,592$ ,  $b_2 = 0$ ,  $b_3 = 1$ ,  $b_4 = \infty$ ,  $d_1 = 0$ ,  $d_2 = 1$ ,  $d_3 = 0$  рациональная дробь (6-37) обеспечивает ошибку приближения не более 0,7% для  $|\theta| \leq 1$ .

Наконец, при  $d_1 = 0$ ,  $d_2 = 0$ ,  $d_3 = 0$ ,  $b_1 = \infty$ ,  $b_2 = 0,844$ ,  $b_3 = \infty$ ,  $b_4 = 0,067$  схема рис. 6-8, г моделирует зависимость

$$U_{\text{вых}} = U_0 \sqrt{\frac{1-\theta}{1,791}} \approx U_0 \frac{1,067-\theta}{1,911-\theta} \quad (6-38)$$

с ошибкой не более 1% для  $0,04 \leq \theta \leq 1$ .

Во всех рассмотренных схемах  $\theta = R_x/R_{\text{max}}$ , т. е. используются цифровые последовательные управляемые резисторы  $R_x$ -ЦУС), однако подобные схемы легко выполняются с применением цифровых параллельных управляемых резисторов ( $Y_x$ -ЦУП). Более широкие возможности с точки зрения класса воспроизводимых зависимостей имеют активные схемы ДРА.

Одна из возможных активных схем, изображенная на рис. 6-9, содержит во входной цепи и цепи обратной связи  $OУ$  сложные цифро-управляемые цепи из  $Y_x$ -ЦУП ( $R_x$ -ЦУС) и постоянных резисторов ( $Y_k$ ,  $R_k$ ). Если  $d_{1k} = Y_{1k}/Y_{\text{max}}$ ,  $d_{2k} = Y_{2k}/Y_{\text{max}}$ ,

$\theta = Y_x/Y_{\max}$ , то сложные проводимости  $Y_1(x)$  и  $Y_2(x)$  равны соответственно:

$$Y_1(x) = \frac{d_{11}d_{12}(1 + d_{13} + d_{14}) + \theta [d_{11}(1 + d_{13} + d_{14}) - d_{11}d_{12}] - d_{11}\theta^2}{d_{14}(d_{11} + d_{12})(1 + d_{13}) + \theta [d_{14}(1 + d_{13}) - d_{14}(d_{11} + d_{12})] - d_{14}\theta^2} = \frac{a_{10} + a_{11}\theta + a_{12}\theta^2}{b_{10} + b_{11}\theta + b_{21}\theta^2}, \quad (6-39)$$

$$Y_2(x) = \frac{d_{21}d_{22}(1 + d_{23} + d_{24}) + \theta d_{21}(1 + d_{23} + d_{24} - d_{22}) - d_{21}\theta^2}{d_{24}(d_{21} + d_{22})(1 + d_{23}) + \theta d_{24}(1 + d_{23} - d_{21} - d_{22}) - d_{24}\theta^2} = \frac{a_{20} + a_{21}\theta + a_{22}\theta^2}{b_{20} + b_{21}\theta + b_{22}\theta^2}. \quad (6-40)$$

Так как для идеализированного ОУ ( $K_U = \infty$ ,  $I' = 0$ ,  $U' = 0$ )  $I_1 = I_2$ , то

$$U_{\text{вых}} = -U_0 \frac{Y_1(x)}{Y_2(x)} = -U_0 \frac{(a_{10} + a_{11}\theta + a_{12}\theta^2)(b_{20} + b_{21}\theta + b_{22}\theta^2)}{(b_{10} + b_{11}\theta + b_{12}\theta^2)(a_{20} + a_{21}\theta + a_{22}\theta^2)} = -U_0 \frac{\sum_{j=0}^4 A_j \theta^j}{\sum_{j=0}^4 B_j \theta^j}. \quad (6-41)$$

Аналогичная зависимость имеет место для случая  $d_{1k} = R_{1k}/R_{1\max}$ ,  $d_{2k} = R_{2k}/R_{2\max}$ ,  $\theta = R_x/R_{\max}$  и совместного включения цифровых управляемых проводимостей и сопротивлений в цепь обратной связи. Полученная рациональная дробь четвертой степени ( $m = 4$ ,  $n = 4$ ) имеет более широкие возможности для аппроксимации элементарных функций, однако, как и ранее, коэффициенты  $A_j$ ,  $B_j$  являются взаимосвязанными. Для обеспечения взаимонезависимых коэффициентов  $A_j$ ,  $B_j$  любого знака используется универсальная схема ДРА [60] на рис. 6-10, содержащая три операционных усилителя ОУ1, ОУ2, ОУ3 и два токовых квадратичных элемента ТКЭ1, ТКЭ2; напряжения  $U_1$ — $U_6$  задаются при помощи линейных потенциометров ЛП1—ЛП6. Сопротивления  $R_1$ — $R_6$  служат для задания расчетных значений коэффициентов рациональной дроби. Очевидно, что токи  $I_1$  и  $I_2$ , проходящие по квадратичным токовым цепям, равны:

$$I_1 = \sum_{j=0}^2 A_j \theta^j = U_3 Y_3 + \frac{U_1 Y_x + U_2 Y_2}{Y_2 + Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_x), \quad (6-42)$$

$$I_2 = \sum_{j=0}^2 B_j \theta^j = U_6 Y_6 + \frac{U_4 Y_4 + U_5 Y_5}{Y_5 + Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_x). \quad (6-43)$$

Решая систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2, \\ d_j &= \frac{U_j}{U_0}, \quad j = 1, 2, 3, \\ c_i &= \frac{U_i}{U_{\text{ВЫХ}}}, \quad i = 4, 5, 6. \end{aligned} \right\} \quad (6-44)$$

относительно  $U_{\text{ВЫХ}}$  с учетом соотношения  $Y_x = Y_{\text{max}}\theta$ , получают

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_0 \frac{\sum_{j=0}^2 A_j \theta^j}{\sum_{j=0}^2 B_j \theta^j}, \quad (6-45)$$

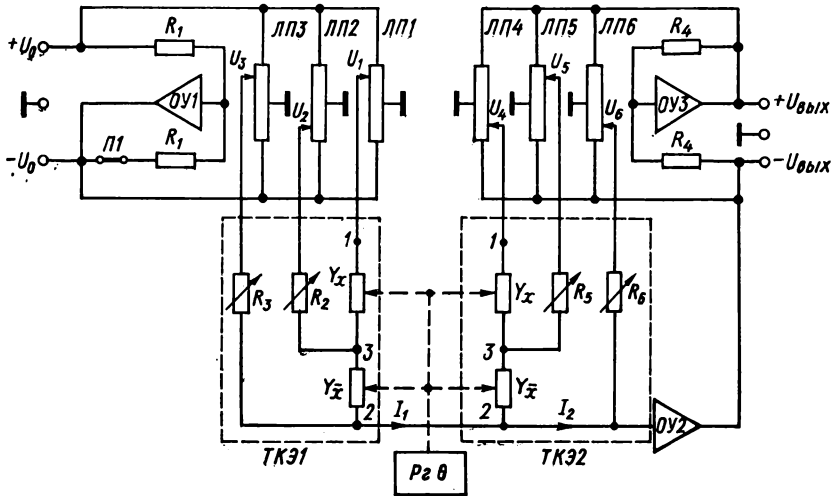


Рис. 6-10. Схема универсального ДРА

где

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= d_3 c_3 + \frac{d_2 c_2}{1 + c_2}, & B_0 &= d_6 c_6 + \frac{d_5 c_5}{1 + c_5}, \\ A_1 &= \frac{d_1 + d_2 c_2}{1 + c_2}, & B_1 &= \frac{d_4 - d_5 c_5}{1 + c_5}, \\ A_2 &= -\frac{d_1}{1 + c_2}, & B_2 &= -\frac{d_4}{1 + c_5}, \\ c_j &= \frac{Y_j}{Y_{\text{max}}}, \quad j = 2, 3, 4, 5, 6. \end{aligned} \right\} \quad (6-46)$$

Расширение функциональных возможностей схемы рис. 6-10 осуществляется путем введения в схему пассивных цифро-аналоговых делителей напряжения и суммирующих ОУ.

Схеме рис. 6-10 присуще свойство многофункциональности, заключающееся в возможности получения различных аппроксимирующих зависимостей  $U_{\text{вых}} = U_0 F(\theta)$  за счет автоматического включения соответствующих номиналов постоянных проводимостей без изменения структурных связей блоков.

В качестве примеров ниже приводятся схемы некоторых тригонометрических дробно-рациональных преобразователей, использующих аппроксимирующие зависимости, приведенные в табл. 6-4.

**Пример 6-1.** Тангенсный множительный цифро-аналоговый преобразователь, реализующий зависимость  $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \operatorname{tg}(\pi\theta/2)$  путем ее аппроксимации рациональной дробью

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{1,794\theta}{1,147 - \theta^2} \quad (6-47)$$

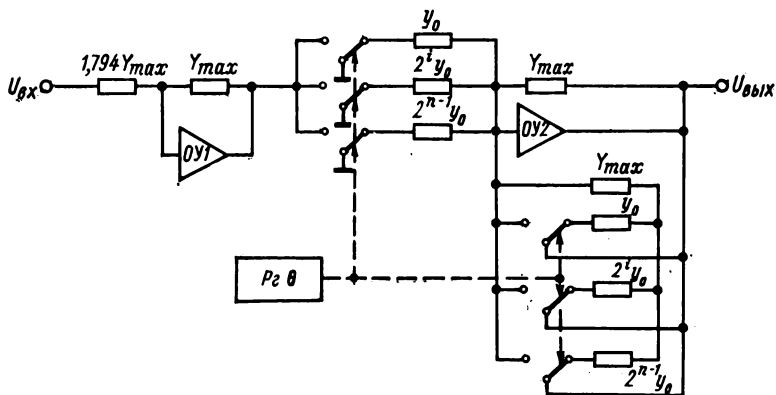


Рис. 6-11. Тангенсный ДРА

с ошибкой

$$\delta_{\max} = \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi\theta}{2} - \frac{1,794\theta}{1,147 - \theta^2}}{\operatorname{tg}(\pi\theta/2)} \right| < 0,0008$$

при  $|\theta| < 0,5$ , изображен на рис. 6-11.

Схема имеет постоянную входную проводимость  $Y_{\text{вх}} = 1,794 Y_{\text{max}}$  и выходную  $Y_{\text{вых}} \approx \infty$ , аппроксимирующая рациональная дробь (6-47) является корнем неявной функции

$$U' = 1,794 U_{\text{вх}} \theta + 0,147 U_{\text{вых}} + (1 - \theta^2) U_{\text{вых}} \approx 0, \quad (6-48)$$

описывающей равновесное состояние схемы рис. 6-11 при  $U' = 0$ .

**Пример 6-2.** Тангенсный множительный цифро-аналоговый преобразователь для реализации функции  $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \operatorname{tg}(2\pi\theta/3)$  при  $|\theta| < 0,5$  с ошибкой  $\delta_{\max} < 0,214\%$  использует аппроксимирующую рациональную дробь вида

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{1,280}{0,62 - \theta^2}, \quad (6-49)$$

которая является корнем неявной функции

$$U' = -1,28U_{\text{вх}}\theta - 0,38U_{\text{вых}} + (1 - \theta^2) U_{\text{вых}} \approx 0, \quad (6-50)$$

описывающей равновесное состояние схемы рис. 6-12.

Схема содержит три операционных усилителя и имеет постоянные входную и выходную проводимости.

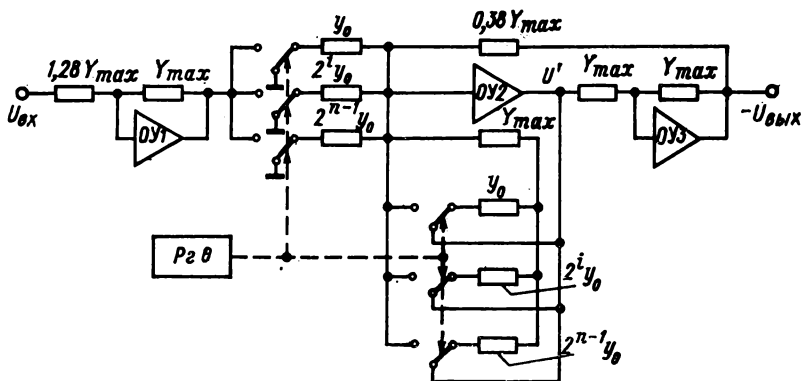


Рис. 6-12. Множительный цифро-аналоговый преобразователь для функции  $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} \theta$

**Пример 6-3.** Тангенсный множительный цифро-аналоговый преобразователь, воспроизводящий функцию

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \operatorname{tg} (\pi\theta/2) \quad (6-51)$$

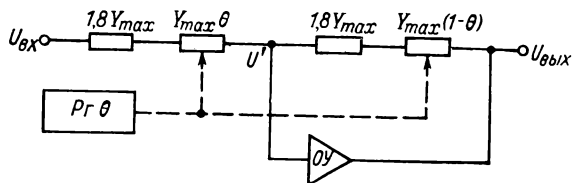


Рис. 6-13. Схема для воспроизведения функции тангенса

при помощи аппроксимирующей зависимости

$$U_{\text{вых}} = U_0 \frac{\theta (2,8 - \theta)}{(1,8 + \theta) (1 - \theta)}, \quad (6-52)$$

являющейся корнем неявной функции

$$U' = U_{\text{вх}} \frac{1,8Y_{\text{max}}\theta}{1,8 + \theta} + U_{\text{вых}} \frac{1,8Y_{\text{max}}(1 - \theta)}{2,8 - \theta} \approx 0, \quad (6-53)$$

описывающей равновесное состояние схемы рис. 6-13.

При  $|\theta| < 0,95$  ошибка аппроксимации не превышает 1%, схема имеет переменную входную проводимость ( $0 < Y_{вх} < 1,8 Y_{max} : 2,8$ ) и постоянную выходную ( $Y_{вых} \approx \infty$ ). Изменение начала отсчета цифрового аргумента на  $\pi/2$  означает в рассмотренной схеме подачу кода  $\theta = 1 - \theta$  во входную цепь ОУ и кода  $\theta$  — в цепь его обратной связи. Поэтому рассмотренные схемы пригодны для реализации котангенсной функции.

**Пример 6-4.** Синусный множительный цифро-аналоговый преобразователь, реализующий приближение к зависимости

$$U_{вых} = -0,25 U_{вх} \sin \frac{\pi \theta}{2} \quad (6-54)$$

рациональной дробью

$$U_{вых} = -U_{вх} \frac{\theta(2-\theta)}{5-2\theta-\theta^2}, \quad (6-55)$$

которая при  $0 < \theta < 1$  обеспечивает ошибку  $\delta_{max} \leq 0,17\%$ .

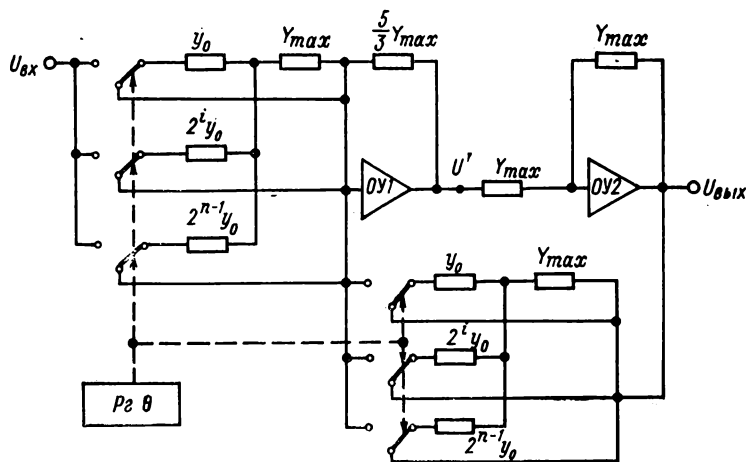


Рис. 6-14. Синусный ДРА

Схема, воспроизводящая рациональную дробь (6-55) в виде корня неявной функции

$$U' = U_{вх} \frac{\theta(2-\theta)}{3} + U_{вых} \left[ \frac{\theta(2-\theta)}{3} - \frac{5}{3} \right] \approx 0, \quad (6-56)$$

изображена на рис. 6-15.

**Пример 6-5.** Арксинусный множительный цифро-аналоговый преобразователь, имеющий характеристику вида

$$U_{вых} = -U_{вх} \frac{3,28 - \theta}{2,34 - \theta^2}, \quad (6-57)$$

изображен на рис. 6-15.

При  $|\theta| < 0,5$  зависимость (6-57) приближается к функции

$$U_{вых} = U_{вх} \arcsin \sqrt{2\theta} \quad (6-58)$$

с ошибкой  $\delta_{max} < 0,2\%$ .

Равновесное состояние схемы рис. 6-15 описывается неявным уравнением

$$U' = 3,28U_{\text{вх}}\theta + U_{\text{вых}}(1,34 + 1 - \theta^2) \approx 0, \quad (6-59)$$

решение которого относительно  $U_{\text{вых}}$  дает аппроксимирующую зависимость (6-57).

Перечень примеров может быть продолжен, так как известны другие хорошие аппроксимации элементарных функций рациональными дробями [15].

Однако даже немногие приведенные примеры тригонометрических преобразователей убедительно подтверждают целесообразность применения ДРА для создания нелинейных цифро-аналоговых устройств.

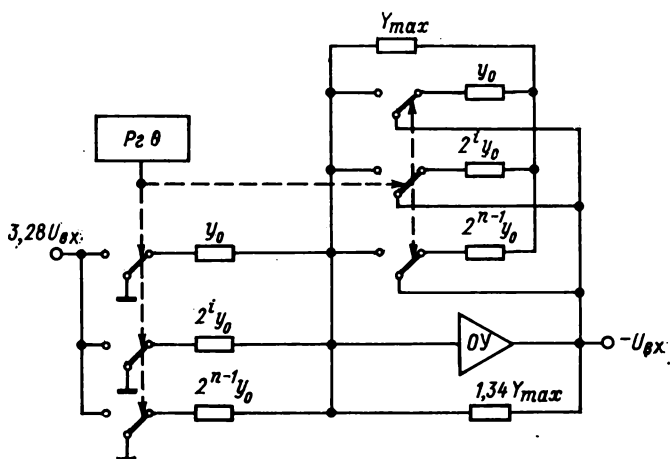


Рис. 6-15. Арксинусный цифро-аналоговый преобразователь

В заключение отметим ряд приемов, позволяющих расширить возможности цифровых дробно-рациональных преобразователей. Прежде всего имеет практический смысл комбинирование кусочно-ступенчатой (или другой кусочной) и дробно-рациональной аппроксимации. При этом рациональная дробь обеспечивает «грубую» аппроксимацию с ошибкой порядка десяти процентов, и эта ошибка подвергается кусочной аппроксимации функцией  $Q'(X)$ , обеспечивая тем самым «точную» аппроксимацию:

$$\left. \begin{aligned} F(X) &= Q(X) + \varepsilon(X), \\ \varepsilon(X) &= Q'(X). \end{aligned} \right\} \quad (6-60)$$

Так как пределы изменения функции ошибки  $\varepsilon(X)$  значительно меньше пределов изменения заданной функции  $F(X)$ , то кусочная аппроксимация  $\varepsilon(X)$  с требуемой ошибкой обеспечивается малым (2—3) числом участков.



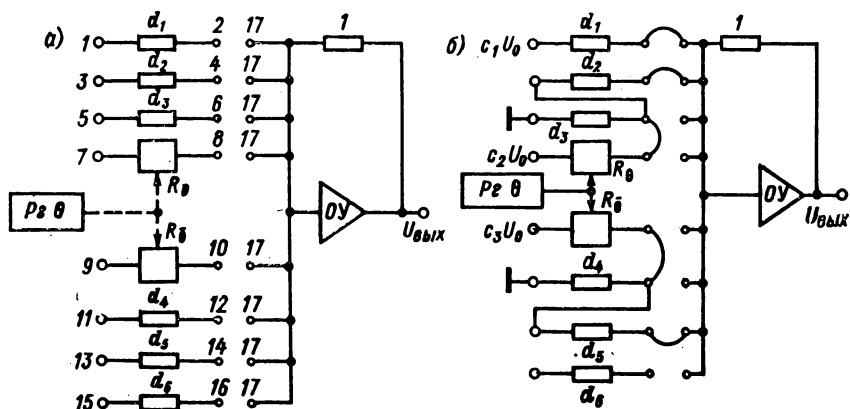


Рис. 6-16. ДРА, использующие зависимости (6-61) и (6-62)

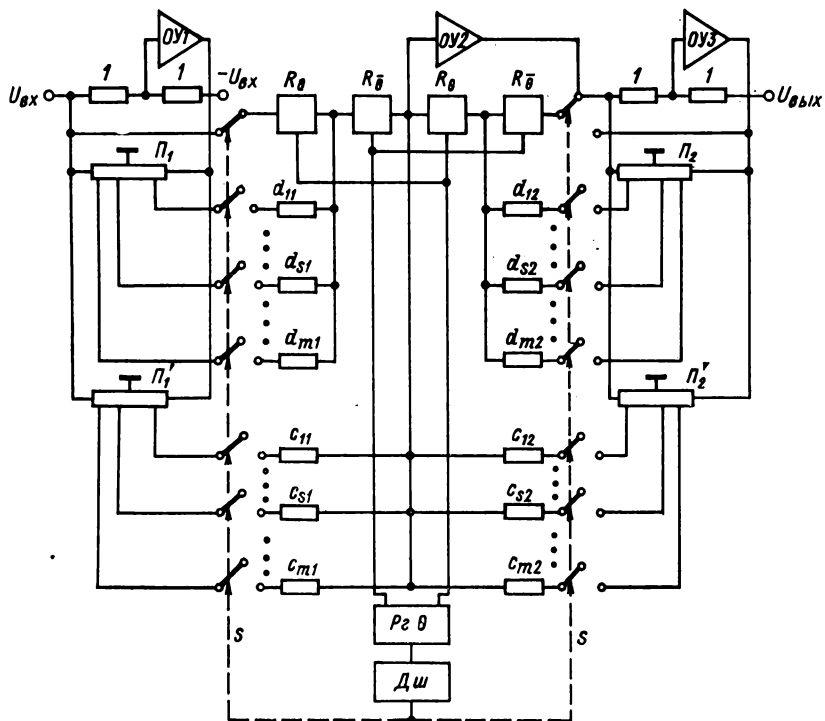


Рис. 6-17. ДРА, осуществляющий кусочную аппроксимацию

Вторым практическим приемом является переход к элементарным дробям и конструирование аппроксимирующей зависимости вида

$$Q(X) = A_0 + A_1X + \frac{1}{B_j + C_j\theta} \quad (6-61)$$

или

$$Q(X) = A_0 + \frac{1}{B_1 + C_1\theta} + \frac{1}{B_2 + C_2\theta}, \quad (6-62)$$

которые моделируются схемой рис. 6-16, а при соответствующей коммутации зажимов 1—17.

Например, коммутации, показанные на рис. 6-16, б, обеспечивают моделирование зависимости (6-62).

Как уже говорилось, возможные аппроксимации элементарных функций простейшими рациональными дробями приведены в табл. 6-3.

Наконец, в ряде важных практических случаев может быть использована схема рис. 6-17 для кусочной ДРА, при которой заданная функция  $F(X)$  разбивается на  $s$  участков и на каждом из них используется своя рациональная дробь

$$Q_j(X) = \frac{A_{0j} + A_{1j}\theta + A_{2j}\theta^2}{B_{0j} + B_{1j}\theta + B_{2j}\theta^2}. \quad (6-63)$$

Потенциометры  $\Pi_1, \Pi'_1, \Pi_2, \Pi'_2$  с  $m$  отводами служат для задания масштабных напряжений, которые совместно с соответствующими масштабными проводимостями  $d_{s1}, c_{s1}, d_{s2}, c_{s2}$  обеспечивают требуемые коэффициенты рациональной дроби на участке номер  $s$ . Коммутация схемы для воспроизведения текущего участка аппроксимации, как и в ранее рассмотренных схемах, выполняется электронными ключами, управляемыми от дешифратора  $D_{ш}$  номера участка.

## Глава седьмая

### МОСТОВЫЕ АВТОБАЛАНСНЫЕ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ И АНАЛОГО-ЦИФРОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

#### 7-1. Общие сведения

Мостовые автобалансные нелинейные преобразователи (МНП) представляют собою группу активных цифро-аналоговых и аналого-цифровых вычислительных устройств, пригодных в общем случае для реализации сложной зависимости вида

$$Z = F \left[ \frac{\sum_{k=1}^n F_{1k}(X_{1k}) \sum_{j=1}^m F_{2j}(X_{2j})}{\sum_{i=1}^s F_{3i}(X_{3i})} \right], \quad (7-1)$$

где функция  $Z$  и аргументы  $X_{1k}$ ,  $X_{2j}$ ,  $X_{3i}$  могут быть представлены в виде механических перемещений  $d$ , длительности прямоугольных импульсных напряжений  $\tau$ , единичным кодом  $n$  или двоичным  $N$ , фазовым сдвигом  $\varphi$  или частотой импульсного напряжения  $f$ . Таким образом, МНП пригодны для математической обработки разнородной формы представления информации и физической природы ее носителя.

Характерным свойством МНП является наличие промежуточных преобразований физической природы носителя информации для любой математической величины, входящей в формулу (7-1), в проводимость  $Y$  или сопротивление  $R$  электрической цепи:

$$\left. \begin{aligned} Y_z &= m_z Q_z(Z), \\ Y_x &= m_x Q_x(X). \end{aligned} \right\} (7-2)$$

Электрическая схема автобалансного МНП, изображенная на рис. 7-1, содержит четыре управляемых резистора с сопротивлениями  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ , образующими плечи мостовой схемы, усилитель  $U$  напряжения разбаланса  $\Delta U = U_a - U_b$ , блок согласования БС формы представления выходной информации и источник питающего напряжения  $U_0 = \text{const}$ .

Если сопротивления управляемых резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  изменяются под воздействием соответствующих входных величин  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ , а сопротивление  $R_4$  — под воздействием выходной величины  $\theta_z$ , автоматически вырабатываемой блоком БС по условию  $\Delta U \approx 0$ , то уравнение равновесия схемы имеет вид

$$\Delta U = U_a - U_b = U_0 \frac{R_1 R_2 + R_3 R_4}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)} \approx 0,$$

откуда

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}. \quad (7-3)$$

Так как в общем случае

$$R_k = G_k(\theta_k), \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (7-4)$$

то

$$\theta_z = F_4 \left[ \frac{G_2(\theta_2) G_3(\theta_3)}{G_1(\theta_1)} \right], \quad (7-5)$$

где  $F_4$  — функция, обратная  $G_4$ .

Если учесть, что каждое из сопротивлений  $R_k$  плеч моста может быть образовано последовательной цепочкой сопротивлений  $R_{kl} =$

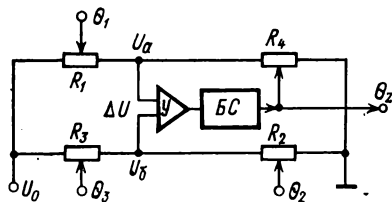


Рис. 7-1. Автобалансный МНП

$= G_{kl}(\theta_{kl})$ , то функциональная характеристика МНП принимает вид

$$\theta_z = F_4 \left[ \frac{\sum_{k=1}^n G_{2k}(\theta_{2k}) \sum_{j=1}^m G_{3j}(\theta_{3j})}{\sum_{i=1}^s G_{1i}(\theta_{1i})} \right]. \quad (7-6)$$

Очевидно, что подобная характеристика имеет место при использовании в качестве плеч мостовой схемы рис. 7-1 управляемых проводимостей  $Y_k = G_k(\theta_k)$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ . Отличительной особенностью МНП является практическая независимость выходной характеристики (7-6) от нестабильности питающего напряжения.

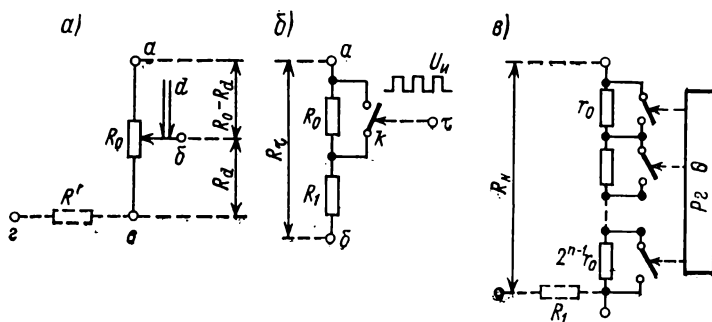


Рис. 7-2. Управляемые сопротивления разомкнутого типа

Выходная ( $\theta_z$ ) и входные ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) переменные, осуществляющие управление сопротивлениями (проводимостями) резисторов, образующих плечи моста, могут быть заданы в аналоговом ( $d, \tau, f, \varphi$ ) или цифровом ( $n, N$ ) виде.

В соответствии с этим в качестве управляемых резисторов в схеме МНП используются электромеханические (рис. 7-2, а), широтно-импульсные (рис. 7-2, б) и цифровые (рис. 7-2, в) управляемые сопротивления.

Электромеханическое управляемое сопротивление (ЭМУС) обеспечивает в общем случае характеристики вида

$$R'_d = R_0 G(\theta_d), \quad (7-7)$$

$$R_{\bar{d}} = R_0 - R_d = R_0 [1 - G(\theta_d)], \quad (7-8)$$

где  $G(\theta_d)$  — нелинейный закон изменения сопротивления в зависимости от перемещения  $\theta_d = d/d_{\max}$  движка ЭМУС, обеспечиваемый одним из известных методов [74] построения нелинейных реостатов.

Если между точками а, б и б, в включить постоянные сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , то ЭМУС обеспечивает нелинейную характеристику

$R_{a\delta} = G(\theta_d)$  даже при линейном сопротивлении реостата  $R_0$ :

$$R'_d = R_{a\delta} = \frac{R_d R_2}{R_d + R_2} + \frac{(R_0 - R_d) R_1}{R_1 + R_0 - R_d} =$$

$$= R_0 \frac{c_1 c_2 + (c_1 + c_2) \theta_d - (c_1 + c_2) \theta_d^2}{(1 + c_1) c_2 + (1 + c_1 - c_2) \theta_d - \theta_d^2}, \quad (7-9)$$

где  $c_1 = R_1/R_0$ ,  $c_2 = R_2/R_0$ .

Включая последовательно с сопротивлением  $R'_d$  сопротивление  $R' = R_0$  и объединяя точки  $a$ ,  $z$ , получают ЭМУС с нелинейной характеристикой вида

$$R_{a\delta} = R'_d = \frac{R_0(1 - \theta_d) R_0(1 + \theta_d)}{R_0(1 - \theta_d) + R_0(1 + \theta_d)} = 0,5 R_0 (1 - \theta_d^2). \quad (7-10)$$

Широтно-импульсное управляемое сопротивление (ШИУС) представляет собою последовательное включение постоянного сопротивления  $R_1$  с постоянным сопротивлением  $R_0$ , отключаемым на время  $\theta_\tau = \tau/T$  и включаемым на время  $\theta_{\bar{\tau}} = 1 - \theta_\tau = 1 - \tau/T$  при помощи ключа  $k$ , управляемого прямоугольным импульсным напряжением  $U_n$  переменной длительности  $\tau$ .

Очевидно, что величина сопротивления  $R_\tau = R_{a\delta}$  будет изменяться при этом по закону

$$R_\tau = \begin{cases} R_1 + R_0 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ R_1 & \text{при } \tau \leq t \leq T. \end{cases} \quad (7-11)$$

Среднее за период  $T$  значение сопротивления  $R_{a\delta}$  будет равно постоянной составляющей разложения в ряд Фурье импульсного сопротивления  $R_\tau$ :

$$R_{\tau c} = \frac{1}{T} \int_0^\tau (R_1 + R_0) dt + \frac{1}{T} \int_\tau^T R_1 dt = R_1 + R_0 \theta_\tau. \quad (7-12)$$

Включая параллельно два ШИУС, одно из которых управляется от  $\theta_\tau$ , а другое — от  $\theta_{\bar{\tau}} = 1 - \theta_\tau$ , получают нелинейное ШИУС, среднее значение которого изменяется по зависимости

$$R_{\tau c} = \frac{(R_{11} + R_0 \theta_\tau)(R_{12} + R_0 - R_0 \theta_\tau)}{R_{11} + R_{21} + R_0(\theta_\tau + 1 - \theta_\tau)} =$$

$$= \frac{R_{11}(R_0 + R_{12}) + R_0(R_0 + R_{12} - R_{11})\theta_\tau - R_0^2 \theta_\tau^2}{R_{11} + R_{12} + R_0}. \quad (7-13)$$

Очевидно, что при включении ШИУС в электрическую цепь вместо среднего значения импульсного сопротивления  $R_\tau$  необходимо рассматривать среднее значение импульсного тока  $I_\tau$  (или напряжения  $U_\tau$ ), которое выделяется соответствующими  $RC$ - или  $RCL$ -фильтрами.

ЦУС при  $r_l = 2^l r_0$  обеспечивает линейную характеристику вида  $R_x = R_0 \theta_x$  и может быть использовано для построения более

сложных ЦУС, обладающих линейной полиномиальной характеристикой. Действительно, образуя параллельную группу из двух ЦУС с последовательно включенными добавочными резисторами, получают характеристику вида (7-13).

Широтно-импульсная управляемая проводимость (ШИУП), представляющая собою последовательную цепочку из управляемого ключа и резистора (рис. 7-3, а), обладает импульсной характеристикой вида

$$Y_{\tau} = \begin{cases} Y_0 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 & \text{при } \tau < t \leq T, \end{cases} \quad (7-14)$$

где  $\tau$  — время нахождения ключа в замкнутом положении.

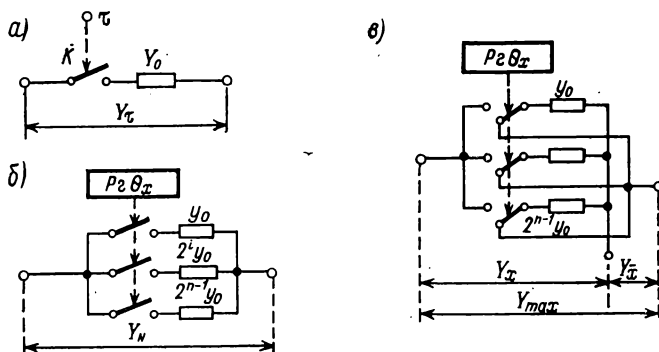


Рис. 7-3 Управляемые проводимости

Среднее за период  $T$  значение ШИУП изменяется по линейной зависимости вида  $Y_{\tau c} = Y_0 \theta_{\tau}$ , поэтому последовательное включение линейных ШИУП совместно с постоянными проводимостями может быть использовано для образования полиномиальных и дробно-рациональных характеристик.

Наконец, ЦУП (рис. 7-3, б и в) обеспечивают линейные характеристики  $Y_x = Y_0 \theta_x$  и также могут быть использованы для образования сложных ЦУП, обладающих полиномиальными и дробно-рациональными характеристиками (см. гл. 6, 7).

При использовании число-импульсной формы задания информации в виде унитарного (единичного) кода  $n$  последний преобразуется в двоичный код  $\tilde{x}$  двоичным счетчиком.

Частотно-импульсная форма представления информации также преобразуется либо в цифровую двоичную форму  $\tilde{x}$  путем подсчета за период числа импульсов, либо в широтно-импульсную форму  $\tau$ . В последнем случае используется так называемое логическое триггерное кольцо (ЛТК) [31], преобразующее входные последовательности частотных сигналов  $f_1, f_2$  в выходные последовательности прямоугольных импульсных сигналов с эквивалентной относительной длительностью  $\theta_{\tau 3} \sim f_1$ .

Схема ЛТК, изображенная на рис. 7-4, а, содержит триггер  $T1$  с отдельными входами, триггер  $T2$  со счетным входом, логическую импульсно-потенциальную схему совпадения  $И$  и дифференцирующую  $RC$ -цепочку  $ДЦ$ . Работа ЛТК происходит следующим образом. С приходом первого импульса от датчика  $f_1$  триггер  $T1$  устанавливается в положение «1» и его высокий потенциал разрешает прохождение первого импульса от датчика  $f_2$ . Этот импульс переводит  $T2$  в положение «0»,  $ДЦ$  вырабатывает отрицательный кратковременный импульс.

Второй импульс  $f_2$  переводит  $T2$  в положение «1»,  $ДЦ$  вырабатывает положительный импульс, опрокидывающий  $T1$  в нулевое состояние, запирающее схему  $И$ . С приходом второго импульса  $f_1$

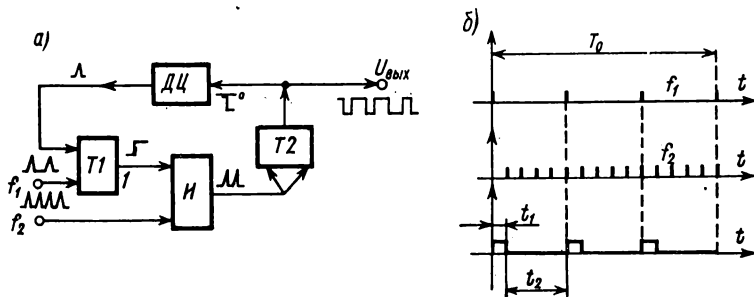


Рис. 7-4. Триггерное логическое кольцо

процесс повторяется. Выходное импульсное напряжение  $U_{\text{вых}}$ , снимаемое с  $T2$ , имеет одинаковую длительность импульсов  $t_1$  (рис. 7-4, б), но переменный интервал между этими импульсами  $t_2$ .

В работе [31] показано, что использование выходного импульсного напряжения  $U_{\text{вых}}$  для управления ключами широтно-импульсных резисторных цепей в среднем за период  $T_2$  тождественно действию широтно-импульсного модулированного напряжения, т. е.  $\theta_\tau = \tau/T = f_1/f_2$ . Таким образом, среднее значение за период  $T_2$  частотно-импульсной управляемой проводимости (ЧИУП)  $Y_f = Y_0 f_1/f_2$ , что позволяет выполнить операцию деления частот непосредственно на одном плече ЧИУП.

Совокупность усилителя напряжения  $\Delta U = U_a - U_b$  разбаланса мостовой схемы и блока  $БС$  согласования формы информации представляет собою следящую систему, осуществляющую сведение к пренебрежимо малой величине напряжения рассогласования  $\Delta U \approx 0$  за счет выработки значения выходного управляющего параметра  $\theta_z$ , удовлетворяющего уравнению (7-5) баланса моста.

При  $\theta_z = d_2/d_{\text{max}}$  следящая система содержит электронный усилитель и электромеханический двигатель, при  $\theta_z = \tau_z/T$  — электронный усилитель и управляемый генератор прямоугольных импульсов переменной длительности, при  $\theta_z = z/z_{\text{max}}$  — элек-

тронный усилитель и управляемый генератор цифрового кода счетного или поразрядного принципа действия. Очевидно, что за время  $t_{\text{раб}}$  выработки выходного параметра  $\theta_z$  входные величины мостовой схемы должны быть практически неизменными, т. е.

$$\Delta\theta_{z \text{ дин}} = \left( \frac{\partial\theta_z}{\partial\theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial\theta_z}{\partial\theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{\partial\theta_z}{\partial\theta_3} \frac{d\theta_3}{dt} \right) t_{\text{раб}} \ll (\Delta\theta_{z \text{ доп}}). \quad (7-15)$$

В противном случае динамическая ошибка  $\Delta\theta_{z \text{ дин}}$  может вывести мостовую схему в неустойчивый режим, при котором уравнение баланса (7-5) не будет выполняться.

Ниже рассматриваются вычислительные возможности мостовых цифро-аналоговых и аналого-цифровых преобразователей.

## 7-2. Мостовые множительно-делительные преобразователи

При использовании в качестве сопротивлений плеч мостовой схемы (рис. 7-1) последовательных соединений линейных управляемых сопротивлений (или параллельных соединений линейных управляемых проводимостей) можно получить ряд множительно-делительных характеристик (7-1), имеющих большое практическое значение для построения аналого-цифровых и цифро-аналоговых вычислительных преобразователей различной физической природы и формы представления информации.

Пусть  $R_1 = \sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k}$ ,  $R_2 = \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j}$ ,  $R_3 = \sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i}$  и  $R_4 = \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} + R_0\theta_z$ , где  $\theta_{1k}$ ,  $\theta_{2j}$ ,  $\theta_{3i}$ ,  $\theta_{4l}$  — относительные значения управляющих входных параметров, пропорциональные относительным значениям соответствующих аргументов  $X_{1k}$ ,  $X_{2j}$ ,  $X_{3i}$ ,  $X_{4l}$ , и  $\theta_z$  — относительное значение управляющего выходного параметра, пропорционального относительному значению функции  $Z$ . Тогда из условий баланса (7-5) получают характеристику моста вида

$$\theta_z = \frac{1}{R_0} \left[ \frac{\sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j}}{\sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i}} - \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} \right], \quad (7-16)$$

где  $R_0$ ,  $R_{1k}$ ,  $R_{2j}$ ,  $R_{3i}$  и  $R_{4l}$  — постоянные (максимальные) значения сопротивления управляемых резисторов.

Для образования характеристики, обратной (7-16), вместо выходного управляемого сопротивления  $R_z = R_0\theta_z$  должна быть включена выходная управляемая проводимость  $Y_z = Y_0\theta_z$ . При



этом плече  $R_4 = \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} + R_0/\theta_z$  и соответственно

$$\theta_z = R_0 \frac{\sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i}}{\sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j} - \sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i} \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l}}. \quad (7-17)$$

Включение управляемого выходного сопротивления  $R_z = R_0\theta_z$  параллельно сопротивлению  $\sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l}$  образует сопротивление плеча

$$R_4 = \frac{\left( \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} \right) R_0\theta_z}{\sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} + R_0\theta_z}, \quad (7-18)$$

которому соответствует выходная характеристика моста

$$\theta_z = \frac{\sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j} \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l}}{\sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i} \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} - \sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j}}. \quad (7-19)$$

Функциональная характеристика, обратная (7-19), имеет место в мостовой рассматриваемой схеме при образовании плеча в виде параллельного соединения сопротивления  $\sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l}$  и линейной проводимости  $R_0/\theta_z$ :

$$\theta_z = \frac{\sum_{i=1}^s R_{3i}\theta_{3i} \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l} - \sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j}}{\sum_{k=1}^n R_{1k}\theta_{1k} \sum_{j=1}^m R_{2j}\theta_{2j} \sum_{l=1}^p R_{4l}\theta_{4l}}. \quad (7-20)$$

Очевидно, что характеристики (7-16) — (7-20) могут быть получены также при использовании в плечах моста линейных управляемых проводимостей

$$Y_1 = \sum_{k=1}^n Y_{1k}\theta_{1k}, \quad Y_2 = \sum_{j=1}^m Y_{2j}\theta_{2j}, \quad Y_3 = \sum_{i=1}^s Y_{3i}\theta_{3i},$$

$$Y_4 = \sum_{l=1}^p Y_{4l}\theta_{4l} \text{ и } Y_z = Y_0\theta_z.$$

Так как в качестве входных и выходных управляющих параметров в формулах (7-16) — (7-20) могут использоваться любые комбинации из угловых перемещений  $d$  ( $0_d = d'd_{\max}$ ), длитель-



При однократном функционировании для выработки каждого  $j$ -го члена полинома  $\sum_{j=1}^n A_j \theta_x^j$  используется одна мостовая ячейка МНП и, следовательно, полиномиальная мостовая схема (рис. 7-6) содержит  $n$  последовательно соединенных множительных мостовых ячеек, выходы которых суммируются на мостовой суммирующей ячейке. Сложность полиномиальной однократной схемы рис. 7-6 при  $n \geq 2$  затрудняет ее широкое использование для построения специализированных функциональных преобразователей.

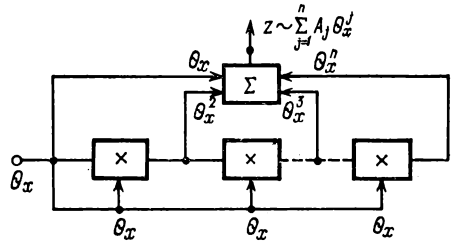


Рис. 7-6. Полиномиальная однократная схема

Еще более сложной получается схема дробно-рационального однократного мостового преобразователя, содержащая два рассмотренных полиномиальных моста и делительный мост, который может быть объединен с суммирующим мостом.

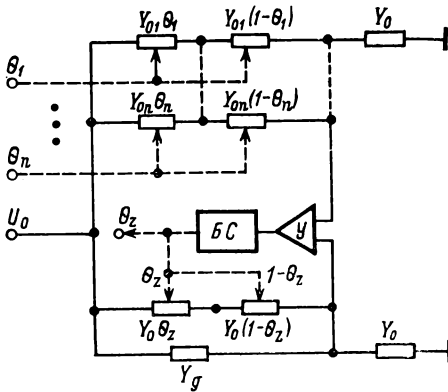


Рис. 7-7. Мостовая схема, обеспечивающая извлечение корня квадратного из суммы квадратов

Поэтому наибольшее применение нашли однократные мостовые полиномиальные схемы, содержащие ранее рассмотренные специальные включаемых резисторов, обеспечивающие нелинейные характеристики плеч моста.

Так, например, для воспроизведения сложной зависимости вида

$$\theta_z = \sqrt{\sum_{j=1}^n a_j \theta_j^2} \quad (7-22)$$

используется мостовая схема рис. 7-7, содержащая во входном плече параллельную группу из квадратичных управляемых проводимостей  $Y_j = Y_{0j} \theta_j (1 - \theta_j)$ , а в выходном плече — группу из квадратичной проводимости  $Y_z = Y_0 \theta_z (1 - \theta_z)$  и постоянной проводимости  $Y_g = \text{const}$ . При балансе схемы

$$\sum_{j=1}^n Y_{0j} \theta_j (1 - \theta_j) = Y_g + Y_0 \theta_z (1 - \theta_z). \quad (7-23)$$

Переход от зависимости (7-23) к требуемой характеристике (7-22) может быть выполнен двумя способами. При первом из них вво-

дятся новые переменные  $\theta'_j = \theta_j - 0,5$ ,  $\theta'_z = \theta_z - 0,5$ , при подстановке которых в (7-23) для  $Y_g = 0,25 \left( \sum_{j=1}^n Y_{0j} - Y_0 \right)$  получают

$$\theta'_z = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{Y_{0j}}{Y_0} \theta_j'^2}. \quad (7-24)$$

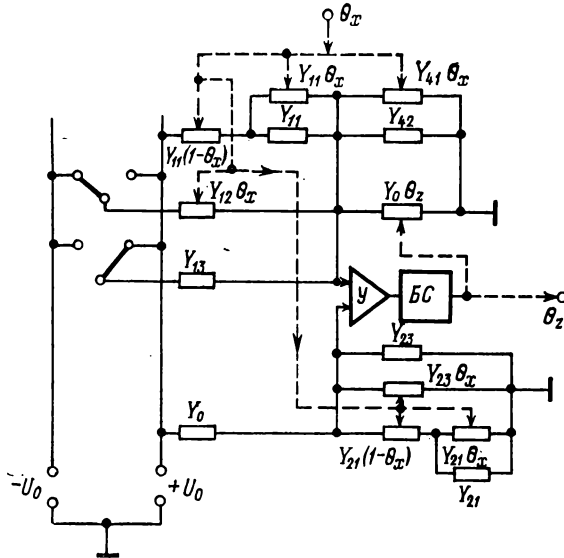


Рис. 7-8. Мостовая схема для получения полинома четвертой степени

Если изменение начала отсчета переменных технически реализуется трудно, то используется второй способ, при котором к каждой из проводимостей  $Y_{0j}\theta_j$  параллельно подключается постоянная проводимость  $Y_{0j}$ , а к проводимости  $Y_0\theta_z$  — проводимость  $Y_0$ . Очевидно, в этом случае достаточно выполнить условие  $Y_g = \sum_{j=1}^n Y_{0j} - Y_0$ , чтобы получить характеристику вида (7-24).

Для электромеханических управляемых резисторов реализация зависимости (7-22) может быть достигнута только при квадратичных управляемых сопротивлениях  $R_\theta = R_{0j}\theta_j$  и  $R_{\bar{\theta}} = R_{0j}(1-\theta_j)$ .

Мостовая схема для реализации полиномиальной характеристики вида  $\theta_z = \sum_{j=1}^4 A_j \theta_j^i$  с взаимно-независимыми коэффициентами

$A_j$  (рис. 7-8) имеет в плечах проводимости вида:

$$Y_1 = Y_{11}(1 - \theta_x^2) \pm Y_{12}\theta_x \pm Y_{13},$$

$$Y_2 = Y_{21}(1 - \theta_x^2) + Y_{22}\theta_x + Y_{23},$$

$$Y_3 = Y_0 = \text{const},$$

$$Y_4 = Y_0\theta_z + Y_{41}\theta_x + Y_{42}.$$

Выбор требуемых знаков коэффициентов  $A_j$  осуществляется в схеме за счет выбора соответствующего знака  $U_0$ . Подобная схема может быть использована для воспроизведения косинусной, синусной и ряда других важных для практики функций, аппроксимируемых полиномом не выше четвертой степени.

Если в схеме рис. 7-8 выбрать плечи

$$Y_1 = Y_{11}(1 - \theta_x^2) \mp Y_{12}\theta_x \pm Y_{13},$$

$$Y_3 = \pm Y_{31}(1 - \theta_x^2) \pm Y_{32}\theta_x \pm Y_{33},$$

$$Y_4 = Y_0 = \text{const}, \quad Y_z = Y_0\theta_z,$$

то выходная характеристика будет иметь вид рациональной дроби

$$\theta_z = \frac{\sum_{j=0}^2 A_j \theta_x^j}{\sum_{j=0}^2 B_j \theta_x^j} \quad (7-25)$$

с взаимно-независимыми коэффициентами любого знака.

Как отмечалось ранее, рациональная дробь (7-25) обеспечивает достаточно хорошую аппроксимацию многих элементарных функций (см. например, табл. 6-3), а мостовая схема дает при этом возможность выбрать любые желаемые сочетания природы и формы задания аргумента  $X$  и функции  $Z$ . В качестве примера на рис. 7-9 приводится схема мостового тангенсно-множительного преобразователя с характеристикой вида

$$\theta_z = \theta_y \frac{2,8\theta_x - \theta_x^2}{1,8 - 0,8\theta_x - \theta_x^2} \approx \theta_y \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \theta_x, \quad (7-26)$$

$$|\theta_x|_{\max} \leq 0,9.$$

Изображенный на рис. 7-10 многотактный полиномиальный мост автоматизирует формулу Горнера. В первом такте ключ  $k_1$  нахо-

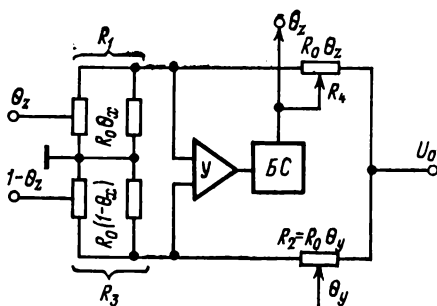


Рис. 7-9. Тангенсный мостовой преобразователь

дится в положении 1, ключи  $k_2$  и  $k_3$  разомкнуты и мостовое звено  $MЗ$  вырабатывает величину  $\theta_{z1} \sim a_{00}\theta_x$ . Во втором такте ключи  $k_2$  и  $k_3$  замкнуты, на сумматоре  $СМ$  образуется сумма  $\theta'_{z1} \sim \theta_{z1} + \theta_{01}$  ( $\theta_{01} \sim a_{01}$  вводится с цифрового постоянного запоминающего устройства  $ПЗУ$ ), которая преобразуется преобразователем кода  $ПК$  в управляющий параметр  $\theta'_{x1} \sim \theta_{z1}$ . На третьем такте ключ  $k_1$  устанавливается в положение 2, ключи  $k_2, k_3$  размыкаются и мостовое звено  $MЗ$  вырабатывает код  $\theta_{z2} \sim \theta'_{x1}\theta_x \sim (a_{00}\theta_x + a_{10})\theta_x$ . На четвертом такте ключ  $k_1$  переводится в положение 1, ключи  $k_2$  и  $k_3$  замыкаются, сумматор вырабатывает код  $\theta'_{z2} \sim \theta_{z2} + \theta_{02} \sim a_{00}\theta_x^2 + a_{01}\theta_x + a_{02}$ , который преобразуется в параметр  $\theta'_{x2} \sim \theta_{z2}$ . В пятом такте ключ  $k_1$  ставится в положение 2, ключи  $k_2$  и  $k_3$  размыкаются и  $MЗ$  осуществляет выработку полинома в виде

$$\theta_{z3} \sim \theta'_{x2}\theta_x \sim (a_{02} + a_{01}\theta_x + a_{00}\theta_x^2)\theta_x.$$

Таким образом

устройство управления  $УУ$  обеспечивает на каждом такте  $k = 1, 2, 3, \dots$  выработку кода по формуле Горнера:

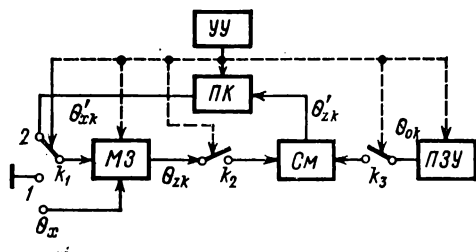
$$\theta_z = (\dots ((a_{00}\theta_x + a_{01})\theta_x + a_{02})\theta_x + \dots + a_{0, k-1})\theta_x + a_{0k}. \quad (7-27)$$


Рис. 7-10. Многотактный полиномиальный мост

Аналогичным образом могут быть построены многотактные МНП для реализации дробно-рациональных характеристик (7-25) (рис. 7-11). Схема двухтактного МНП для дробно-рациональной аппроксимации содержит устройство управления  $УУ$ , которое на первом такте замыкает все ключи  $k_j$  и устанавливает переключатели  $П1, П2$  в требуемое положение. При этом схема моста работает в полиномиальном режиме и вырабатывает цифровой код

$$\theta_{z1} \equiv \frac{Y_{01}}{Y_2} (\theta_x^2 \pm A_1\theta_x \pm A_0),$$

который поступает на цифровое запоминающее устройство  $ЦЗУ$ , связанное с  $ЦУС 2$ .

Во втором такте размыкаются ключи  $k_1, k_2$  и переключатели  $П1, П2$  переводятся в расчетные положения в зависимости от требуемых знаков  $A_j, B_j$ . При этом мостовая схема работает в дельта-полиномиальном режиме и вырабатывает код

$$\theta_z \sim Y_0 (\pm B_0 \pm B_1\theta_x + B_2\theta_x^2) / (\pm A_0 \pm A_1\theta_x + A_2\theta_x^2),$$

который является выходной величиной схемы.

В конце второго такта все цифровые регистры устанавливаются в нулевое состояние и работа схемы циклически повторяется.

Возможны и другие структурные схемы организации МНП. Например, мостовая схема рис. 7-12 является двухтактной схемой для реализации дробно-рационального приближения синусной функции

$$\theta_z = -6,3\theta_x + \frac{17,18\theta_x}{1,82 + \theta_x^2} \approx \sin \frac{\pi}{2} \theta \quad (7-28)$$

с ошибкой  $\delta_{\max} \leq 0,06\%$  при цифровом задании аргумента  $\theta_x$  и функции  $\theta_z$ . Приводя дробно-рациональную зависимость (7-28) к уравнению баланса моста

$$\theta_z (1,82 + \theta_x^2) - 6,3\theta_x (0,9 - \theta_x^2) \approx 0, \quad (7-29)$$

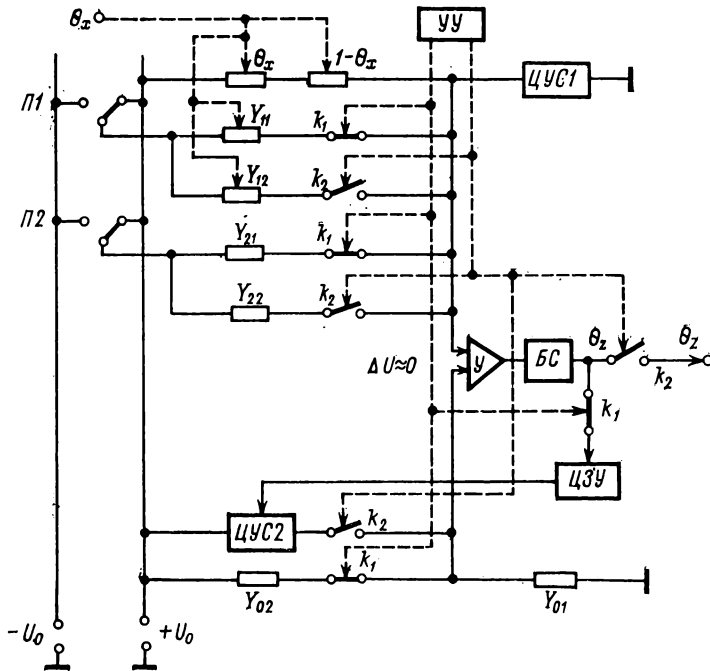


Рис. 7-11. МНП, осуществляющий дробно-рациональную аппроксимацию

сведем зависимость (7-28) к неявной функции (7-29). При этом первый импульс устройства управления УУ перебрасывает все переключатели П1—П5 в положение 1 и запускает схему сведения баланса моста, работающего в режиме цифрового слежения. Так как на первом такте  $Y_1 \sim \theta_x$ ,  $Y_2 \sim \theta_x$ ,  $Y_3 = Y_{30} = \text{const}$ , то выходной счетчик-регистр СР  $\theta_z$  зафиксирует код  $z \sim \theta_x^2$ , который подается со знаком «+» в счетчик-регистр СР 1 и со знаком «—» в счетчик-регистр СР 2, начальные состояния которых соответствуют значениям 1,82 и 0,90 соответственно.





### 7-4. Кусочно-аппроксимирующие мостовые нелинейные преобразователи

Кусочные (кусочно-постоянные, кусочно-линейные и кусочно-нелинейные) мостовые преобразователи информации реализуются простыми техническими средствами только при цифровом задании хотя бы одного (входного или выходного) управляющего параметра. Кусочно-ступенчатые МНП используют в качестве управляемых резисторов последовательные, параллельные и последовательно-параллельные схемы, описанные в главе 2.

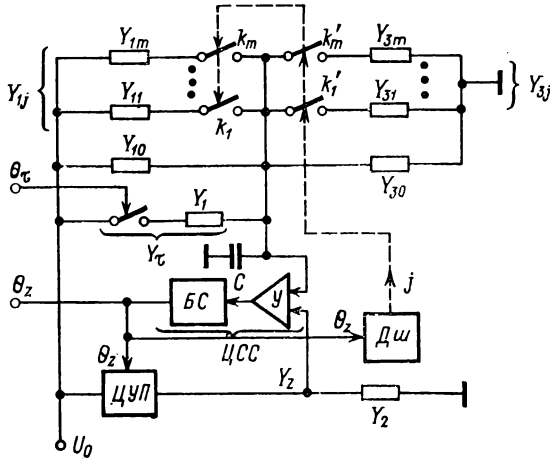


Рис. 7-13. Схема мостового КЛА

Кусочно-линейные мостовые преобразователи воспроизводят  $j$ -й участок аппроксимации, уравнение которого при балансе моста имеет вид

$$\theta_z = \frac{Y_1 Y_2}{Y_4} \frac{1}{Y_{3j}} \theta_x + \frac{Y_2}{Y_4} \frac{Y_{1j}}{Y_{3j}} = A_{1j} \theta_x + A_{0j}, \quad (7-31)$$

где

$$A_{1j} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_4} \frac{1}{Y_{3j}}, \quad A_{0j} = \frac{Y_2}{Y_4} \frac{Y_{1j}}{Y_{3j}}. \quad (7-32)$$

В соответствии с (7-31) КЛА реализуется в мостовой схеме путем включения во входное плечо параллельно линейной управляемой проводимости  $Y_x = Y_1 \theta_x$  ступенчатой проводимости  $Y_{1j} = g_1(j)$  и выполнения смежного плеча  $Y_3$  также в виде ступенчатой проводимости  $Y_{3j} = g_3(j)$ , где  $j = 0, 1, \dots, m-1$  — номер участка аппроксимации.

Схема мостового КЛА рис. 7-13 для воспроизведения функции  $z = F(\theta_x)$  содержит линейную широтно-импульсную управляе-

мую проводимость  $Y_\tau = Y_1\theta_\tau$ , параллельно которой подключена постоянная проводимость  $Y_{10}$  и ступенчато изменяющаяся проводимость  $Y_{3j}$ , цифровую линейную управляемую проводимость ЦУП  $Y_z = Y_0\theta_z$ , две постоянные проводимости  $Y_2$ ,  $Y_{30}$  и ступенчато изменяющуюся проводимость  $Y_{1j}$ . Выходной код  $\theta_z$  подбирается цифровой следящей системой ЦСС, причем начальное значение функции  $|\theta_z|_{\tau=0} = \theta_{z0} \neq 0$  обеспечивается уравнением баланса

$$\theta_{z0}Y_0Y_{30} - Y_2Y_{10} = 0.$$

При изменении  $\theta_\tau$  в пределах первого участка аппроксимации  $[0, \theta_{\tau 1}]$  ключи  $k_j$  и  $k_j$  разомкнуты и выходной относительный код

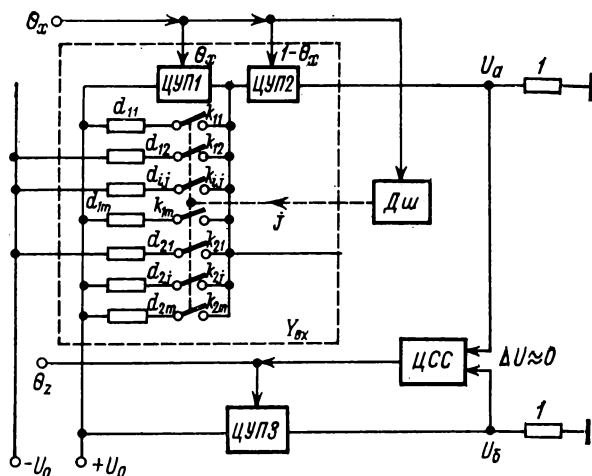


Рис. 7-14. Мостовой ККА

изменяется линейно по зависимости

$$\theta_z = \theta_{z0} + \frac{Y_1Y_2}{Y_{30}Y_0} \theta_\tau.$$

При  $\theta_\tau = \theta_{\tau 1}$  и  $\theta_z = \theta_{z1}$  возбуждается первая выходная шина  $D_{11}$  и включаются ключи  $k_1$ ,  $k_1$ , относительный код  $\theta_x$  на втором участке КЛА ( $\theta_{\tau 1} \leq \theta_\tau \leq \theta_{\tau 2}$ ) изменяется по линейной зависимости

$$\theta_z = \frac{(Y_1\theta_\tau + Y_{11} + Y_{10}) Y_2}{Y_{30} + Y_{31}} = \frac{Y_2 \sum_{j=0}^1 Y_{1j}}{Y_0 \sum_{j=0}^1 Y_{3j}} + \frac{Y_1Y_2\theta_\tau}{Y_0 \sum_{j=0}^1 Y_{3j}}.$$

Таким образом, на  $j$ -м участке КЛА включены ключи  $k_1, k_2, \dots, k_j$  и выходной код изменяется по зависимости

$$\theta_z = \frac{Y_2 \sum_{i=0}^j Y_{1i}}{Y_0 \sum_{i=0}^j Y_{3i}} + \frac{Y_1 Y_2}{Y_0 \sum_{i=0}^j Y_{3i}} \theta_x. \quad (7-33)$$

Аналогично работают схемы мостовых КЛА типа код—интервал и код—код с той лишь разницей, что управление дешифратором осуществляется обычно от входного цифрового параметра  $\theta_x$ .

Для воспроизведения немонотонных функций с несколькими экстремумами следует применять многотактные МНП, вырабатывающие линейный участок суммированием треугольных функций.

**Кусочно-квадратичные** мостовые преобразователи выполняются по одноконтному и многотактному принципу. В первом случае, как это видно на примере мостового ККА код  $\theta_x$  — код  $\theta_z$  (рис. 7-14), во входное плечо включены по квадратичной схеме ЦУП 1 и ЦУП 2, причем добавочные проводимости  $d_{1j} = Y_{1j}/Y_0$  и  $d_{2j} = Y_{2j}/Y_0$  включаются при помощи ключей  $k_{1j}$  и  $k_{2j}$  от дешифратора  $D_{ш}$  при достижении входным кодом величины  $\theta_x = \theta_{xj}$  — абсциссы начала  $j$ -го участка аппроксимации.

Выходное плечо содержит линейную ЦУП 3, а два других, плеча — постоянные проводимости. Очевидно, что для каждого номера  $j$  величина  $Y_{вх} = Y_0 (\pm a_{0j} \pm a_{1j} \theta_x \pm \theta_x^2)$ , причем знаки коэффициентов  $a_{ij}$  определяются знаком опорного напряжения  $\pm U_0$ , а их величина — относительными проводимостями  $d_{1j}$  и  $d_{2j}$ .

Балансное состояние моста, подбираемое цифровой следящей системой ЦСС, для  $j$ -го участка ККА определяется квадратичной зависимостью

$$\theta_z = \pm a_{0j} \pm a_{1j} \theta_x + a_{2j} \theta_x^2$$

или суммой

$$\theta_z = \sum_{j=0}^m \varphi_j(\theta_x) (a_{0j} + a_{1j} \theta_x + a_{2j} \theta_x^2), \quad (7-34)$$

где

$$\varphi_j(\theta_x) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta_x \geq \theta_{xj}, \\ 0 & \text{при } \theta_x < \theta_{xj}. \end{cases}$$

Аналогичным образом строятся одноконтные схемы мостовых ККА типа код—интервал, интервал—код, код—угол. Произвольные знаки коэффициентов  $a_{0j}$  и  $a_{1j}$  можно обеспечить также и при однополярном питающем напряжении за счет включения в выходное плечо моста параллельной группы из  $m$  линейных и  $m$  постоянных

коммутируемых проводимостей. При этом

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= Y_0 (a_{0j} + a_{1j}\theta_x + \theta_x^2), \\ Y_2 &= Y_3 = Y_0 = \text{const}, \\ Y_4 &= Y_0 (\theta_z + b_{0j} + b_{1j}\theta_x) \end{aligned} \right\} \quad (7-35)$$

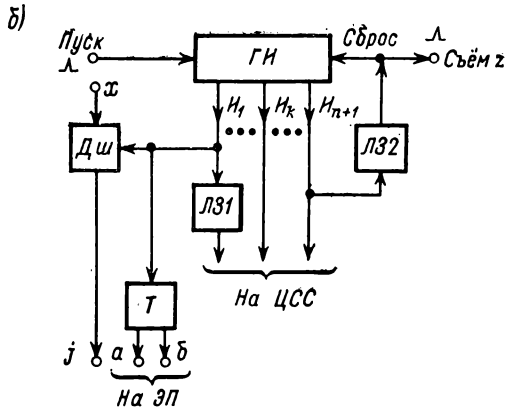
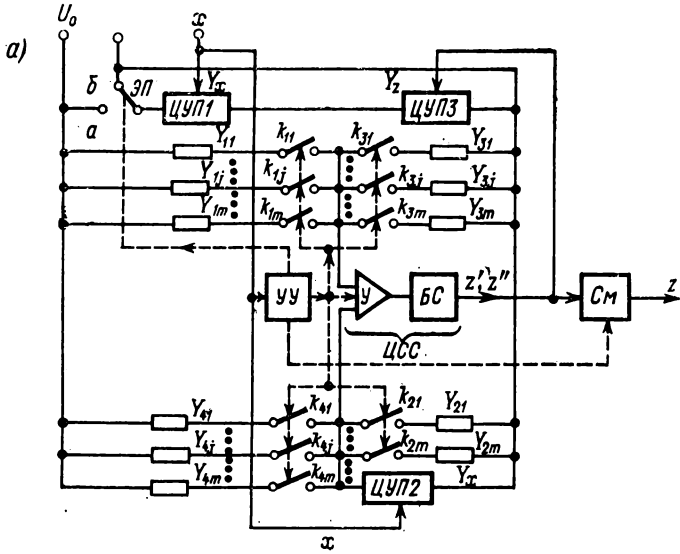


Рис. 7-15. Многотактный мостовой КЛА

и при балансе моста

$$\theta_z = (a_{0j} - b_{0j}) + (a_{1j} - b_{1j})\theta_x + \theta_x^2, \quad (7-36)$$

что обеспечивает выбор любого требуемого по расчету ККА знака

и величины постоянных коэффициентов аппроксимирующего полинома.

Многотактные мостовые ККА при цифровом задании аргумента  $\theta_x$  и функции  $\theta_z$  выполняются в соответствии со схемой рис. 7-15, а, содержащей три ЦУП, две из которых (ЦУП 1, ЦУП 2) используются для ввода  $\theta_x = x/x_{\max}$ , а третья (ЦУП 3) — для съема функции  $\theta_z = z/z_{\max}$ . Коэффициенты квадратичного полинома управляются за счет постоянных коммутируемых проводимостей  $Y_{1j}$ ,  $Y_{2j}$ ,  $Y_{3j}$  и  $Y_{4j}$ . Программа перестройки схемы моста выполняется устройством управления УУ, состоящим (рис. 7-15, б) из генератора управляющих импульсов ГИ, дешифратора Дш, триггера Тг установки номера тактов работы схемы. Баланс моста осуществляется цифровой следящей системой ЦСС, работающей по любому из известных алгоритмов уравнивания.

Квадратичный полином  $p_j(x) = \sum_{i=0}^2 A_{ji} + A_{j1}x + A_{j2}x^2$  форми-

руется схемой за два такта: на первом такте образуется линейная часть  $z' = A_{0j} + A_{1j}x$ , на втором — квадратичная  $z'' = A_{2j}x^2$  и происходит суммирование  $z' + z''$  с учетом знака. Суммирование выполняется накапливающим сумматором (или реверсивным счетчиком) в зависимости от используемого алгоритма ЦСС.

Рассмотрим работу схемы при поразрядном алгоритме. Включение мостового преобразователя под напряжение сопровождается запуском ГИ, на выходных шинах которого последовательно во времени возникают кратковременные импульсы  $I_j$ . Первый из них  $I_1$  поступает на счетный вход триггера Тг и на вход Дш, благодаря чему триггер Тг высоким выходным потенциалом «1» переводит ЭП в положение а, а выходы Дш по входному коду  $x \leq x_j$  замыкают соответствующие ключи  $k_{1j}$ ,  $k_{2j}$ ,  $k_{3j}$ ,  $k_{4j}$ . Тем самым схема МНП коммутируется для выработки линейного члена  $z'$ , так как

$$(Y'_z + Y_x + Y_{3j}) Y_{4j} = Y_{1j} (Y_x + Y_{2j})$$

или

$$Y'_z = \frac{1}{Y_{4j}} [(Y_{1j}Y_{2j} - Y_{3j}Y_{4j}) + (Y_{1j} - Y_{4j})Y_x] \sim z'.$$

Первый импульс  $I_1$ , задержанный линией задержки ЛЗ1 на время  $t_{31}$ , больше времени окончания переходных процессов при

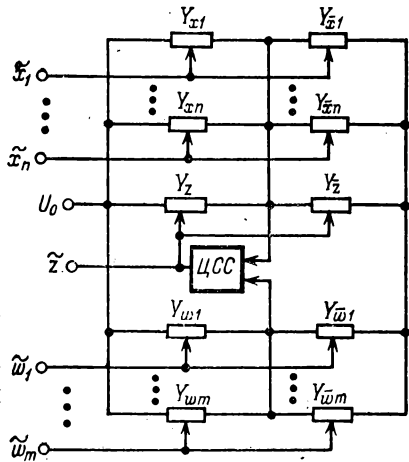


Рис. 7-16. Потенциметрическая суммирующая мостовая схема

вышеуказанной коммутации схемы моста, запускает ЦСС, а остальные  $n$  импульсов используются для организации алгоритма поразрядного уравнивания. Последний импульс  $I_{n+1}$  первого такта разрешает перенос кода  $z'$  в сумматор  $См$  и после его задержки ЛЗ2 на время  $t = t_{3,2}$  устанавливает ГИ в исходное состояние. На этом заканчивается первый такт работы мостовой схемы. Первый импульс  $I_1$  второго такта перебрасывает триггер  $T$  в состояние «0» и «низкий» выходной потенциал последнего устанавливает ЭП в положение  $б$ , ключи  $k_{1j}$ ,  $k_{2j}$ ,  $k_{3j}$  размыкаются, тем самым схема моста коммутируется для выработки квадратичного члена, так как  $Y_2'' Y_{4j} = Y_x^2$ .

Процедура сведения баланса моста на втором такте аналогична процедуре на первом такте, причем последний импульс  $I_{n+1}$  второго такта вводит  $z''$  в  $См$  с учетом знака и после задержки устанавливает ГИ в исходное состояние и разрешает съем кода  $z = z' + z''$ . Время полного цикла выработки одного значения  $z$  равно  $T_{ц} = (n + 1) T + 2t_3$ , где  $n$  — разрядность выходного кода,  $1/T$  — частота следования управляющих импульсов ГИ. Очевидно, что за время  $T_{ц}$  входной код  $x = \text{const}$ .

В заключение данной главы следует отметить, что с целью уменьшения количества оборудования в цифровых мостах (числа электронных ключей, числа номиналов прецизионных резисторов и т. д.) целесообразно конструировать так называемые потенциометрические мостовые схемы, смежные плечи которых являются ветвями одного и того же цифрового управляемого резистора с двухпозиционными ключами.

Пример потенциометрической суммирующей мостовой цифровой схемы приведен на рис. 7-16, где проводимости  $Y_{xi}$  и  $Y_{\bar{x}i}$ ,  $Y_{wj}$  и  $Y_{\bar{w}j}$ ,  $Y_z$  и  $Y_{\bar{z}}$  являются ветвями линейных ЦУП  $Y(x_i)$ ,  $Y(w_j)$  и  $Y(z)$  соответственно. Очевидно, что при балансе моста

$$Y_z = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{oi} - Y_{oz}}{\sum_{j=1}^m Y_{oj}} \sum_{j=1}^m Y_{wj} - \sum_{i=1}^n Y_{xi}. \quad (7-37)$$

## Глава восьмая

### ЦИФРОВЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

#### 8-1. Основы построения цифровых функциональных преобразователей

Цифровые функциональные преобразователи (ЦФП), называемые часто преобразователями кодов (ПК), применяются в цифровых вычислительных устройствах для воспроизведения значений заданной функции. На основе подобных преобразователей, как было



ций системы могли быть представлены в виде суперпозиции функций  $\chi_j(\vec{x})$  и входных переменных. При этом существенно, чтобы схема для системы функций  $\{\varphi_j(\vec{x})\}$ , представленных в виде суперпозиции вспомогательных функций, была проще, чем схема, полученная путем реализации переключательных функций этой системы отдельно.

Процедура формирования вспомогательных функций заключается в выделении таких наборов  $\vec{\sigma}$ , на которых несколько переключательных функций отличны от нуля, в построении аналитического представления функций  $\chi_j(\vec{x})$  и оценке целесообразности использования. Выполнение процедуры формирования связано с большим объемом работы, который значительно увеличивается с увеличением числа входных переменных.

В инженерной практике построение схем для систем переключательных функций обычно выполняется с использованием визуальных методов минимизации и преобразования функций, основанных на применении диаграмм Вейча. Наиболее удобной является разновидность диаграмм, описанная в работе [13], строки и столбцы которой кодируются согласно циклическому коду Грея. Такие диаграммы обладают свойством симметрии, что существенно облегчает работу с ними. Построение схем ЦФП целесообразно выполнять по диаграммам Вейча для функций, зависящих от 4—7 переменных. Значительно реже диаграммы используются для построения схем, реализующих функцию 8—9 переменных.

Рассмотрим последовательность построения ЦФП для функции  $F(X)$ , заданной на отрезке  $[X_{\text{нач}}, X_{\text{кон}}]$ , на вход которой подается аргумент в виде  $n$ -разрядного двоичного кода, а на выходе вырабатываются значения функции в виде  $m$ -разрядного двоичного кода.

1. Пользуясь формулой (4-2), установим соответствие между значениями аргумента и двоичными наборами кода  $\vec{x}$ .

2. Найдем значения функций  $F(X)$ , соответствующие значениям входного кода, пользуясь зависимостью (8-1), определим выходные двоичные коды и построим таблицу входных  $\vec{x}$  и выходных  $\vec{z}$  кодов.

3. Рассматривая каждую выходную переменную  $z_i$  как функцию входного кода, получим  $m$  переключательных функций, которые нанесем на диаграмму Вейча.

4. Сравнивая попарно диаграммы Вейча, проверим возможность построения вспомогательных функций  $\chi_j(\vec{x})$ . Такие функции должны соответствовать группам единиц, расположенных на одинаковых местах в различных диаграммах.

5. Построим минимальные представления всех функций и суперпозиций  $\chi_j(\vec{x})$  и  $\vec{x}$ , если вспомогательные функции были обнаружены, и оценим целесообразность использования вспомогательных функций.



6. Для каждой переключательной функции построим скобочное выражение. При построении скобочных выражений рекомендуется учитывать особенности системы логических элементов, из которых должна быть построена схема: число входов, функции, реализуемые элементами, и т. п.

7. Представим полученные скобочные выражения в виде совокупности операторов заданной системы логических элементов.

8. По операторным выражениям составим схему ЦФП.

Таблица 8-1

Значения и двоичные коды функции  $\ln X$

| $X$    | $F(X)$ | $\tilde{x}$ | $\tilde{z}$ | $X$     | $F(X)$ | $\tilde{x}$ | $\tilde{z}$ |
|--------|--------|-------------|-------------|---------|--------|-------------|-------------|
| 1,0000 | 0,0000 | 00 000      | 00 000      | 5,6452  | 1,7308 | 10 000      | 11 000      |
| 1,2903 | 0,2549 | 00 001      | 00 011      | 5,9355  | 1,7809 | 10 001      | 11 000      |
| 1,5806 | 0,4578 | 00 010      | 00 110      | 6,2258  | 1,8287 | 10 010      | 11 001      |
| 1,8710 | 0,6265 | 00 011      | 01 000      | 6,5161  | 1,8743 | 10 011      | 11 010      |
| 2,1613 | 0,7707 | 00 100      | 01 010      | 6,8064  | 1,9179 | 10 100      | 11 010      |
| 2,4516 | 0,8967 | 00 101      | 01 100      | 7,0968  | 1,9596 | 10 101      | 11 011      |
| 2,7419 | 1,0087 | 00 110      | 01 110      | 7,3871  | 1,9997 | 10 110      | 11 011      |
| 3,0322 | 1,1093 | 00 111      | 01 111      | 7,6774  | 2,0383 | 10 111      | 11 100      |
| 3,3226 | 1,2007 | 01 000      | 10 000      | 7,9677  | 2,0754 | 11 000      | 11 100      |
| 3,6129 | 1,2845 | 01 001      | 10 001      | 8,2581  | 2,1112 | 11 001      | 11 101      |
| 3,9032 | 1,3618 | 01 010      | 10 010      | 8,5484  | 2,1457 | 11 010      | 11 101      |
| 4,1935 | 1,4335 | 01 011      | 10 011      | 8,8387  | 2,1791 | 11 011      | 11 110      |
| 4,4839 | 1,5005 | 01 100      | 10 100      | 9,1290  | 2,2115 | 11 100      | 11 110      |
| 4,7742 | 1,5632 | 01 101      | 10 101      | 9,4194  | 2,2428 | 11 101      | 11 111      |
| 5,0645 | 1,6223 | 01 110      | 10 110      | 9,7097  | 2,2731 | 11 110      | 11 111      |
| 5,3548 | 1,6780 | 01 111      | 10 111      | 10,0000 | 2,3026 | 11 111      | 11 111      |

В качестве иллюстрации описанной процедуры приведем пример построения ЦФП для функции  $\ln X$ , заданной на отрезке  $[1; 10]$  для  $n = m = 5$ . В табл. 8-1 приведены значения аргумента, функции и соответствующие им двоичные коды. Переключательные функции  $z_i = \varphi_i(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ , соответствующие этой таблице, приведены на диаграммах, изображенных на рис. 8-1. Аналитические выражения основных и вспомогательных функций имеют вид:

$$\chi_1(\tilde{x}) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5},$$

$$\chi_2(\tilde{x}) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5},$$

$$\chi_3(\tilde{x}) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5},$$

$$\chi_4(\tilde{x}) = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5},$$

$$\varphi_1(\tilde{x}) = x_1 \vee x_2,$$

$$\varphi_2(\tilde{x}) = x_1 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5},$$

$$\varphi_3(\tilde{x}) = \chi_1(\tilde{x}) \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \vee \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 x_2,$$

$$\varphi_4(\vec{x}) = \chi_1(\vec{x}) \vee \chi_2(\vec{x}) \vee \chi_3(\vec{x}) \vee \chi_4(\vec{x}) \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3,$$

$$\varphi_5(\vec{x}) = \chi_2(\vec{x}) \vee \chi_3(\vec{x}) \vee \chi_4(\vec{x}) \vee x_1 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_5 \vee x_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_5.$$

Построим схему преобразователя из элементов системы «Логика-2». Каждому элементу этой системы поставим в соответствие

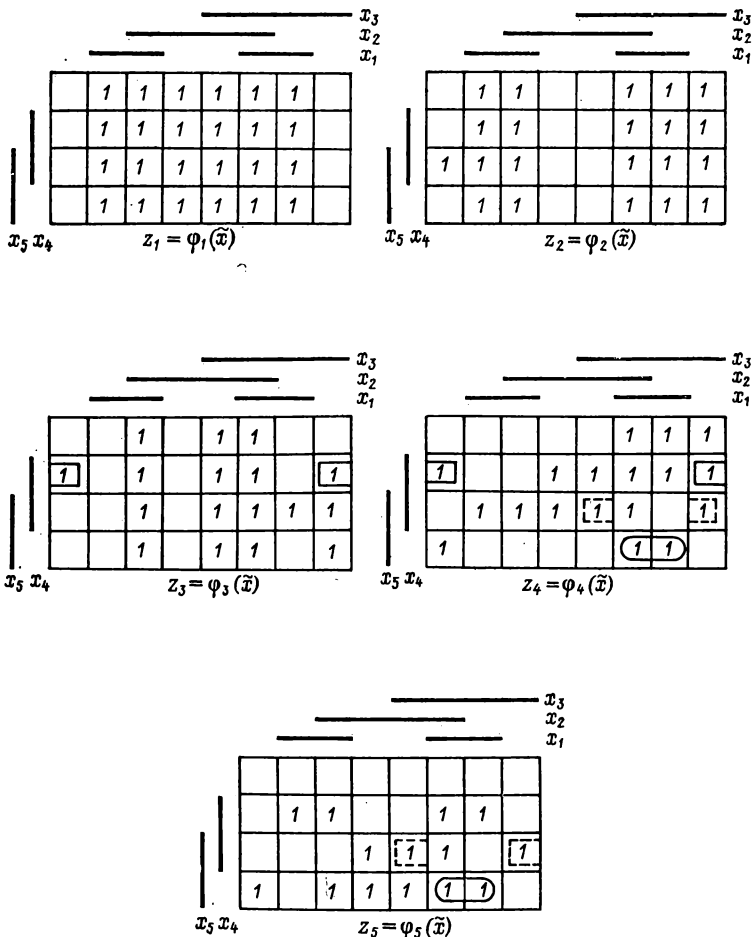


Рис. 8-1. Диаграммы Вейча для системы переключательных функций  $z_i = \varphi_i(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ , приведенной в табл. 8-1

оператор  $S_i^j(\vec{x})$ . Верхний индекс оператора показывает, каким числом входов обладает элемент, а нижний — порядковый номер элемента с числом входов  $i$ . Число логических элементов, размещаемое в одном модуле, зависит от количества входов элемента. Например, в одном модуле системы могут находиться четыре

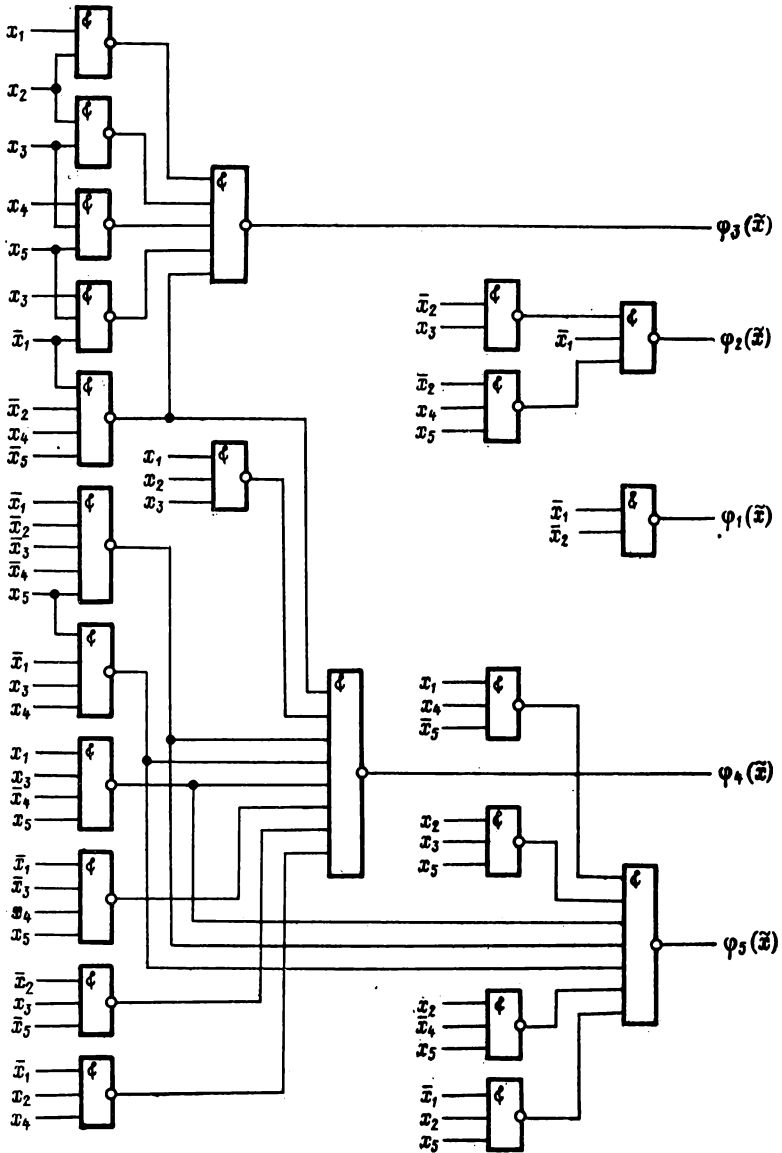


Рис. 8-2. Схема ЦФП, реализующего функцию  $\text{In } X$ , построенная из логических элементов системы «Логика-2»

элемента с двумя входами, три элемента с тремя входами, два элемента с четырьмя входами или один элемент с восьмью входами.

Для построенной системы переключательных функций операционные выражения имеют вид:

$$\overline{\chi_1(\vec{x})} = S_1^4(\overline{x_1}, \overline{x_2}, x_4, \overline{x_5}),$$

$$\overline{\chi_2(\vec{x})} = S_1^8(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, \overline{x_4}, x_5),$$

$$\overline{\chi_3(\vec{x})} = S_2^4(\overline{x_1}, \overline{x_2}, x_4, \overline{x_5}),$$

$$\overline{\chi_4(\vec{x})} = S_3^4(\overline{x_1}, x_3, x_4, x_5),$$

$$\Phi_1(\vec{x}) = S_1^2(\overline{x_1}, \overline{x_2}),$$

$$\Phi_2(\vec{x}) = S_2^3(\overline{x_1}, S_2^2(\overline{x_2}, x_3), S_1^3(\overline{x_2}, x_4, x_5)),$$

$$\Phi_3(\vec{x}) = S_2^8(S_1^4, S_3^3(\overline{x_1}, x_3, x_5), S_4^3(x_3, x_4, x_5), S_2^2(x_2, x_3), S_4^2(x_1, x_2)),$$

$$\Phi_4(\vec{x}) = S_3^8(S_1^4, S_1^8, S_2^4, S_3^4, S_5^3(\overline{x_2}, x_3, \overline{x_5}), S_6^3(\overline{x_1}, x_2, x_4),$$

$$S_4^4(x_1, \overline{x_3}, x_4, x_5), S_7^3(x_1, x_2, x_3)),$$

$$\Phi_5(\vec{x}) = S_4^8(S_1^8, S_2^4, S_3^4, S_8^3(x_1, x_4, \overline{x_5}), S_9^3(x_2, x_3, x_5), S_{10}^3(x_2, \overline{x_4}, x_5),$$

$$S_{11}^3(\overline{x_1}, x_2, x_5)).$$

Схема, соответствующая этим выражениям, приведена на рис. 8-2. Она состоит из 23 элементов, которые размещаются в 11 модулях.

Для выявления зависимости сложности цифровых функциональных преобразователей от числа разрядов преобразуемого кода была составлена программа для синтеза логических схем на универсальной ЦВМ «Минск-22». Первая часть этой программы описана в работе [14]. Программа осуществляла построение схем для системы полностью определенных переключательных функций методом разложения по переменным и выполняла поиск переменных, обеспечивающих более простую схемную реализацию. Сложность схем, построенных этой программой, сравнивалась со сложностью таких же схем, построенных инженером. При этом оказалось, что схемы, построенные машиной, в среднем сложнее схем, созданных инженером, на 12%.

Приводим число модулей системы «Логика-2», необходимое для построения функциональных преобразователей, имеющих семь входов и семь выходов. Величины, приведенные в табл. 8-2, получены в результате обработки данных, полученных путем машинного синтеза. В общем анализ результатов построения схем цифровых функциональных преобразователей для семи, восьми и девяти переменных показал, что число элементов, необходимое для построения преобразователей, в первом приближении пропорционально величине  $1,75^n$ , где  $n$  — количество разрядов входного кода.

Сложность ЦФП

| Функция                           | Количество модулей | Функция                                 | Количество модулей |
|-----------------------------------|--------------------|---|--------------------|
| $\sin X; X \in [0; \pi/2]$        | 75                 | $\text{ctg } X; X \in [0,01745; 0,78]$  | 50                 |
| $\ln X; X \in [1; 10]$            | 83                 | $\text{arc ctg } X; X \in [0; 16]$      | 53                 |
| $\sqrt{X}; X \in [1; 10]$         | 66                 | $\text{arch } X; X \in [1; 31]$         | 69                 |
| $e^X; X \in [0; 2; 3026]$         | 71                 | $1/X; X \in [1; 10]$                    | 63                 |
| $\text{arc sin } X; X \in [0; 1]$ | 69                 | $1/\sqrt{\pi} e^{-X^2/2}; X \in [0; 3]$ | 67                 |
| $\text{arc cos } X; X \in [0; 1]$ | 78                 | $\sqrt{2X - X^2}; X \in [0; 2]$         | 76                 |

### 8-2. Построение схем преобразователей по дизъюнктивной совершенной нормальной форме

В основе этого метода построения логических схем, описанного в работе [19], лежит моделирование дизъюнктивной совершенной нормальной формы (ДСНФ) функций заданной системы (8-2). При этом схема должна состоять из двух блоков: дешифратора (*Ди*), реализующего все элементарные конъюнкции  $n$  переменных, и блока, реализующего дизъюнкцию элементарных конъюнкций, входящих в ДСНФ функций системы (рис. 8-3, *а*). Второй блок такой схемы часто называют шифратором (*Ш*).

Описываемый метод приводит в общем случае к более сложным схемам, чем метод построения по минимальным формам, поскольку основой схемы является дешифратор, для построения которого требуется более чем  $2^n$  логических элементов с двумя входами. Однако, если ДСНФ функций системы состоит из небольшого числа элементарных конъюнкций, то сложность схем, получаемых рассматриваемым методом, становится соизмеримой со сложностью схем, получаемых по минимальным формам. Уменьшение сложности в таком случае достигается в основном за счет того, что в схеме используется только небольшая часть полного дешифратора  $n$  переменных.

Функции с небольшим числом элементарных конъюнкций в ДСНФ широко используются в цифро-аналоговых и аналого-цифровых устройствах для построения схем хранения постоянных коэффициентов в цифровом виде, поэтому остановимся подробнее на способах построения шифраторов при моделировании ДСНФ.

Первый метод построения шифратора основан на объединении таких выходов дешифратора, которые используются для получения нескольких функций. Описываемая ниже последовательность выявления таких выходов может и не приводить к схеме с наименьшим числом элементов. Целесообразность использования этой последовательности основана на том, что каждый ее шаг позволяет

сократить необходимое число входов схем дизъюнкции по сравнению с простым объединением выходов дешифратора.

Множество десятичных номеров наборов, на которых переключаемая функция  $\varphi_j(\vec{x}) = 1$ , обозначим  $E_{0j}$ , а число элементов этого множества  $|E_{0j}|$ .

1. Найдем пересечение всех множеств  $E_{0j}$ :  $H_0 = \bigcap_{j=1}^m E_{0j}$ . Если это пересечение  $H_0 \neq \emptyset$  и  $|H_0| \neq 1$ , то все выходы дешифратора, соответствующие номерам, входящим в  $H_0$ , объединим с помощью одной схемы дизъюнкции. Использование такой схемы позволяет уменьшить общее число входов схем дизъюнкции на величину  $m (|H_0| - 1)$ . Затем построим систему множеств  $E_{1j}$ , таких что  $E_{1j} = E_{0j} - H_0$ . Если же  $H_0 = \emptyset$  или  $|H_0| = 1$ , то примем, что  $E_{0j} = E_{1j}$ .

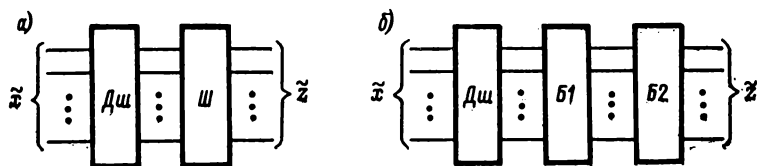


Рис. 8-3. Структурная схема преобразователей, построенных по ДСНФ функций заданной системы

2. Найдем все пересечения из  $m$  множеств  $E_{1j}$  по  $m-1$ . В результате получим совокупность  $H_1 = \{H_{11}, H_{12}, \dots, H_{1m}\}$ . Найдем в ней множество с наибольшим числом элементов:  $|H_1^*| = \max_j |H_{1j}|$ . Если  $H_1^* \neq \emptyset$  и  $|H_1^*| \neq 1$ , то все выходы дешифратора, соответствующие номерам, входящим в  $H_1^*$ , объединим с помощью одной схемы дизъюнкции. При этом общее число входов схем дизъюнкции уменьшится на величину  $(m-1) (|H_1^*| - 1)$ . Затем построим систему множеств  $E_{2j}$ , таких что  $E_{2j} = E_{1j} - H_1^*$ . Если же  $H_1^* = \emptyset$  или  $|H_1^*| = 1$ , то примем, что  $E_{2j} = E_{1j}$ .

3. Продолжая действовать описанным способом, для всех значений  $k = m-2, m-3, \dots, 2$ , найдем все пересечения  $m$  множеств  $E_{kj}$  по  $m-k$ . В результате получим совокупность  $H_k = \{H_{k1}, H_{k2}, \dots, H_{kl}\}$ , число элементов в которой  $l = C_m^{m-k}$ . Найдем в этой совокупности множество с наибольшим числом элементов  $|H_k^*| = \max_j |H_{kj}|$ . Если это множество  $H_k^* \neq \emptyset$  и  $|H_k^*| \neq 1$ , то все выходы дешифратора, соответствующие номерам, входящим в  $H_k^*$ , объединим с помощью одной схемы дизъюнкции. Такое объединение позволяет уменьшить общее число входов на величину  $(m-k) (|H_k^*| - 1)$ . Затем для множеств, использованных при по-

строении  $H_k^*$ , найдем множества  $E_{k+1, j}$ , такие что  $E_{k+1, j} = E_{kj} - H_k^*$ , а для остальных множеств  $E_{k+1, j}$  примем, что  $E_{k+1, j} = E_{kj}$ . Если же  $H_k^* = \emptyset$  или  $|H_k^*| = 1$ , то примем для всех множеств  $E_{k+1, j}$ , что  $E_{k+1, j} = E_{kj}$ .

В заключение отметим, что для значений  $k \leq [m/2]$  в тех случаях, когда имеется несколько множеств  $H_{kj}$  с одинаковым числом элементов, целесообразно использовать все пересечения, образованные различными множествами  $E_{kj}$ , поскольку реализация каждого пересечения  $H_{kj}$  приводит к уменьшению числа входов.

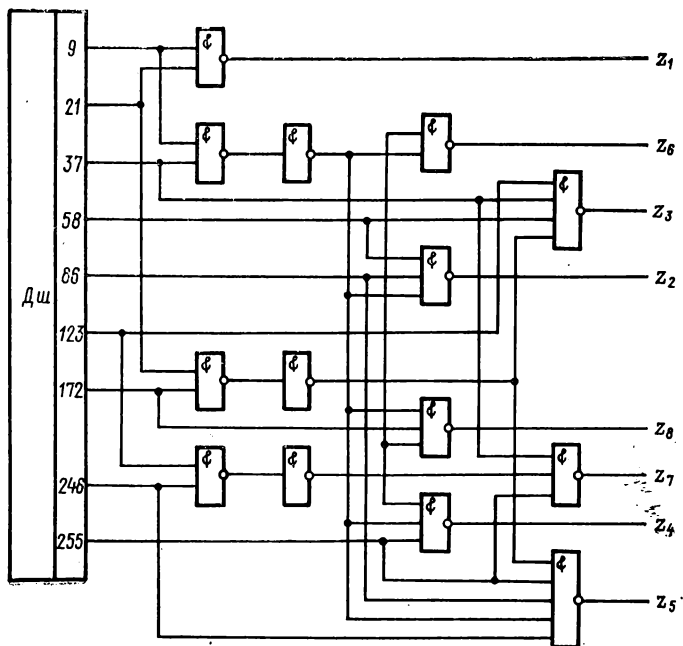


Рис. 8-4. Схема ЦФП для функций, приведенных в табл. 8-3, построенная по ДСНФ с предварительным объединением выходов дешифратора

Достоинством приведенного алгоритма является то, что он легко может быть реализован в виде программы для ЦВМ. Можно ожидать, что такая программа позволит строить схемы с десятью-пятнадцатью входами.

Описанный метод дает хорошие результаты в тех случаях, когда функции реализуемой системы имеют много совпадающих единиц в таблице.

Рассмотрим еще один метод построения шифратора. Разобьем таблицу значений функций заданной системы на полосы, по  $k$  столбцов в каждой полосе. При этом число полос  $l = [m/k]$ , где  $[a]$  обозначает ближайшее целое, не меньшее  $a$ . В каждой полосе

может быть  $2^k$  различных строк. Для каждой полосы с номером  $i$  построим  $2^k$  вспомогательных функций  $\omega_{ij}(\vec{x})$ , таких что если в рассматриваемой полосе набор  $\vec{\alpha}$ , записанный в строке, соответствующей вектору значений  $\vec{\sigma}$ ,  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}(j)$ , то  $\omega_{ij}(\vec{\sigma}) = 1$ . В результате такого построения получим преобразованную таблицу функций заданной системы, которая определяет  $l \times 2^k$  различных функций  $\omega_{ij}(\vec{x})$ . Заметим, что при этом функции с нулевыми индексами  $\omega_{i0}(\vec{x})$  не требуют схемной реализации, поскольку они определяют нулевые значения заданной функции  $\varphi_j(\vec{x})$ .

Схема преобразователя, соответствующего преобразованной таблице, изображена на рис. 8-3, б. В этой схеме блок *Б1* состоит из схем дизъюнкций, реализующих функции  $\omega_{ij}(\vec{x})$ , а блок *Б2* реализует объединение этих функций и вырабатывает выходные функции  $\varphi_i(\vec{x})$ . Блок *Б2* состоит из  $m$  схем дизъюнкций с  $2^{k-1}$  входами.

Таблица 8-3

Система переключательных функций

| $\vec{x}$  | $\vec{z}$  |
|------------|------------|
| 00 001 001 | 11 011 101 |
| 00 010 101 | 10 101 000 |
| 00 100 101 | 01 111 111 |
| 00 111 010 | 01 100 000 |
| 01 010 110 | 01 001 000 |
| 01 111 011 | 00 110 111 |
| 10 101 100 | 00 101 001 |
| 11 101 110 | 00 011 111 |
| 11 111 111 | 00 011 010 |

В заключение отметим, что сложность схемы при построении вторым способом зависит от того, какие столбцы таблицы объединяются в полосы. Схемы шифраторов, построенные этим способом, как правило, оказываются несколько сложнее схем, построенных с использованием объединения выходов дешифратора.

В табл. 8-3 приведена система переключательных функций, определяющая двоичные коды угловых коэффициентов ломаной линии, аппроксимирующей функцию  $\sin x$ , заданную на отрезке,

$[0, \pi/2]$ . Логическая схема, реализующая эту систему функций и построенная из элементов системы «Логика-2» путем объединения выходов дешифратора, изображена на рис. 8-4. Для построения такой схемы требуется 14 модулей.

В табл. 8-4 приведены вспомогательные функции  $\omega_{ij}(\vec{x})$ , полученные при разбиении заданной табл. 8-3 на полосы. Для построения схемы по этой таблице требуется 15 модулей системы «Логика-2».

Схемы преобразователей кодов из логических элементов получаются достаточно сложными. Количество логических элементов, необходимое для их построения, значительно увеличивается с увеличением числа разрядов преобразуемого кода. Основным преимуществом преобразователей подобного типа является их высокое быстродействие. Действительно, время получения выходного кода определяется только временем срабатывания логических элементов, образующих схему. Время срабатывания элемента системы «Ло-



Преобразованная таблица системы переключательных функций

| $x_1$      | $\omega_{11}(x)$ | $\omega_{12}(x)$ | $\omega_{13}(x)$ | $\omega_{15}(x)$ | $\omega_{16}(x)$ | $\omega_{21}(x)$ | $\omega_{22}(x)$ | $\omega_{23}(x)$ | $\omega_{31}(x)$ | $\omega_{32}(x)$ | $\omega_{33}(x)$ | $\omega_{37}(x)$ |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 00 001 001 |                  |                  |                  |                  | 1                |                  |                  | 1                |                  |                  |                  | 1                |
| 00 010 101 |                  |                  |                  | 1                |                  | 1                |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
| 00 100 101 |                  |                  | 1                |                  |                  |                  |                  | 1                |                  |                  |                  | 1                |
| 00 111 010 |                  |                  | 1                |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
| 01 010 110 |                  | 1                |                  |                  |                  | 1                |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
| 01 111 011 | 1                |                  |                  |                  |                  |                  | 1                |                  |                  |                  |                  | 1                |
| 10 101 100 | 1                |                  |                  |                  |                  | 1                |                  |                  | 1                |                  |                  |                  |
| 11 101 110 |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  | 1                |                  |                  |                  | 1                |
| 11 111 111 |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  | 1                |                  | 1                |                  |                  |

гика-2» согласно техническим условиям не должно превышать, 50 нсек, поэтому, учитывая, что схема преобразователя состоит из нескольких ярусов, можно ожидать, что выходной код будет сформирован с задержкой порядка сотен наносекунд. Применение преобразователей из логических элементов, на наш взгляд, целесообразно для обработки двоичных кодов, состоящих не более чем из семи или восьми разрядов.

### 8-3. Многотактные цифровые функциональные преобразователи

Если по условиям работы необходимо выполнить обработку величин, представленных в цифровой форме в виде 10—15-разрядных двоичных кодов, и время, отведенное на обработку, исчисляется не единицами, а десятками микросекунд, то использование одноктактных ЦФП, построенных из логических элементов, является нецелесообразным из-за их сложности. В этом случае имеет смысл использовать функциональные преобразователи, работающие в течение нескольких тактов и реализующие простейшие арифметические операции.

Заметим, что любая универсальная ЦВМ, имеющая программу вычисления заданной функции, может рассматриваться как функциональный преобразователь. Однако применение универсального вычислителя для получения только значений заданной функции

является также нецелесообразным, поскольку приводит к нерациональному использованию оборудования.

Для перечисления условий наиболее естественным решением является использование специализированных вычислителей, вырабатывающих значения заданной зависимости. Такие вычислители обычно строятся на основе итерационных способов вычисления функций. Интересной разновидностью итерационных способов вычисления являются методы вычисления функций «цифра за цифрой», описанные в работах [4, 83, 85]. Особенностью этих методов является то, что они позволяют выполнять вычисления с использованием только операций сложения и сдвига. Необходимо отметить, однако, что алгоритмы вычисления способом «цифра за цифрой» известны только для нескольких функций.

В настоящем параграфе мы рассмотрим метод вычисления, основанный на кусочно-линейной аппроксимации заданной функции. Этот метод путем аппаратной реализации операции умножения может быть сведен к выполнению двух операций: сложения и сдвига. Достоинством метода является то, что он может быть применен для воспроизведения широкого класса функций, допускающих кусочно-линейную аппроксимацию.

Как было показано в пятой главе, аналитическое выражение аппроксимирующей ломаной линии имеет вид:

$$Q(\tilde{x}) = \sum_{j=1}^m \varphi_j(\tilde{x}) (a_j + b_j x), \quad (8-3)$$

где  $\varphi_j(\tilde{x})$  — переключательная функция, равная единице для всех значений кода  $x$ , принадлежащих участку с номером  $j$ ;  $a_j$ ,  $b_j$  — начальное значение и угловой коэффициент на участке аппроксимации с номером  $j$ ;  $m$  — число участков аппроксимации.

Из последнего выражения следует, что устройство, осуществляющее КЛА заданной функции, должно выполнять операцию умножения. Прежде чем перейти к построению схемы, рассмотрим последовательность вычисления линейной функции для значений кода, принадлежащих участку с номером  $j$ :

$$Q(\tilde{x}) = a_j + b_j x.$$

Полагая, что коэффициенты  $a_j$  и  $b_j$  хранятся в цифровой форме в виде  $n$ -разрядных двоичных кодов, заменим коэффициент  $b_j$  его двоичным представлением:

$$Q(\tilde{x}) = a_j + (b_{1j} 2^{-1} + b_{2j} 2^{-2} + \dots + b_{nj} 2^{-n}) x.$$

Раскрывая в последнем выражении скобки, получаем

$$Q(\tilde{x}) = a_j + b_{1j} 2^{-1} x + b_{2j} 2^{-2} x + \dots + b_{nj} 2^{-n} x,$$

откуда следует, что операция умножения может быть выполнена путем последовательного сложения произведений кода на множи-

тель  $2^{-i}$ . При этом сложение необходимо выполнять только для коэффициентов  $b_{ij} \neq 0$ .

Схемная реализация такой процедуры оказывается достаточно простой, если для умножения переменной  $x$  на  $2^{-i}$  использовать сдвиг вправо кода  $x$ , записанного в  $n$ -разрядный регистр. При этом необходимо учитывать, что операция сдвига отличается от операции умножения на  $2^{-i}$  тем, что в результате сдвига теряются младшие разряды переменной  $x$ . Последнее обстоятельство приводит к тому, что значение произведения  $xb_j$ , вырабатываемое с помощью операции сдвига, получается с ошибкой.

Наибольшая ошибка  $\epsilon_{\max}$  возникает при перемножении двух кодов, состоящих из одних единиц. Значение этой ошибки может быть найдено путем суммирования теряемых при каждом сдвиге младших разрядов кода:

$$\epsilon_{\max} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i 2^{-(n+j)}.$$

Находя общий вид суммы по  $j$ , имеем

$$\epsilon_{\max} = 2^{-n} \sum_{i=1}^n (1 - 2^i),$$

откуда окончательно находим

$$\epsilon_{\max} = 2^{-n} (n - 1 + 2^{-n}) \approx (n - 1) 2^{-n}.$$

Для уменьшения этой погрешности обычно увеличивают число разрядов сдвигающего регистра и сумматора, используемых при умножении. Если считать, что число используемых дополнительных разрядов равно  $q$ , то наибольшая погрешность

$$\epsilon_{\max} = \sum_{i=1}^{n-q} \sum_{j=1}^i 2^{-n-q-j}.$$

Последовательно вычисляя значения первой и второй сумм, имеем

$$\epsilon_{\max} = 2^{-(n+q)} (n - q - 1 + 2^{-(n-q)}) \approx 2^{-(n+q)} (n - q - 1). \quad (8-4)$$

Последнее выражение может быть использовано для определения необходимого количества дополнительных разрядов  $q$ . Допустим, что наибольшая погрешность не должна превышать половины младшего разряда преобразуемого кода:  $\epsilon_{\max} \leq 2^{-(n+1)}$ . Используя формулу (8-4), имеем

$$2^{-(n+1)} \geq 2^{-(n+q)} (n - q - 1),$$

откуда получаем соотношение

$$2^{q-1} \geq n - q - 1,$$

которое позволяет определить необходимое количество дополнительных разрядов  $q$ .

Например, из этого соотношения следует, что для  $n = 16$  необходимо иметь пять дополнительных разрядов.

Число дополнительных разрядов, как показано в работе [16], можно существенно сократить, выполняя специальное округление результата при каждом сложении.

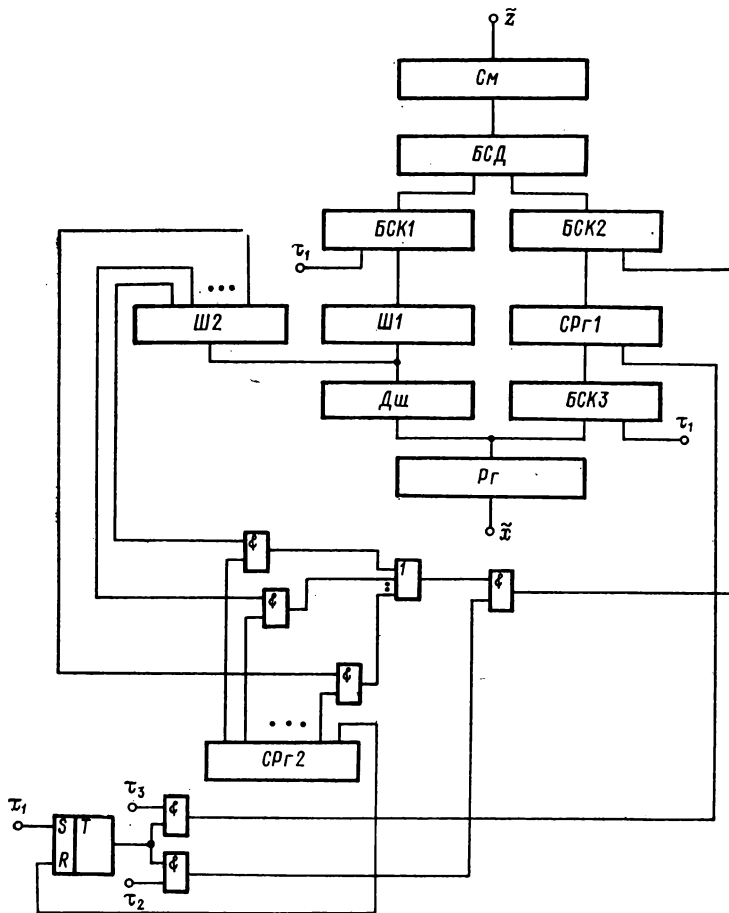


Рис. 8-5. Схема многократного ЦФП, осуществляющего КЛА заданной функции

Описанный способ выполнения операции умножения используется в схеме кусочно-линейного аппроксиматора, приведенного на рис. 8-5. Схема состоит: из регистра  $P_r$ , предназначенного для хранения кода аргумента  $x$ , дешифратора  $D_{ш}$ , который служит для определения номера участка, шифратора  $Ш1$ , на выходе которого вырабатывается двоичный код коэффициента  $a_j$ , шифратора  $Ш2$ , вырабатывающего код углового коэффициента  $b_j$ , сдвигающего

регистра  $CP_21$ , используемого при умножении, сдвигающего регистра  $CP_22$ , который реализует программу умножения, блоков схем И БСК и блока схем ИЛИ БСД, используемых для передачи кодов.

Последовательность работы схемы можно представить себе следующим образом. Пусть в начальном состоянии в сумматоре  $См$  записан нуль, код аргумента находится в регистре  $P_2$  и все триггеры сдвигающего регистра  $CP_22$  за исключением крайнего левого триггера находятся в нулевых состояниях, а крайний левый триггер — в состоянии, соответствующем единице. Работа схемы начинается в момент прихода сигнала  $\tau_1$ , который переводит управляющий триггер  $T$  в единичное состояние, осуществляет передачу кода аргумента  $\bar{x}$  через блок схем И БСКЗ в регистр  $CP_21$  и передачу выходного кода шифратора  $Ш1$ , соответствующего коэффициенту  $a_j$ , через блок схем И БСК1 и блок схем ИЛИ БСД в сумматор  $См$ . Выходной сигнал триггера  $T$  разрешает прохождение периодически повторяющихся сигналов  $\tau_2, \tau_3$ , сдвинутых во времени относительно друг друга. Сигнал  $\tau_2$  осуществляет опрос значения цифры  $b_{ij}$  углового коэффициента, который вырабатывается шифратором  $Ш2$ . Если  $b_{ij} = 1$ , то сигнал  $\tau_2$  осуществляет передачу сдвинутого кода аргумента  $x2^{-i}$  в сумматор. Если же  $b_{ij} = 0$ , то сигнал  $\tau_2$  через схему конъюнкции не проходит и передача в сумматор не выполняется. Сигнал  $\tau_3$  приходит с некоторой задержкой по отношению к сигналу  $\tau_2$ . Этот сигнал осуществляет сдвиг кода в регистре  $CP_21$ , вырабатывая произведение  $x \cdot 2^{-(i+1)}$ , и сдвиг кода на один разряд вправо в регистре  $CP_22$ , подготавливая тем самым опрос следующей цифры углового коэффициента  $b_{i+1,j}$ . Последовательность сложений и сдвигов продолжается до тех пор, пока  $(n + 1)$ -й триггер регистра  $CP_22$  не установится в единичное состояние. Выходной сигнал этого триггера вызывает сброс управляющего триггера  $T$ , который в свою очередь запрещает передачу сигналов  $\tau_2, \tau_3$  на входы соответствующих блоков схемы. Из описания работы схемы следует, что искомое значение функции  $Q(\bar{x})$  получается в сумматоре  $См$  в  $n$ -м такте.

Интересно отметить, что число логических элементов, необходимое для построения кусочно-линейного аппроксиматора, зависит почти линейно от числа разрядов преобразуемого кода  $n$ , поскольку основное оборудование схемы состоит из регистров, сумматора и блоков передачи кодов, сложность которых определяется числом разрядов кода. Учитывая, что сложность преобразователей, реализующих систему переключательных функций, увеличивается в первом приближении пропорционально величине  $1,75^n$ , можно сделать вывод, что многотактные преобразователи должны обладать меньшей сложностью при больших значениях  $n$ . Практически такие преобразователи оказываются более простыми уже при  $n = 8,9$ .

## 8-4. Цифровые функциональные генераторы

Цифровые функциональные генераторы (ЦФГ) применяются в комбинированных вычислительных устройствах, в системах управления технологическими процессами и системах телеуправления, а также могут быть использованы для построения систем контроля и диагностики. Практические схемы ЦФГ и их применения описаны в работах [53, 77, 79, 82]. В настоящей главе в отличие от этих работ ЦФГ рассматривается как конечный автомат и производится анализ структурных схем, получаемых из этой модели.

ЦФГ можно представить как синхронный автомат с одним входом и выходом, перерабатывающий слова в двоичном алфавите. На вход генератора обычно подается последовательность синхронизирующих импульсов  $\tau$ , соответствующая последовательности

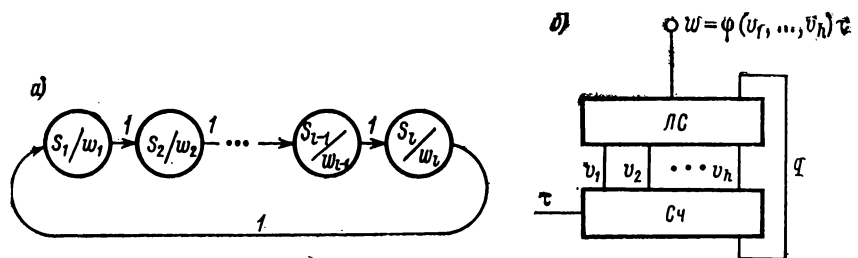


Рис. 8-6. Диаграмма переходов (а) и структурная схема ЦФГ на основе счетчика (б)

единиц, а на выходе вырабатывается периодически повторяющаяся последовательность  $n$ -разрядных двоичных кодов функции  $F(X)$ , заданной в точках  $X_1, X_2, \dots, X_m$ . Назовем эту последовательность выходным словом генератора  $\tilde{w}$  и условимся, что она состоит из  $m$  слогов, причем  $i$ -й слог представляет собой  $n$ -разрядный двоичный код, соответствующий значению функции  $F(X_i)$  в точке  $X_i$ . Если по условиям работы соседние в последовательности коды разделены  $k$  нулями, то длину слога примем равной  $n + k$ . Выходное слово в этом случае должно состоять из  $l = m(n + k)$  двоичных символов. Например, выходное слово  $\tilde{w}$  генератора, воспроизводящего восемь значений функции, приведенной в табл. 8-5, без разделителей между соседними значениями состоит из 24 двоичных символов:

$$\tilde{w} = 111\ 111\ 111\ 110\ 110\ 101\ 100\ 000.$$

Работа автомата, перерабатывающего последовательность единиц в периодическую последовательность выходных слов  $\tilde{w}$ , задается диаграммой переходов, приведенной на рис. 8-6, а. Число состояний такого автомата определяется длиной выходного слова. В зависимости от способа кодирования состояний можно получить схемы с различными свойствами.

Вначале закодируем состояния автомата  $S_1, S_2, \dots, S_l$  соседними кодами, таким образом, что  $S_1$  припишем нулевой код, а состоянию  $S_i$  — код, получающийся вычитанием единицы из двоичной записи числа  $i$ . Тогда диаграмма переходов автомата представляет собой двоичный счетчик с коэффициентом пересчета  $l$ , для построения которого необходимо  $h = \lceil \log_2 l \rceil$  элементов памяти. Схема ЦФГ для рассматриваемого случая приведена на рис. 8-6, б. Она состоит из счетчика  $Сч$  и логической схемы  $ЛС$  с двумя выходами. Выход  $q$  устанавливает счетчик в начальное состояние, что соответствует переходу из состояния  $S_l$  в состояние  $S_1$ . Сложность логической схемы зависит в основном от вида функции  $\varphi(v_1, \dots, v_h)$ , которая для каждого состояния  $S_i$  определяет значение компонента выходного слова  $w_i$ . Увеличение длины выходного слова за счет введения разделителей между слогами, как правило, приводит в такой схеме к увеличению числа переменных, от которых зависит функция выхода.

Для того чтобы избежать этого увеличения, рассмотрим второй способ кодирования, заключающийся в том, что каждому состоянию приписывается код состояний из двух частей. Первая часть кода является двоичным номером слога в выходном слове. Для представления этого номера необходимо иметь  $h_1 = \lceil \log_2 m \rceil$  двоичных разрядов. Вторая часть кода представляет собой  $n$ -разрядное двоичное число, в котором всегда  $n-1$  нуль и одна единица. Номер разряда, в котором находится единица, определяет номер компонента в слоге.

Структурная схема ЦФГ, полученная при таком способе кодирования, показана на рис. 8-7. Схема содержит счетчик  $Сч$  и регистр со сдвигом вправо  $СР_2$ . Первый вход регистра служит для записи единицы в первый разряд регистра. Сигнал на этот вход поступает при условии, что последний разряд регистра изменяет свое состояние с единицы на нуль. Сигнал на втором входе регистра управляет сдвигом кода, записанным в регистре, на один разряд вправо. Такой сдвиг соответствует преобразованию кода  $i$ -го компонента слога в код компонента  $i+1$ . Сигнал на выходе регистра  $СР_2$  появляется при формировании кода последнего компонента слога. Этот сигнал подается на вход счетчика, состояние которого определяет номер слога. Компоненты выходного слова генератора получаются на выходе комбинационной части схемы, работа которой описывается переключательной функцией

$$w = \bigvee_{j=1}^n \varphi_j(v_1, v_2, \dots, v_h) u_j.$$

Таблица 8-5

Значения функции

| Номер точки $i$ | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ |
|-----------------|-------|-------|-------|
| 0               | 1     | 1     | 1     |
| 1               | 1     | 1     | 1     |
| 2               | 1     | 1     | 1     |
| 3               | 1     | 1     | 0     |
| 4               | 1     | 1     | 0     |
| 5               | 1     | 0     | 1     |
| 6               | 1     | 0     | 0     |
| 7               | 0     | 0     | 0     |

Сложность комбинационной части схемы определяется в основном сложностью блока, реализующего систему переключательных функций, зависящих от  $h_1$  переменных.

Существенно, что введение разделителей между слогами выходного слова не влияет на структуру и сложность комбинационной части схемы, а вызывает только увеличение числа разрядов сдвигающего регистра. При разрыве связи между счетчиком и регистром схема осуществляет периодическое повторение на выходе одного слога, что соответствует работе в режиме воспроизведения некоторой частоты повторения единицы сигналов. Если эту связь сделать управляемой с учетом состояния счетчика, то схема может

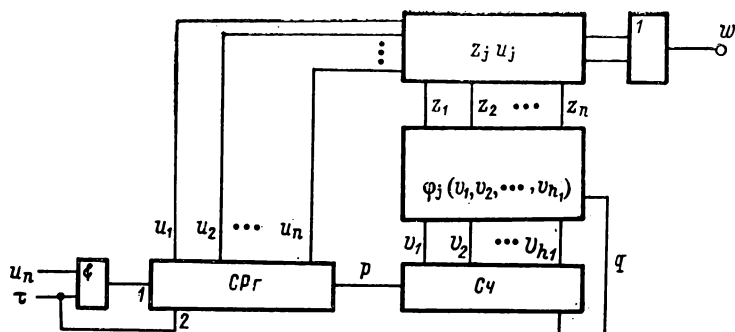


Рис. 8-7. Структурная схема ЦФГ, использующего счетчик и регистр со сдвигом вправо

работать как генератор управляемой частоты. В схеме нетрудно также реализовать ждущий режим работы, когда на каждый сигнал запроса вырабатывается очередной слог выходного слова. Такой режим получается, если сигнал запроса разрешает передачу на вход схемы синхронизирующей последовательности  $\tau$ , а выходной сигнал регистра  $СРГ$  запрещает передачу этой последовательности.

С точки зрения практической реализации представляет интерес схема ЦФГ с однородной памятью из регистров со сдвигом. Построение такой схемы основано на кодировании соседних состояний числами, отличающимися на единицу, в системе счисления с основанием  $g$  при условии, что каждый разряд числа в свою очередь кодируется  $g$ -разрядным двоичным кодом, содержащим одну единицу, положение которой определяет значение цифры в соответствующем разряде числа. Хранение и преобразование таких двоичных кодов легко реализуется в схеме с помощью сдвигающих регистров. Для того чтобы сделать структуру схемы независимой от числа разделителей в выходном слове, закодируем, так же как в предыдущей схеме, отдельно номер слога и номер компонента в слоге. В таком случае для кодирования  $m$  слогов потребуется  $t$  сдвигающих ре-



гистров, содержащих  $g$  двоичных элементов памяти. Из условия

$$m \leq g^t$$

находим, что

$$t = \left\lceil \frac{\log_2 m}{\log_2 g} \right\rceil. \quad (8-5)$$

Структурная схема ЦФГ с двумя сдвигающими регистрами приведена на рис. 8-8. При больших значениях  $m$  сложность такой схемы определяется в основном сложностью блока  $A$ . Этот блок реализует систему из  $n$  переключательных функций, каждая из которых определяется столбцом таблицы, задающей работу генератора; например, для системы из трех функций — это столбцы  $z_1, z_2, z_3$  в табл. 8-5. Блок состоит из дешифратора, выходы которого

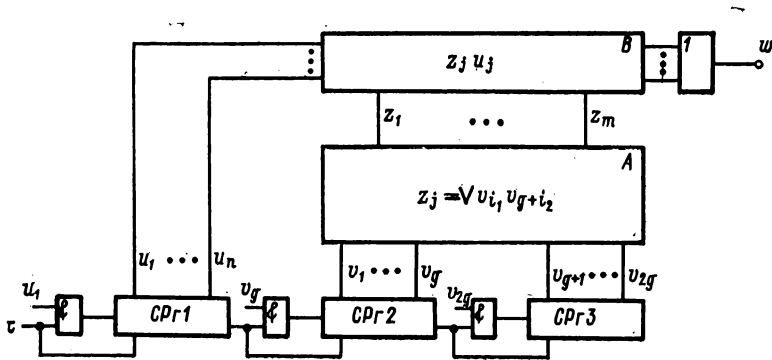


Рис. 8-8. Структурная схема ЦФГ, построенного на регистрах со сдвигом

соответствуют номерам строк, и шифратора, реализующего дизъюнкцию строк. Дешифратор строится из схем конъюнкции с  $t$  входами, число которых не может быть больше  $m$ . Для построения шифратора необходимо иметь  $n$  схем дизъюнкции, число входов у которых определяется количеством единиц (или нулей при реализации инверсии функции  $z_i$ ) в соответствующем столбце таблицы. При построении дешифратора следует учитывать, что для строк таблицы, состоящих из одних нулей (единиц), схем конъюнкции в дешифраторе не требуется. Некоторое сокращение числа элементов в блоке  $A$  можно получить за счет использования свойства функций выходов сдвигающего регистра с одной единицей, которое состоит в том, что дизъюнкция всех выходов сдвигающего регистра всегда равна единице. Согласно этому свойству оказываются справедливыми преобразования выражений следующего вида:

$$v_1 v_i v_j \vee v_2 v_i v_j \vee \dots \vee v_g v_i v_j = v_i v_j.$$

Число сдвигающих регистров, необходимое для построения схемы  $t$ , или число разрядов в каждом регистре  $g$  можно определить

из соотношения (8-5), предварительно выбрав одну из этих величин. Если ориентироваться на схему с наименьшим числом элементов памяти, то для кодирования состояний следует использовать систему счисления, обеспечивающую представление числа с наименьшим количеством символов. Таким свойством обладает, как известно, система счисления с основанием  $g = 3$ . Если же ориентироваться на построение схемы из элементов с заданным числом входов  $r$ , то целесообразно выбрать число сдвигающих регистров  $t$  равным числу входов логического элемента, что позволяет реализовать схему дешифратора с меньшими затратами, чем в случае  $t > r$ .

В заключение необходимо отметить, что схема ЦФГ, построенная на регистрах со сдвигом, при незначительных усложнениях может работать в различных режимах, а процесс построения такой схемы оказывается достаточно простым по сравнению с другими видами ЦФГ и выполняется непосредственно по таблице, определяющей заданную функцию, без привлечения алгоритмов преобразования систем переключательных функций.

## Глава девятая

### АНАЛОГО-ЦИФРОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

#### 9-1. Общие положения

Аналого-цифровые вычислительные устройства (АЦВУ) используются для выполнения операции моделирования заданной зависимости  $Z = F(X_1, X_2, \dots, X_s)$  с выдачей результата в виде цифрового эквивалента

$$z = F(U_{x1}, U_{x2}, \dots, U_{xs}), \quad (9-1)$$

где  $U_{xj} = m_U X_j$  — входные напряжения, пропорциональные аргументам.

Таким образом, АЦВУ относятся к классу аналого-цифровых преобразователей (АЦП) напряжения в код, имеющих в общем случае нелинейную характеристику кодирования. Наиболее распространенными способами реализации заданной характеристики (9-1) являются сочетания линейного АЦП с аналоговым вычислительным преобразователем (см. рис. 9-1), сочетания линейного АЦП с цифровым структурно-вычислительным преобразователем (см. рис. 9-3) и, наконец, способ органического объединения в конструкции одного АЦП операций моделирования и преобразования информации.

В каждом конкретном случае реализации функций необходимо производить оценку применимости перечисленных способов в зависимости от комплекса требований технического задания: точности, надежности, технологичности, стоимости и т. п.

Аналого-цифровые вычислительные преобразователи (АЦВП), использующие последний из перечисленных способов построения АЦВУ, подразделяются на две основные группы: разомкнутого и замкнутого (компенсационного) принципа действия. АЦВП разомкнутого типа, представляющие собой сочетание функционального временного модулятора (ФВМ) с линейным преобразователем временной интервал — код (ПНК), обладают, как правило, меньшим быстродействием и точностью, чем АЦВП компенсационного типа, однако более просты в схемно-конструктивном отношении.

Наоборот, АЦВП компенсационного типа, являющиеся аналого-цифровыми преобразователями напряжения в код с нелинейными цифровыми проводимостями во входной цепи и цепи обратной связи, могут обеспечить более высокие быстродействия и точность, однако имеют более сложную схемную реализацию.

Быстродействие АЦВП определяется временем цикла  $T_{ц}$  образования кодового функционального эквивалента  $z$  с заданной ошибкой  $\epsilon_z$ , не превосходящей единицы младшего разряда выходного кода.

Точность воспроизведения функции  $F(U_x)$  характеризуется ошибкой  $\epsilon_z$ , величина и методика определения которой зависят от способа построения АЦВП.

В подавляющем большинстве случаев АЦВП относятся к вычислительным устройствам приближенного принципа действия, обладающим методической ошибкой  $\epsilon(U_x)$ , составляющими которой являются ошибка аппроксимации  $\epsilon_{ап}(U_x)$  непрерывной функции и ошибка ее квантования по уровню  $\epsilon_{кв}(U_x)$ :

$$\epsilon(U_x) = \epsilon_{ап}(U_x) + \epsilon_{кв}(U_x). \quad (9-2)$$

Так как время цикла образования кодового эквивалента, определяющее величину шага квантования аргумента  $U_x$  по времени, как правило, постоянно,  $T_{ц} = \text{const}$ , а методическая ошибка  $\epsilon(U_x)$  зависит от аргумента, то при использовании компенсационных схем АЦВП, относящихся к нелинейным импульсным автоматическим системам, большое внимание должно быть уделено проблеме обеспечения условий сходимости процедуры преобразования.

## 9-2. АЦВП разомкнутого типа

Структурная схема АЦВП разомкнутого типа (рис. 9-1), обеспечивающего нелинейное преобразование напряжений  $U_{xk}$  по общей зависимости  $z = F(U_x)$ , содержит генератор  $ГНН$  нелинейного импульсного напряжения  $U_2 = G(U_1, t_p)$ , (где  $U_1$  — входное напряжение  $ГНН$ , а  $t_p$  — время, отсчитываемое от начала развертки  $t_0$ ), схемы сравнения напряжения  $СС_k$ , фиксирующие моменты  $t_{фk}$  равенства входных напряжений  $U_{xk}$  напряжению  $U_2$ , вентильные группы  $ГВ_k$ , передающие во внешние цифровые блоки коды  $z_k$  в моменты  $t_{фk}$ , генератор счетных импульсов  $ГСИ$  с частотой  $f_{СИ}$ , поступающих на двоичный счетчик импульсов  $СИ$ , и управляю-

шее устройство  $УУ$ , обеспечивающее синхронизацию работы блоков АЦВП и установку  $СИ$  в начальное состояние. Так как в начале ( $t = 0$ ) каждого цикла  $T_{ц}$  преобразования  $U_2 = 0$ ,  $z_k = 0$  и  $\omega = 0$ , а устройство управления обеспечивает одновременное начало генерирования напряжения  $U_2$  и образование линейно возрастающего кода  $\omega$ , то фиксированные времена развертки  $t_{pk} = t_{\phi k} - t_0$  будут функционально связаны с входными напряжениями  $U_{xk}$ ]

$$U_{xk} = G(U_1, t_{pk}),$$

откуда

$$t_{pk} = G_1(U_1, U_{xk}). \quad (9-3)$$

При выполнении условия  $f_{СИ} = \text{const}$  обеспечивается пропорциональность вида  $z = m_z t_p$ , поэтому передаваемое во внешние цепи вентиляльными группами  $\Gamma B_k$  коды  $z_k$  также изменяются по зависимости

$$z_k^{f\phi} = m_z G_1(U_1, U_{xk}), \quad (9-4)$$

где  $z_k^{f\phi}$  — цифровой эквивалент, передаваемый  $\Gamma B_k$  в момент  $t_{\phi}$ ,  $G_1$  — функция, обратная функции  $G(U_1, t_p)$  относительно  $t_p$ .

Таким образом, для реализации заданной нелинейной характеристики преобразования  $F(U_x)$  необходимо обеспечить построение генератора импульсов характеристикой  $G(U_1, t_p)$ , обратной функции  $F(U_x)$ .

Рис. 9-1. Структурная схема устройства с нелинейной характеристикой

ного напряжения, обладающего обратной функцией  $F(U_x)$ .

Схема рис. 9-1 пригодна также для работы в многофункциональном режиме, при котором используются  $s$  генераторов  $\Gamma H H_k$ , вырабатывающих импульсные напряжения  $U_{2k} = G_k(U_{1k}, t_p)$ , сравниваемые на  $С С_k$  с соответствующими входными напряжениями

$U_{xk}$ . Очевидно, что на выходе каждой из вентиляльных групп  $\Gamma B_k$  в момент времени  $t_{pk}$  будет получен код  $z_k^{f\phi k} = G_{1k}(U_{1k}, U_{xk})$ .

Поэтому за время одного цикла преобразования  $T_{ц}$ , равного периоду импульсных напряжений  $U_{2k}$ , будет получено  $s$  различных кодов  $z_k$ , соответствующих напряжениям  $U_{xk}$ .

Если на входы всех  $С С_k$  подается одно и то же напряжение  $U_x$ , то в многофункциональном режиме вырабатываются различные функции  $z_k$  одного аргумента  $U_x$ .

Необходимо отметить, что динамическая ошибка рассматриваемых разомкнутых схем АЦВП оценивается выражением:

$$\varepsilon_d(z) \approx \left[ \frac{dF(U_x)}{dt} \right]_{\max} T_u = \left[ \frac{dF(U_x)}{dU_x} \right]_{\max} \left( \frac{dU_x}{dt} \right)_{\max} T_u, \quad (9-5)$$

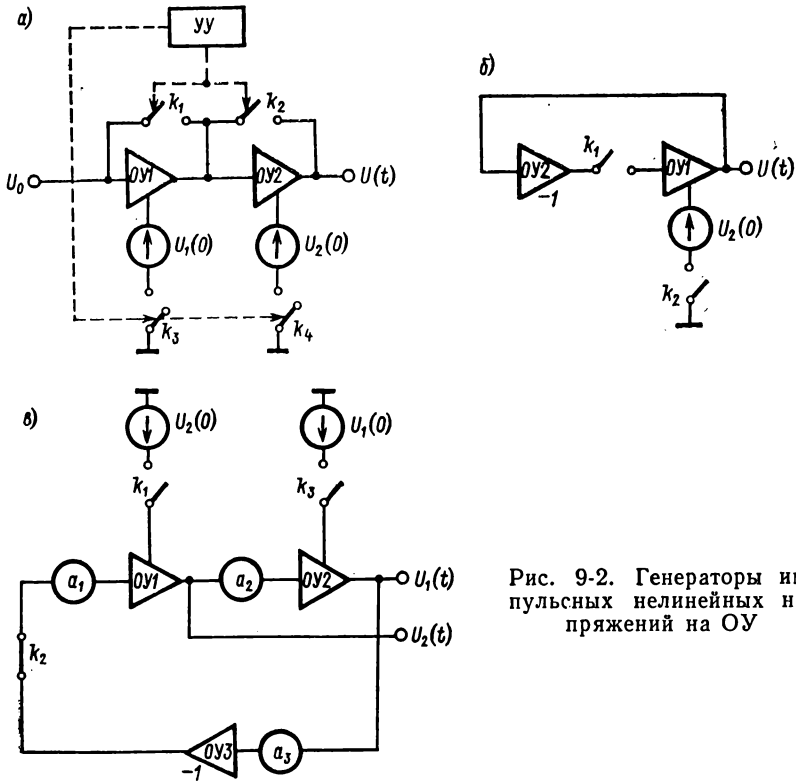


Рис. 9-2. Генераторы импульсных нелинейных напряжений на ОУ

на основании которого определяется допустимое максимальное время цикла преобразования.

В качестве ГНН могут быть использованы ранее рассмотренные пассивные и активные цифро-аналоговые аппроксиматоры (ЦАА, см. гл. 10), цифровым выходом которых является линейно возрастающий код  $z$ , формируемый счетчиком импульсов, возбуждаемым генератором импульсов стабильной частоты.

Выходное напряжение ЦАА  $U_2 = U_1 G(z)$ , поэтому фиксируемый на выходе  $ГВ_k$  код  $z_k$  будет связан с входным напряжением  $U_x$  зависимостью  $z_k = G_1(U_{xk}/U_1)$ , где  $G_1$  — функция, обратная  $G$ , относительно кода  $z$ .

Вторую обширную группу генераторов импульсных нелинейных напряжений образуют генераторы на типовых операционных усилителях, работающих в режиме периодизации решения.

Принципы построения подобных генераторов иллюстрируются примерами воспроизведения ряда элементарных функций. Так, схема рис. 9-2, а, представляющая собой последовательное соединение двух интегрирующих усилителей с электронными ключами, при  $U_0 = \text{const}$  имеет выходное напряжение  $U(t) = U_2(0) + U_1(0) a_2 t + U_0 a_1 t^2/2$ . Устройство управления УУ вырабатывает серию импульсов, осуществляющих установку начальных условий интегрирования  $U_1(0)$  и  $U_2(0)$  в начале периода (ключи  $k_2, k_4$ ) и запуск схемы в режиме интегрирования (ключи  $k_1, k_3$ ). Последовательное включение  $n$  интеграторов с соответствующими начальными условиями  $U_k(0)$  позволяет моделировать полином вида

$U(t) = \sum_{k=0}^n A_k t^k$ , который используется для приближенного воспроизведения заданной функции  $F(t)$ .

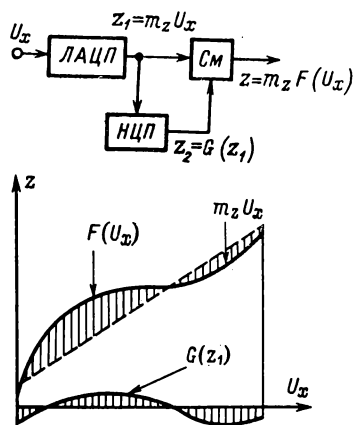


Рис. 9-3. Разомкнутый АЦВП комбинированного типа

При воспроизведении функции  $U(t) = U_2(0) e^{a_2 t}$  инвертирующий усилитель исключается из схемы. Схема 9-2, в вырабатывает два синусоидальных напряжения, так как при замыкании ключей  $k_1, k_3$  после установки начальных условий интегрирования  $U_1(0)$  и  $U_2(0)$  моделируется дифференциальное уравнение  $\frac{d^2 U_1(t)}{dt^2} + \omega^2 U_1(t) = 0$ , решение которого и его первая производная  $\frac{dU_1(t)}{dt} = U_2(t)$  имеют вид:

$$U_1(t) = U_1(0) \cos \omega t + \sqrt{\frac{a_1 a_2}{a_3}} U_2(0) \sin \omega t,$$

$$U_2(t) = -\sqrt{\frac{a_2}{a_1 a_3}} U_1(0) \sin \omega t + U_2(0) \cos \omega t.$$

При отсутствии в схеме инвертирующего усилителя моделируется уравнение

$$\frac{d^2 U_1(t)}{dt^2} - \omega^2 U_1(t) = 0, \quad (9-6)$$

решением которого  $U_1(t)$  и его первой производной  $U_2(t)$  являются гиперболические функции:

$$U_1(t) = U_1(0) \operatorname{ch} kt - \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} U_2(0) \operatorname{sh} kt, \quad (9-7)$$

$$U_2(t) = \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} U_1(0) \operatorname{sh} kt + U_2(0) \operatorname{ch} kt, \quad (9-8)$$

где  $k = \sqrt{a_1 a_2}$ .

Особую группу составляют АЦВП комбинированного так называемого разомкнуто-замкнутого типа, состоящие из линейного аналого-цифрового преобразователя напряжения в код (ЛАЦП), нелинейного цифрового преобразователя (НЦП) и сумматора  $S_m$  (рис. 9-3). Из рисунка следует, что требуемая характеристика  $z = m_2 F(U_x)$  формируется путем выделения пропорциональной части  $z_1 = m_2 U_x$ , которая воспроизводится ЛАЦП, непропорциональной части  $z_2 = G(z_1)$ , вырабатываемой НЦП, цифрового суммирования этих частей на  $S_m$ . В отличие от широко известных комбинаций схем линейного АЦП с матричным цифровым преобразователем, непосредственно воспроизводящим функцию  $\tilde{z} = F(\tilde{x})$ , схема рис. 9-3 в большинстве случаев приводит к более простому техническому решению за счет уменьшения объема запоминающего устройства для хранения констант, необходимых для аппроксимации функции  $G(z_1)$ , так как  $G_{\max}(x)/F_{\max}(x) < 1$ .

### 9-3. Аналого-цифровые вычислительные преобразователи компенсационного типа

АЦВП замкнутого типа представляют собою компенсационную схему (рис. 9-4), основой которой являются две ЦУП  $Y_1(z)$  и  $Y_2(z)$ , образующие нелинейный цифро-аналоговый делитель напряжения и усилитель  $\mathcal{U}$ , выходное напряжение  $U_{\text{впр}} = \Delta U m_{\mathcal{U}}$  которого поступает на блок БПК подбора цифрового кода  $z$ , обеспечивающий через устройство управления  $\mathcal{Y}\mathcal{U}$  коммутацию проводимостей  $Y_1(z)$  и  $Y_2(z)$ , соответствующую пренебрежимой малости напряжения рассогласования ( $\Delta U \approx 0$ ).

Так как при любом конечном входном сопротивлении усилителя  $\mathcal{U}$  для равновесного состояния схемы ( $\Delta U \approx 0$ ) имеет место равенство  $I_1 = I_2$ , то

$$\sum_{j=1}^s U_{1j} Y_{1j}(z) - \sum_{j=1}^m Y_{2j} U_{2j}(z) = 0, \quad (9-9)$$

где  $Y_{1j}$  и  $Y_{2j}$  — ЦУП, подключаемые к соответствующим внешним входным напряжениям  $U_{1j}$  и  $U_{2j}$ .

Таким образом, схема рис. 9-4 является схемой аналого-цифрового вычислительного устройства для решения неявного уравнения (9-9)

$$z - F(U_{1j}, U_{2i}, j, i) = 0. \quad (9-10)$$

В зависимости от структуры ЦУП  $Y_1(z)$  и  $Y_2(z)$ , места их включения и алгоритма функционирования устройства управления рассмотренная компенсационная схема может быть использована для воспроизведения весьма широкого класса функций вида (9-10).

Наиболее распространенными режимами работы схемы рис. 9-4 являются режим умножения и деления сумм постоянных и переменных напряжений, режим моделирования сложных интегрирующих и дифференцирующих зависимостей и режим функциональных преобразований.

Следует отметить, что вместе с аналоговыми сигналами вида электрических напряжений  $U_{1j}$  и  $U_{2j}$  в схеме рис. 9-4 могут быть использованы аналоговые

сигналы другого вида: переменные длительности  $\tau(t)$  прямоугольных импульсных напряжений, переменные частоты  $f(t)$  импульсных напряжений, углы поворотов  $d(t)$  механических деталей, а также цифровые сигналы вида двоичных или «единичных» кодов.

При этом вычислительные возможности компенсационной схемы как вычислительного устройства существенно возрастают и она превращается в многофункциональное аналого-цифровое устройство, способное осуществлять обработку смешанной по форме и способам задания входной информации.

Рис. 9-4. АЦВП компенсационного типа

Ниже рассматриваются наиболее распространенные на практике режимы использования аналого-цифровых компенсационных схем.

**Режим выполнения алгебраических операций** имеет место, если в схеме рис. 9-5 отсутствует устройство управления коммутацией линейных ЦУП  $Y_1(x_{1j})$ ,  $Y_2(x_{2k})$ , а выходной код  $z$  поступает лишь на проводимость  $Y_2$  цепи обратной связи.

Так как

$$\Delta U = \frac{\sum_{i=1}^n U_{1i} Y_1(\tau_{1i}) + \sum_{j=1}^s U_{1j} Y_1(x_{1j}) + \sum_{k=1}^m U_{2k} Y_2(x_{2k})}{Y_{\Sigma}} + \frac{\sum_{i=1}^p U_{2i} Y_2(\tau_{2i}) + U_{20} Y_2}{Y_{\Sigma}} \approx 0, \quad (9-11)$$



а  $Y_2 = m_2 z$ , то

$$z = \frac{1}{U_2} \left[ \sum_{l=1}^n U_{1l} Y_1(\tau_{1l}) + \sum_{j=1}^s U_{2j} Y_1(x_{1j}) + \sum_{k=1}^m U_{2k} Y_2(x_{2k}) + \sum_{i=1}^p U_{2i} Y_2(\tau_{2i}) \right]. \quad (9-12)$$

Очевидно, что применение входного дифференциального каскада усилителя  $Y$  позволяет моделировать при помощи схемы рис. 9-5 алгебраическую сумму произведений напряжений  $U_{1l}$ ,  $U_{1j}$ ,  $U_{2k}$ ,  $U_{2i}$  и кодов  $z_{1k}$ ,  $z_{2j}$  или временных интервалов  $\tau_{1l}$ ,  $\tau_{2i}$ .

Режим выполнения интегро-дифференцирующих зависимостей имеет место, если во входной цепи преобразователя действует только одно напряжение постоянного тока  $U_x(t)$ , поступающее на пассивный  $RC$ -четырёхполюсник

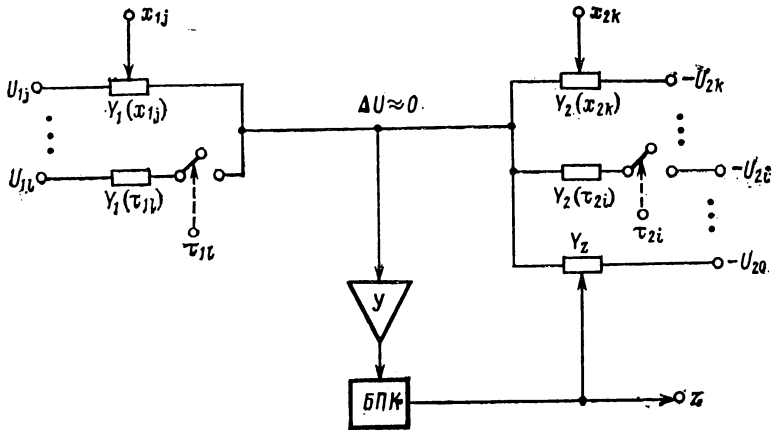


Рис. 9-5. Схема для выполнения операции сложения

люсник с передаточной функцией  $H_1(p)$ , в цепь обратной связи последовательно с цифро-аналоговым ЛДН типа  $R-2R$  включен  $RC$ -четырёхполюсник с передаточной функцией  $H_2(p)$ , а в цепь подбора цифрового кода включен цифровой фильтр с характеристикой вида  $W(p)$  (рис. 9-6).

Если проводимости  $Y_1$  и  $Y_2$  учитываются в соответствующих передаточных функциях  $H_1(p)$  и  $H_2(p)$ , а  $\Delta U \approx 0$ , то равновесное состояние схемы рис. 9-6 описывается выражением:

$$U_x(p) H_1(p) Y_1(p) = \frac{U_0}{z_{\max}} z W(p) H_2(p) Y_2(p),$$

откуда

$$z = z_{\max} \frac{Y_1(p)}{Y_2(p)} \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \frac{U_x}{W(p) U_0}. \quad (9-13)$$

Необходимо отметить условия работоспособности схемы рис. 9-6, а следовательно, и условия применимости формулы (9-13) для практических целей.

Прежде всего, блок подбора цифрового кода  $z$  должен работать по следящему алгоритму, при котором наличие напряжения рассогласования  $\Delta U$ ,

большого порога чувствительности усилителя  $У$ , приводит к поступлению на вход реверсивного счетчика блока БПК счетных импульсов, так что содержание счетчика равномерно возрастает или убывает в зависимости от знака  $\Delta U$ . При этом происходит изменение выходного напряжения ЛДН со ступенчатостью, пропорциональной единице младшего разряда кода  $z$ .

При достаточно большой частоте счетных импульсов ( $f_{СИ} \geq 1 \text{ МГц}$ ) и числе уровней квантования выходного напряжения ( $z_{\max} > 1000$ ) функционирование схемы рис. 9-6 аналогично функционированию непрерывной следящей системы с потенциометрическим элементом в цепи обратной связи, причем цифровой фильтр  $W(p)$  интерпретируется непрерывным фильтром с передаточной функцией  $W'(p)$ . Только в этом случае справедлива зависимость (9-13) и иные ее модификации.

Использование цифрового фильтра  $W(p)$  в цепи подбора кода позволяет расширить возможность аналого-цифровых вычислительных устройств, например позволяет ввести логические операции над кодами, получать одновременно ряд кодов, связанных с входным напряжением различными зависимостями, и т. д.

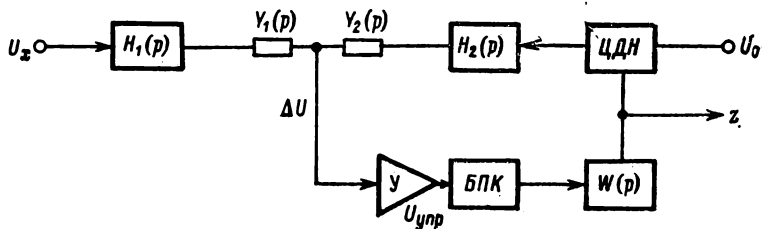


Рис. 9-6. Структурная схема устройства для реализации интегро-дифференцирующих зависимостей

Вычислительные возможности рассмотренной схемы весьма разнообразны. Так, например, даже при отсутствии цифровых фильтров с  $W(p) = 1$  можно осуществлять операции интегрирования при  $H_1(p) Y_1(p) = a/(1 + pT)$  и  $H_2(p) Y_2(p) = bp/(1 + pT)$ , дифференцирования при  $H_1(p) Y_1(p) = bp/(1 + pT)$  и  $H_2(p) Y_2(p) = a/(1 + pT)$  и т. д.

Объединение следящего аналого-цифрового линейного преобразователя напряжения в код с активным астатическим  $RC$ -фильтром позволяет получить структурно-надежное инвариантное дифференцирующе-сглаживающее аналого-цифровое вычислительное устройство с характеристикой вида

$$D(p) = m_2 p \frac{1 + \sum_{k=1}^s a_k p^k}{s+2} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^s a_k p^k}. \quad (9-14)$$

Схема такого вычислителя изображена на рис. 9-7. Активный астатический  $RC$ -фильтр (ААФ), выполненный на основе типового операционного усилителя, имеет характеристику вида

$$U_{\Phi}(p) = U_x(p) \frac{1 + \sum_{k=1}^n a_k'' p^k}{n+1} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^n a_k'' p^k}, \quad (9-15)$$

где  $a_k''$  — коэффициенты, определяемые параметрами  $C_k''$  и  $R_k''$ .

Равновесное состояние слеящего аналого-цифрового преобразователя с RC-фильтром в цепи обратной связи (АЦП) с емкостью  $C_d$  на входе описывается системой

$$\left. \begin{aligned} i(p) + i_1(p) + i_2(p) &= 0, \\ i(p) &= U_\phi(p) p C_d, \\ i_1(p) &= \frac{U_x(p)}{R_d}, \\ i_2(p) &= U_x(p) H_{21}(p) p C_{n+1} = U_x(p) \frac{b p^n}{1 + \sum_{k=1}^n a_k p^k} p^{n+1}, \\ z(p) &= z_{\max} \frac{U_x(p)}{U_0} = m_z U_x(p). \end{aligned} \right\} (9-16)$$

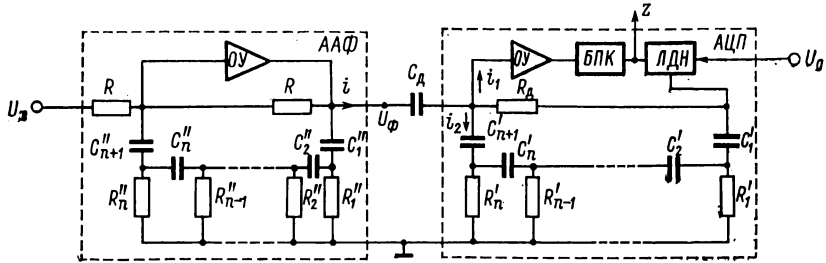


Рис. 9-7. Схема, использующая слеящий преобразователь с активным астатическим RC-фильтром

Решая систему (9-16) относительно  $z(p)$ , получаем

$$z(p) = m_z p \frac{1 + \sum_{k=1}^n a'_k p^k}{n+1} U_\phi(p) \frac{1 + \sum_{k=1}^n a'_k p^k}{1 + \sum_{k=1}^n a'_k p^k}. \quad (9-17)$$

Подставляя в (9-17) вместо  $U_\phi(p)$  правую часть (9-15), имеем окончательно

$$z(p) = m_z p \frac{1 + \sum_{k=1}^s a'_k p^k}{s+2}, \quad s = 2n. \quad (9-18)$$

Так как соответствующие коэффициенты  $a'_k$  числителя и знаменателя (9-18) равны между собой при любых изменениях параметров  $C_k, R_k, C'_k$  и  $R''_k$ , то схема обеспечивает структурно-надежную дифференцирующе-сглаживающую характеристику, не вносящую методических погрешностей вплоть до производных порядка  $s$  входного сигнала  $U_x(t)$ .

Так как следящий интегро-дифференцирующий аналого-цифровой вычислитель практически является дискретной системой регулирования, замыкаемой в отдельные моменты времени, то имеется принципиальная возможность выполнения операций над сигналами  $U_x(t)$  различной формы, например над амплитудно-модулированными напряжениями при синусоидальной или прямоугольной форме несущей.

Для обеспечения работоспособности схемы в этих случаях необходимо осуществить процесс уравнивания амплитудных сигналов напряжением постоянного тока  $U_0$  при синхронизации моментов замыкания цепи обратной связи входным напряжением. При этом аналоговые RC-фильтры включаются только в линию уравнивающего напряжения, а цифровые фильтры, как обычно, — в цепь подбора кода.

Рассмотренные следящие АЦВУ позволяют совмещать операцию преобразования напряжения с операцией сглаживания, производить автоматическое измерение интегральных и дифференциальных характеристик сигналов, моделировать замкнутые дискретные системы.

Специфика функционирования следящей аналого-цифровой схемы с фильтрами как замкнутой динамической системы с квантованием по уровню и времени, нелинейностью блока сравнения напряжений, импульсным характером слежения и ограниченным объемом реверсивного счетчика существенно затрудняет расчет устройства.

Эти трудности могут быть устранены путем введения различных допущений: линейности характеристики реверсивного счетчика в пределах возможного диапазона изменения  $x$ , учета квантования по уровню и времени за счет перехода в расчетной схеме к комбинации импульсного элемента с идеальным интегратором. Перечисленные допущения позволяют при расчете динамики рассматривать схему следящего аналого-цифрового преобразователя как классическую нелинейную импульсную систему.

Как было отмечено ранее, при выборе определенных соотношений между шагом квантования по уровню и уровнем собственных шумов преобразователя, с одной стороны, а также периодом квантования по времени и спектром входного сигнала  $U_x(t)$  — с другой стороны, следящая система может рассматриваться как непрерывная. Последним условием является ограниченность амплитуды периодических режимов системы. Это условие аналогично условию поддержания установившегося режима с заданной точностью.

Поэтому анализ динамики аналого-цифрового следящего вычислителя с фильтрами в конечном счете сводится к обеспечению отсутствия автоколебаний с амплитудой, превышающей шаг квантования.

Можно показать, пользуясь известными методами анализа периодических режимов в подобных системах, что введение в характеристику усилителя ошибки рассогласования зоны нечувствительности, равной шагу квантования, исключает автоколебания для различных передаточных функций  $H_2(p)$ .

Функциональные возможности рассмотренной схемы существенно возрастают при введении в линию подбора кода логических элементов, элементов цифровой памяти и т. д.

Режим функционального преобразования вида  $z = m_2 F(U_x)$  реализуется компенсационной схемой рис. 9-8, если ее характеристика  $z = m_2 F(U_x)$  является кусочно-линейной (5-1), кусочно-квадратичной (6-16) или дробно-рациональной (6-54) функцией, а блок подбора кода БПК работает по следящему алгоритму.

В первом случае для образования кусочно-линейной характеристики используется схема, содержащая ЛДН в цепи обратной связи, цифровую ступенчато-управляемую проводимость  $Y_1(j)$  во входной цепи и цифровую ступенчато-управляемую проводимость  $Y_2(j)$ , подключаемую в зависимости от вида функции  $F(U_x)$  либо

к источнику  $+U_0$ , либо к источнику  $-U_0$ . Если заданная для моделирования функция  $F(U_x)$  имеет большие «перепады» производных  $F'_{\max}(U_x)/F'_{\min}(U_x) \geq 1$ , то переключатель  $\Pi$  переводится в положение  $a$  и схемой рис. 9-8 моделируется зависимость

$$U_x Y_1(j) = U_0 [m_z \theta_z + Y_2(j)],$$

откуда

$$U_x = U_0 \frac{Y_2(j)}{Y_1(j)} + \frac{U_0 m_z}{Y_1(j)} \theta_z = a_j + b_j \theta_z. \quad (9-19)$$

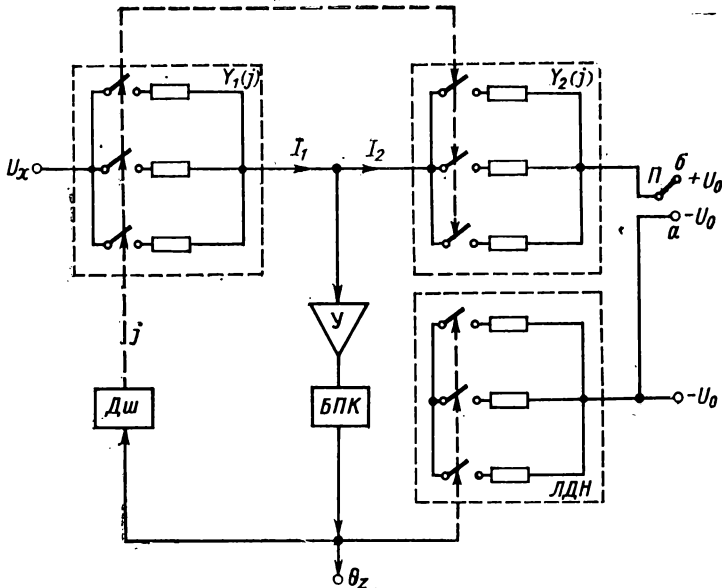


Рис. 9-8. Структурная схема кусочно-линейного АЦП

Уравнение (9-19) соответствует КЛА функции  $F_1(\theta_z)$ , обратной функции  $F(U_x)$ .

Если обратная функция  $F_1(\theta_z)$  имеет большие перепады производных  $F'_{1\max}(\theta_z)/F'_{1\min}(\theta_z) \geq 1$ , то переключатель  $\Pi$  устанавливается в положение  $b$  и моделируемая зависимость имеет вид

$$U_x Y_1(j) + U_0 Y_2(j) = U_0 k_2 \theta_z$$

или

$$a_j + b_j U_x = \theta_z. \quad (9-20)$$

Уравнение (9-20) соответствует КЛА функции  $F(U_x)$ , имеющей меньшие «перепады» производных, чем функция  $F_1(\theta_z)$ . Выбор значений  $Y_1(j)$  и  $Y_2(j)$ , обеспечивающих требуемые постоянные

коэффициенты  $a_j$ ,  $b_j$ , осуществляется при помощи дешифратора *Дш*. Блок подбора кода (*БПК*) может функционировать по любому из известных алгоритмов уравновешивания, применяемых в линейных АЦП.

При использовании ККА функции  $F(U_x)$  или обратной ей функции  $F_1(U_x)$  схема АЦВП приобретает вид, изображенный на рис. 9-9.

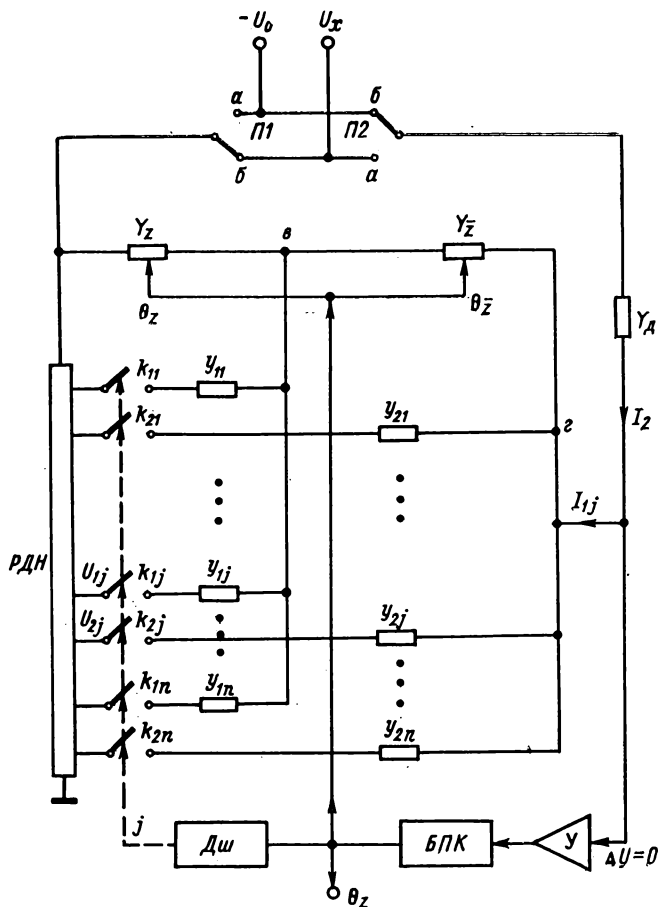


Рис. 9-9. Структурная схема кусочно-квадратичного АЦП

Схема содержит линейную ЦУП  $Y_z = Y_{\max}(\theta_z)$ , последовательно соединенную с линейной ЦУП  $Y_z = Y_{\max}(1 - \theta_z)$ , к точке соединения  $\text{!}b$  которых подключаются в зависимости от номера участка  $j$  ККА добавочные постоянные проводимости  $y_{1j}$ , вторые зажимы которых питаются напряжениями  $U_{1j}$ , снимаемыми с резисторного делителя напряжения *РДН*. В зависимости от вида функции  $F(U_x)$  на вход этого делителя при помощи ручных пере-

ключателей  $П1$  и  $П2$  может быть подано либо входное напряжение  $U_x$ , либо опорное (компенсирующее) напряжение —  $U_0$ . Указанные напряжения подаются аналогичным образом на входы линейных цифровых проводимостей  $Y_z$  и  $Y_{\bar{z}}$ . К выходному зажиму  $z$  этой группы подключаются дополнительные постоянные проводимости  $y_{2j}$ , вторые зажимы которых питаются напряжениями  $U_{2j}$  от  $РДН$ . Электронные ключи  $k_{1j}$ ,  $k_{2j}$  обеспечивают соответствующую коммутацию дополнительных проводимостей  $y_{1j}$ ,  $y_{2j}$  и постоянных напряжений  $U_{1j}$ ,  $U_{2j}$  в зависимости от номера  $j$ , вырабатываемого дешифратором  $Дш$ . Как было отмечено ранее (см. главу 6), суммирующая цепочка, составленная из управляемых проводимостей  $Y_z$ ,  $Y_{\bar{z}}$  и постоянных проводимостей  $y_{1j}$ ,  $y_{2j}$ , питаемых напряжениями  $U_{1j}$ ,  $U_{2j}$ , создает ток  $I_{1j}$ , изменяющийся по квадратичному полиному в зависимости от цифрового аргумента  $\theta_z = z/z_{\max}$ , т. е.  $I_{1j} = A_{0j} + A_{1j}\theta_z + A_{2j}\theta_z^2$ .

Этот ток сравнивается с током  $I_2$ , и блок подбора кода  $БПК$  функционирует таким образом, чтобы выходной код  $\theta_z$  обеспечил равновесное состояние схемы, при котором  $I_{1j} \approx I_2$ . Может быть два варианта работы схемы. В первом варианте  $П1$  и  $П2$  установлены в положение  $a$ :

$$I_{1j} = -U_0(a_{0j} + a_{1j}\theta_z + a_{2j}\theta_z^2), \quad I_2 = U_x Y_d.$$

Поэтому

$$U_x = m_U (a_{0j} + a_{1j}\theta_z + a_{2j}\theta_z^2). \quad (9-21)$$

Из (9-21) следует, что воспроизведение заданной функции  $\theta_z = F(U_x)$  в первом режиме осуществляется путем ККА обратной ей функции  $F_1(\theta_z)$ .

Второй вариант соответствует установке  $П1$  и  $П2$  в положение  $b$ . При этом очевидно, что

$$I_{1j} = U_x (b_{0j} + b_{1j}\theta_z + b_{2j}\theta_z^2), \quad I_2 = -U_0 Y_d,$$

что обеспечивает равновесное состояние при условии

$$U_x = \frac{k_U}{b_{0j} + b_{1j}\theta_z + b_{2j}\theta_z^2}. \quad (9-22)$$

В этом случае схема обеспечивает моделирование функции  $F(U_x)$  путем ККА функции  $F(\theta_z) = 1/F_1(\theta_z)$ , где  $F_1(\theta_z)$  — функция, обратная заданной. Очевидно, что в зависимости от вида функции  $F(U_x)$  необходимо произвести расчет параметров ККА по двум вариантам и выбрать режим, соответствующий минимуму участков.

Дробно-рациональное приближение также может быть использовано в компенсационных схемах аналого-цифровых функциональных преобразователей. Наиболее просты схемы, в которых обеспечивается взаимная зависимость коэффициентов  $a_{kj}$  и  $b_{kj}$  рациональной дроби

$$W(\theta_z) = \frac{a_{0j} + a_{1j}\theta_z + a_{2j}\theta_z^2}{b_{0j} + b_{1j}\theta_z + b_{2j}\theta_z^2}. \quad (9-23)$$

Одна из таких возможных схем, приведенная на рис. 9-10, содержит во входной цепи и цепи обратной связи квадратичные ЦУП  $Y_1(\theta_z)$  и  $Y_2(\theta_z)$ , представляющие собою последовательное соединение двух параллельных групп из постоянных ( $d_1, d_2, c_1, c_2$ ) и линейной ( $\theta_z, \theta_{\bar{z}} = 1 - \theta_z$ ) проводимостей.

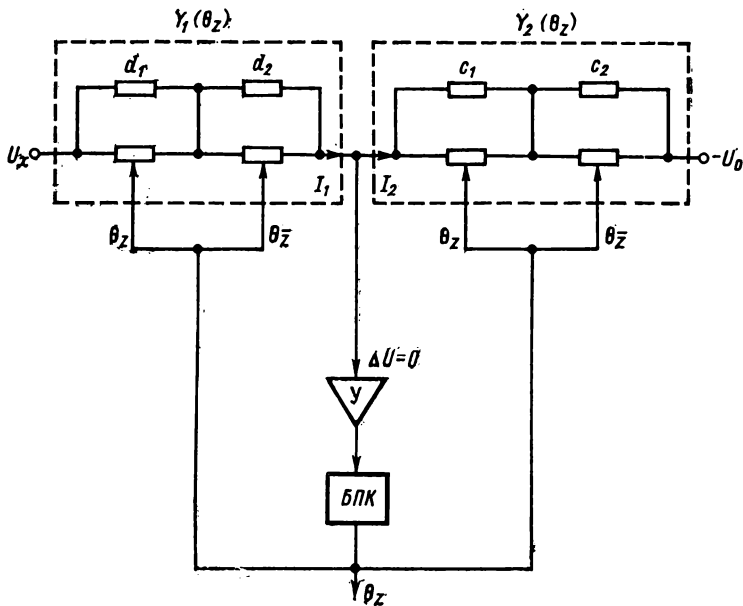


Рис. 9-10. Структурная схема дробно-рационального АЦП

Поэтому

$$Y_1(\theta_z) = \frac{(d_1 + \theta_z)(d_2 + \theta_{\bar{z}})}{d_1 + d_2 + \theta_z - \theta_{\bar{z}}} = \frac{d_1(d_2 - 1) + \theta_z(d_2 - d_1 + 1) - \theta_z^2}{d_1 + d_2} \quad (9-24)$$

$$Y_2(\theta_z) = \frac{c_1(c_1 - 1) + \theta_z(c_2 - c_1 + 1) - \theta_z^2}{c_1 + c_2}. \quad (9-25)$$

Так как при равновесном состоянии схемы  $I_1 = I_2$ , то

$$\begin{aligned} \frac{U_x}{U_0} &= \frac{c_1 + c_2}{d_1 + d_2} \frac{d_1(d_2 - 1) + \theta_z(d_2 - d_1 + 1) - \theta_z^2}{c_1(c_1 - 1) + \theta_z(c_2 - c_1 + 1) - \theta_z^2} = \\ &= K \frac{a_0 + a_1\theta_z + a_2\theta_z^2}{b_0 + b_1\theta_z + b_2\theta_z^2}. \end{aligned} \quad (9-26)$$

Машинное уравнение (9-26) может быть использовано для дробно-рационального приближения функций  $F_1(U_x)$ , обратных



заданным функциям  $F(U_x)$ . Так, например, для воспроизведения функции  $z = m_z \operatorname{arctg}(U_x/U_0)$  схема рис. 9-10 должна содержать во входной цепи последовательное соединение линейной проводимости  $Y_z = Y_{\max}(1 - \theta_z)$  и постоянной проводимости  $Y_1 = 1,84 Y_{\max}$ , а в цепи обратной связи — аналогичное соединение из проводимостей  $Y_2 = Y_{\max} \theta_z$  и  $Y_2 = 1,84 Y_{\max}$ . Тогда при равновесном состоянии ( $I = 0$ ) машинное уравнение примет вид

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{(2,84 - \theta_z) \theta_z}{(1,84 - \theta_z)(1 - \theta_z)} = F_1(\theta_z). \quad (9-27)$$

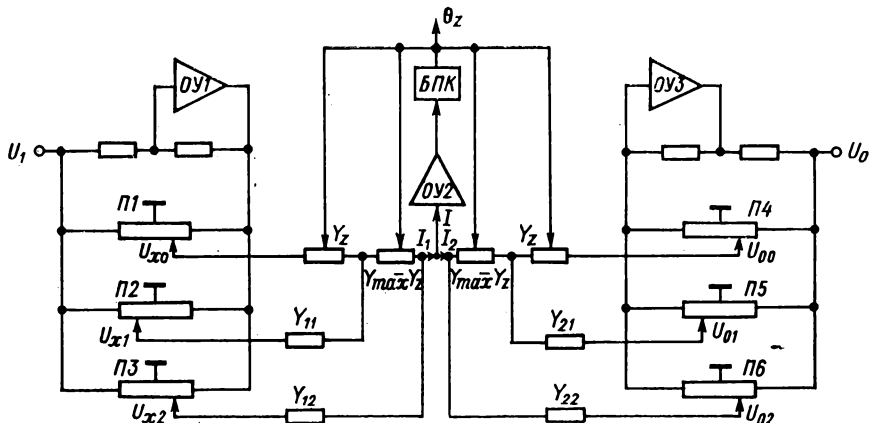


Рис. 9-11. Структурная схема дробно-рационального ЛЦП с тремя усилителями

Известно [46], что функция (9-27) обеспечивает хорошее приближение к функции  $\operatorname{tg}(\theta_z \pi/2)$ , поэтому  $\theta_z = [2 \operatorname{arctg}(U_x/U_0)]/\pi$ .

Несмотря на то, что при помощи рассмотренной схемы рис. 9-10 воспроизводится ряд практически важных элементарных зависимостей  $z = F(U_x)$ , ее возможности ограничены взаимной связью коэффициентов  $a_{kj}$ ,  $b_{kj}$  и постоянными их знаками. Поэтому более совершенной является схема рис. 9-11, которая содержит три усилителя ( $OY1$ ,  $OY2$ ,  $OY3$ ), два из которых ( $Y1$ ,  $Y2$ ) совместно с потенциометрами  $П1—П6$  обеспечивают возможность установки независимых коэффициентов  $a_{kj}$ ,  $b_{kj}$  различных знаков, а третий усилитель  $OY3$  усиливает разбаланс схемы и управляет блоком подбора кода  $\theta_z$  БПК в направлении сведения разности  $I = I_1 - I_2$  к величине, близкой к нулю. Так как

$$I_1 = U_{x0} \frac{Y_z}{Y_{11} + Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_2) + U_{x1} \frac{Y_{11}}{Y_{11} - Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_2) + U_{x2} Y_{12} = U_x Y_{\max} (a_0 + a_1 \theta_z + a_2 \theta_z^2), \quad (9-28)$$

$$I_2 = U_{00} \frac{Y_z}{Y_{21} + Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_z) + U_{01} \frac{Y_{21}}{Y_{21} + Y_{\max}} (Y_{\max} - Y_z) + U_{02} Y_{22} = U_0 Y_{\max} (b_0 + b_1 \theta_z + b_2 \theta_z^2), \quad (9-29)$$

то при балансе схемы

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{a_0 + a_1 \theta_z + a_2 \theta_z^2}{b_0 + b_1 \theta_z + b_2 \theta_z^2}, \quad (9-30)$$

где

$$a_0 = c_{12} d_{12} + \frac{c_{11} d_{11}}{1 + d_{11}}, \quad a_1 = \frac{c_{10} - c_{11} d_{11}}{1 + d_{11}}, \quad a_2 = -\frac{c_{10}}{1 + d_{11}},$$

$$b_0 = c_{22} d_{22} + \frac{c_{21} d_{21}}{1 + d_{21}}, \quad b_1 = \frac{c_{20} - c_{21} d_{21}}{1 + d_{21}}, \quad b_2 = \frac{c_{20}}{1 + d_{21}},$$

$$c_{10} = \frac{U_{x0}}{U_x}, \quad c_{11} = \frac{U_{x1}}{U_x}, \quad c_{12} = \frac{U_{x2}}{U_x},$$

$$c_{20} = \frac{U_{00}}{U_0}, \quad c_{21} = \frac{U_{01}}{U_0}, \quad c_{22} = \frac{U_{02}}{U_0},$$

$$d_{11} = \frac{Y_{11}}{Y_{\max}}, \quad d_{12} = \frac{Y_{12}}{Y_{\max}}, \quad d_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{\max}}, \quad d_{22} = \frac{Y_{22}}{Y_{\max}}.$$

Очевидно, что требуемые знаки и величины коэффициентов  $a_j$ ,  $b_j$  обеспечиваются за счет относительных напряжений  $c$  и относительных проводимостей  $d$ .

Используя рассмотренные в главе 7 аппроксимации элементарных функций рациональными дробями, можно построить ряд практически важных схем аналого-цифровых функциональных преобразователей: синусных, арксинусных, секансных, арксекансных, тангенсных, котангенсных и т. п. Совместное использование в компенсационных схемах аналого-цифровых функциональных преобразователей время-импульсных и цифровых управляемых проводимостей позволяет реализовать функциональное кодирование временных интервалов.

Примером является схема комбинированного устройства, изображенная на рис. 9-12. Она содержит линейные время-импульсные управляемые проводимости  $Y_x$ ,  $Y_w$  и квадратичную время-импульсную ЦУП, объединенные в параллельную суммирующую цепь. Ключи  $k_1$  и  $k_2$  управляются от входного время-импульсного аргумента  $\tau_w$ , ключ  $k_3$  — от время-импульсного аргумента  $\tau_x$ , цифровые проводимости  $Y_0 \theta_z$  и  $Y_0 (1 - \theta_z)$  — от выходного кода  $\theta_z = z/(2^n - 1)$ , где  $n$  — число двоичных разрядов.

Средние значения токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  за период  $T$  прямоугольных импульсных входных напряжений  $\tau_x$  и  $\tau_w$  будут равны соответственно:

$$I_1 = 0,5 Y_0 U_0 \frac{\tau_x}{T}, \quad I_2 = 0,5 Y_0 U_0 \frac{\tau_w}{T} (1 - \theta_z^2),$$

$$I_3 = -0,5 Y_0 U_0 \frac{\tau_w}{T},$$

а их сумма  $I = I_1 + I_2 + I_3$  при равновесном состоянии схемы будет близка к нулю:

$$I = 0,5Y_0U_0 \left[ \frac{\tau_x}{T} - \theta_z^2 \frac{\tau_w}{T} \right] \approx 0. \quad (9-31)$$

Следовательно, выходной код  $\theta_z$ , вырабатываемый блоком подбора кода БПК, при  $I \approx 0$  является корнем неявной функции (9-31):

$$\theta_z = \sqrt{\tau_x/\tau_w}. \quad (9-32)$$

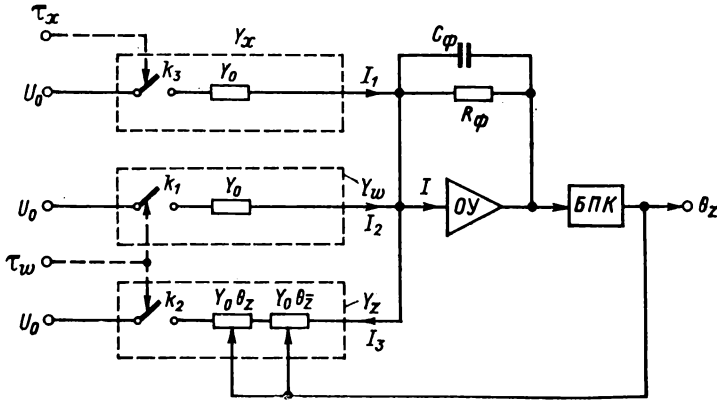


Рис. 9-12. Структурная схема дробно-рационального АЦП для кодирования временных интервалов

Другая возможная схема комбинированного аналого-цифрового функционального преобразователя с время-импульсными входными сигналами  $\tau_{x1}, \tau_{x2}, \dots, \tau_{xm}$  выполняет вычисление модуля  $m$ -мерного вектора

$$\theta_z = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\tau_{xi}/T)^2}. \quad (9-33)$$

Такая схема содержит  $m$  квадратичных время-импульсных управляемых проводимостей  $Y_i = 0,5 Y_0 [1 - (\tau_{xi}/T)^2]$  и одну квадратичную ЦУП  $Y_z = 0,5 Y_0 (1 - \theta_z^2)$ , включенных в параллельную суммирующую цепь. Средние за период  $T$  значения токов  $I_i$ , пропорциональные соответствующим проводимостям  $Y_i$ , образуют сумму вида  $I = U_0 \sum_{i=1}^m Y_i = 0,5Y_0U_0 \sum_{i=1}^m [1 - (\tau_{xi}/T)^2] = m0,5Y_0U_0 - 0,5 Y_0U_0 \sum_{i=1}^m (\tau_{xi}/T)^2$ , которая уравновешивается

ТОКОМ

$$I_z = -[Y_z U_0 + 0,5Y_0U_0 - 0,5Y_0U_0\theta_z^2].$$

Поэтому, обеспечив  $Y_d = 0,5(m-1)Y_0$ , при  $I \approx 0$  получают требуемую зависимость для кода  $\theta_z$ :

$$\theta_z = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\tau_{x1}/T)^2}. \quad (9-34)$$

Заметим, что зависимости (3-32) и (3-34) воспроизводятся без методических ошибок.

Компенсационные схемы АЦВУ, работающие в режиме с многократным использованием решающих блоков, так называемые программные АЦВУ, представляют широкие возможности для выполнения операций над огибающими импульсных напряжений синусоидальной или прямоугольной формы.

Подобные схемы АЦВУ, кроме линейных аналого-цифровых и цифро-аналоговых блоков, должны содержать программное устройство управления, аналоговые, цифро-аналоговые или цифровые запоминающие устройства, переключатели режимов и электронные ключи для обеспечения необходимого алгоритма функционирования вычислительного устройства.

Ниже рассматриваются два примера программных АЦВУ. Первый из них представлен схемой АЦВУ (рис. 9-13), предназначенной для выполнения умножения мгновенных значений напряжений переменного тока

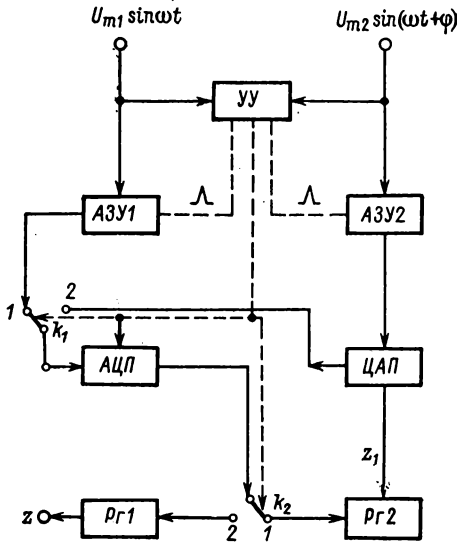


Рис. 9-13. Структурная схема программного АЦВУ

$$U_1(t) = U_{m1} \sin \omega t_1 \text{ и } U_2(t) = U_{m2} \sin (\omega t_2 + \varphi);$$

$$z = U_1(t) U_2(t) = U_{m1} U_{m2} (\sin \omega t_1 \sin \omega t_2 \cos \varphi + \sin \omega t_1 \cos \omega t_2 \sin \varphi),$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — соответственно моменты фиксации на аналоговых запоминающих устройствах (АЗУ) мгновенных значений напряжений  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$ .

Очевидно, что различный выбор  $t_1$  и  $t_2$  позволяет обеспечить выработку различных произведений.

Так при  $t_1 = t_2 = \frac{T}{4}(4k + 1)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , получают произведение вида  $z = U_{m1} U_{m2} \cos \varphi$ , которое может быть использовано для построения цифровых ваттметров активной мощности, а при  $t_1 = \frac{T}{4}(4k + 1)$

и  $t_2 = \frac{T}{2}(2k + 1)$  — произведение вида  $z = U_{m1} U_{m2} \sin \varphi$ , пропорциональное реактивной мощности синусоидального тока.

Принцип действия схемы рис. 9-13 заключается в следующем. Устройство управления УУ под воздействием входных напряжений  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$

вырабатывает последовательность управляющих импульсов для указанных режимов работы. При реализации произведения вида  $U_{m1}U_{m2} \cos \varphi$  устройство управления выдает импульсы в момент времени  $t_1 = t_2 = \frac{T}{4}(4k+1)$

на АЗУ 1 и АЗУ 2 и последние фиксируют значения напряжений  $U_{m1}$  и  $U_{m2} \cos \varphi$  соответственно. Прямоугольный импульс  $t_{ц}$ , длительность которого равна времени одного цикла работы АЦП, замыкает в течение первого цикла ключи  $k_1$  и  $k_2$  в положении 1. При этом на вход АЦП поступает напряжение  $U_{m1}$ , которое и преобразуется в код  $z_1 \sim U_{m1}$ , фиксируемый на регистре  $Pz1$ . Во втором цикле работы АЦП ключи  $k_1$  и  $k_2$  устанавливаются в положение 2, при котором на вход АЦП поступает напряжение  $U_{цАП} = z_1 U_{m2} \cos \varphi$ , а с выхода  $Pz1$  на выход устройства поступает код  $z \sim U_{цАП} \sim U_{m1} U_{m2} \cos \varphi$ . Полный цикл работы программного АЦВУ повторяется каждый период  $T$  напряжения  $U_1(t)$ .

Реализация произведения вида  $U_{m1} U_{m2} \sin \varphi$  происходит аналогичным образом, с той лишь разницей, что запись на АЗУ 1 и АЗУ 2 происходит в разные моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ .

Подобные устройства могут быть использованы для выполнения делительных операций, образования степенных функций, построения многорежимных комбинированных вычислительных устройств и т. д.

На рис. 9-14 изображена схема АЦВУ, пригодная для воспроизведения степенной функции отношения двух напряжений  $z = A (U_1/U_2)^n$ , содержащая два линейных ЦАП, усилитель  $У$  напряжения рассогласования  $\Delta U$ , блок подбора кода БПК, два регистра  $Pz1$ ,  $Pz2$ , устройство управления УУ и два электронных ключа  $k_{1n}$ ,  $k_2$ .

В первом такте работы схемы ключи  $k_{1n}$  и  $k_2$  разомкнуты, поэтому схема осуществляет выработку кода  $z_1 = z_{\max} U_1/U_2$ , т. е. выполняет операцию деления напряжений. После окончания первого такта УУ выдает кратковременный импульс, который замыкает ключи  $k_{1n}$  на время, необходимое для переписи кода  $z_1$  в регистр  $Pz2$ . Одновременно с этим размыкается ключ  $k_2$  на все остальное время работы устройства.

Во втором такте ключи  $k_2$  и  $k_{1n}$  разомкнуты, поэтому схема вырабатывает код  $z_2 = z_{\max} U_1/U_2 = z_{\max} (U_1/U_2)^2$ . После окончания второго такта ключи  $k_{1n}$  замыкаются кратковременным импульсом для записи кода  $z_2$  на регистр  $Pz2$ , а во время третьего такта схема вырабатывает код  $z_3 = z_{\max} (U_1/U_2)^3$ .

Таким образом, за  $n$  тактов вырабатывается цифровой эквивалент  $n$ -й степени отношения  $U_1/U_2$ . Если на выходе ЦАП1 (или ЦАП2) в каждом из тактов предусмотреть подключение соответствующей постоянной нагрузки, то цифровые эквиваленты будут вырабатываться с соответствующими коэффициентами  $z_k = A_k (U_1/U_2)^k$ . Добавляя в схему рис. 9-14 сумматор и считая  $U_2 = \text{const}$ , можно в конце  $n$ -го такта формировать степенной ряд вида

$$z = \sum_{k=1}^n A_k U_1^k$$
, пригодный для аппроксимации функций  $F(U_1)$ . Очевидно, что при  $U_1 = \text{const}$ ,  $U_2 = \text{var}$  образуется ряд с отрицательными показателями степени.

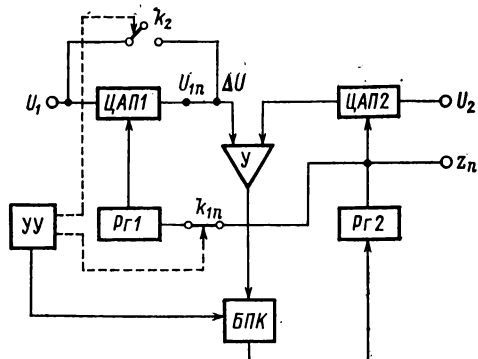


Рис. 9-14. АЦВУ для вычисления степени отношения входных напряжений

## МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ И АНАЛОГО-ЦИФРОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

### 10-1. Общие сведения

К многофункциональным цифро-аналоговым и аналого-цифровым нелинейным преобразователям (МФП) в дальнейшем будем относить любые вычислительные устройства, позволяющие без изменения состава оборудования изменять вид функциональной характеристики вход—выход  $\theta_z = F(\theta_{x1}, \theta_{x2}, \dots, \theta_{xn})$  за счет

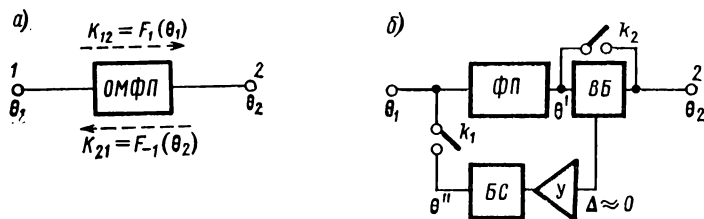


Рис. 10-1. Структурная схема обратимых МФП

изменения межэлементных характеристик и межблочных связей. Поэтому к МФП относятся прежде всего так называемые *обратимые преобразователи*, позволяющие при изменении назначения внешних зажимов  $k, j$  и связанных с ними переменных  $\theta_k, \theta_j$  получать характеристики прямого  $\theta_j = F(\theta_k)$  и обратного  $\theta_k = F_{-1}(\theta_j)$  режимов работы.

В зависимости от способов технической реализации свойства обратимости различают МФП с естественной и искусственной обратимостью.

В первом случае (рис. 10-1, а) обратимый МФП (ОМФП) обеспечивает двустороннюю передачу информации с взаимно-обратными функциональными коэффициентами передачи без изменения внутренних взаимосвязей элементов схемы. Во втором случае обратимость МФП обеспечивается за счет изменения взаимосвязей ряда элементов (или узлов) схемы.

В соответствии с рис. 10-1, б схема МФП с искусственной обратимостью содержит необратимый ФП, вычитающий блок ВБ, усилитель  $U$ , блок согласования БС формы задания информации и два ключа  $k_1$  и  $k_2$ . Очевидно, что при разомкнутом ключе  $k_1$  и замкнутом ключе  $k_2$  схема рис. 10-1, б воспроизводит зависимость  $\theta_2 = F(\theta_1)$ . Если  $k_1$  замкнут, а  $k_2$  разомкнут, то можно изменить направление передачи информации от входа 2 к выходу 1 схемы, не изменяя направления передачи информации через ФП. Действительно, в указанном режиме ВБ вырабатывает разность  $\Delta =$

$= \theta' - \theta_2$ , которая усиливается усилителем  $У$  и возбуждает блок  $БС$ . Последний подбирает такое значение величины  $\theta''$ , которое обеспечивает на выходе  $ФП$  величину  $\theta' = F(\theta'') \sim \theta_2$ . При этом  $\theta'' \doteq \theta_1 = F_{-1}(\theta_2)$ , т. е. обеспечена обратимость схемы.

Далее, к МФП относятся необратимые многоканальные функциональные преобразователи с перестраиваемой структурой (рис. 10-2, а), которые позволяют для каждого из входных каналов переменной  $\theta_{xk}$  сформировать функциональную характеристику  $F_k(\theta_{xk})$  и передать результат преобразования в соответствующий выходной канал. Устройство управления  $УУ$  задает временную послед-

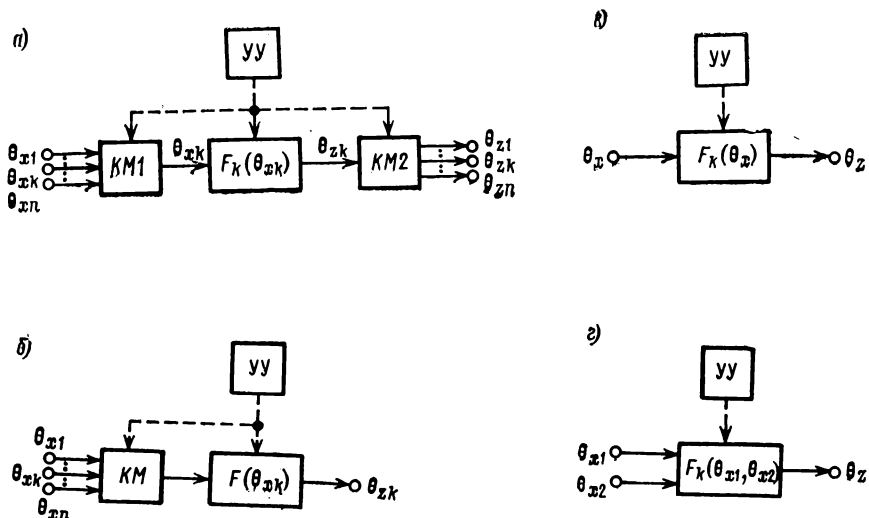


Рис. 10-2. Многоканальные функциональные преобразователи с перестраиваемой структурой

довательность импульсов для управления работой входного  $КМ1$  и выходного  $КМ2$  коммутаторов и перестройки схемы ФП. Частными случаями рассматриваемого МФП являются МФП, вырабатывающие одну функциональную зависимость  $F(\theta_{xk})$  для различных, в общем случае разнородных входных каналов  $\theta_{xk}$  (рис. 10-2, б), МФП, вырабатывающие разные функциональные зависимости  $F_k(\theta_x)$  одного аргумента  $\theta_x$  (рис. 10-2, в), и наконец многовыходовые МФП, реализующие одну или несколько нелинейных функций двух независимых переменных  $\theta_z = F(\theta_{x1}, \theta_{x2})$  (рис. 10-2, г).

Разделение каналов  $\theta_x$  и  $\theta_z$  осуществляется либо по времени (временное разделение), либо по частоте опорного напряжения (частотное разделение), причем оба принципа используются как при одноканальном, так и при многоканальном режиме выработки требуемой функциональной характеристики.

## 10-2. Обратимые многофункциональные преобразователи (ОМФП)

Схема МФП с естественной обратимостью, содержащая операционный усилитель ОУ, управляемые  $Y_1(\theta)$ ,  $Y_2(\theta)$  и постоянные  $Y_1$ ,  $Y_2$  проводимости, изображена на рис. 10-3.

Для токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_{вх}$  и  $I_{вых}$  могут быть записаны выражения:

$$I_1 = U_1(Y_{01} + Y_2) - U_{вых}Y_1 - U_{вх}Y_{\theta 1}, \quad (10-1)$$

$$I_2 = U_2(Y_{\theta 2} + Y_1) = U_{вых}Y_2 - U_{вх}Y_{\theta 2}, \quad (10-2)$$

$$I_{вх} = U_1Y_{\theta 1} + U_2Y_{\theta 2} - U_{вх}(Y_{\theta 1} + Y_{\theta 2}), \quad (10-3)$$

$$I_{вых} = -(U_1Y_1 + U_2Y_2) + U_{вых}(Y_1 + Y_2). \quad (10-4)$$

Перепишем уравнение (10-3) в виде

$$U_1Y_{\theta 1} + U_2Y_{\theta 2} = U_{вх}(Y_{\theta 1} + Y_{\theta 2}) - I_{вх} \quad (10-5)$$

и, считая, что  $U_2$  задано, подставим в него выражение для  $U_{вх}$ , полученное из уравнения (10-1) с учетом характеристики  $OUU_{вых} = -K_U U_{вх}$ :

$$U_1Y_{\theta 1} + U_2Y_{\theta 2} = \left( U_1 \frac{Y_{1\theta}}{Y_1} \frac{1 + \frac{Y_1}{Y_{\theta 1}}}{1 - K_U \frac{Y_{\theta 1}}{Y_1}} - \frac{I_1 Y_{\theta 1}}{1 - K_U \frac{Y_{\theta 1}}{Y_1}} \right) (Y_{\theta 1} + Y_{\theta 2}) - I_{вх}. \quad (10-6)$$

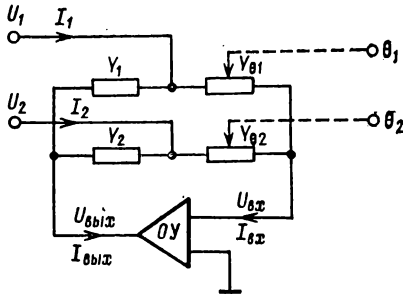


Рис. 10-3. МФП с естественной обратимостью

Так как для типового ОУ имеет место  $|K_U| \gg 1$  и  $I_{вх} \approx 0$ , то окончательно

$$U_2Y_{\theta 2} = -U_1Y_{\theta 1}. \quad (10-7)$$

Если задано  $U_2$ , то в уравнение (10-5) подставляется выражение для  $U_{вх}$ , полученное из (10-2):

$$U_1Y_{\theta 1} + U_2Y_{\theta 2} = \left( U_2 \frac{Y_{\theta 2}}{Y_2} \frac{1 + \frac{Y_2}{Y_{\theta 2}}}{1 + K_U \frac{Y_{\theta 2}}{Y_2}} - \frac{I_2 Y_{\theta 2}}{1 - K_U \frac{Y_{\theta 2}}{Y_2}} \right) (Y_{\theta 1} + Y_{\theta 2}) - I_{вх}, \quad (10-8)$$

которое при  $|K_U| \gg 1$  и  $I_{вх} \approx 0$  приводится к виду (10-7):

$$U_1Y_{\theta 1} = -U_2Y_{\theta 2}.$$



Очевидно, что схема рис. 10-3 обеспечивает воспроизведение прямой  $F_1(\theta_1): F_2(\theta_2)$  и обратной  $F_2(\theta_2): F_1(\theta_1)$  функций относительно управляющих параметров. Так, например, при  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ ,  $F_1(\theta) = A_0 + A_1\theta + A_2\theta^2$  и  $F_2(\theta) = B_0 + B_1\theta + B_2\theta^2$  схема может быть использована для дробно-рациональной аппроксимации функций  $\operatorname{tg} \theta$  и  $\operatorname{ctg} \theta$ ,  $\sin \theta$  и  $\operatorname{cosec} \theta$  и т. д.

В общем случае для  $n-1$  входов  $U_k$  ( $k = 1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, n$ ) и одного выхода  $U_l$  (рис. 10-4) имеем:

$$I_1 = U_1(Y_{\theta 1} + Y_2) - U_{\text{ВЫХ}}Y_1 - U_{\text{ВХ}}Y_{\theta 1}, \quad (10-9)$$

$$I_l = U_l(Y_{\theta l} + Y_l) - U_{\text{ВЫХ}}Y_l - U_{\text{ВХ}}Y_{\theta l}, \quad (10-10)$$

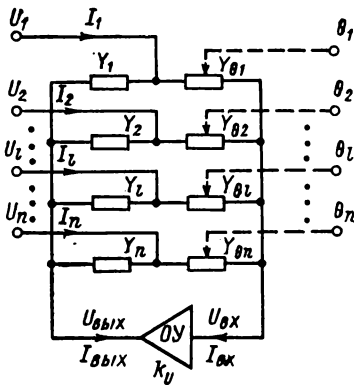


Рис. 10-4. МФП с несколькими входами

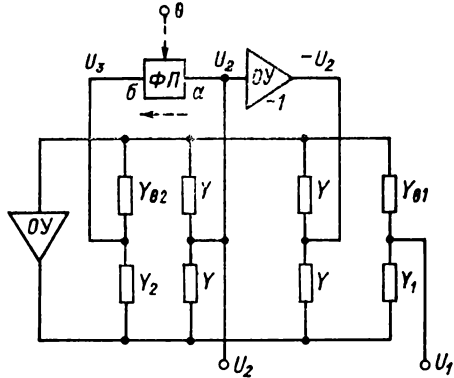


Рис. 10-5. Схема с квазиобратимостью

$$I_{\text{ВХ}} = \sum_{k=1}^n (U_k - U_{\text{ВХ}}) Y_{\theta k}, \quad (10-11)$$

$$I_{\text{ВЫХ}} = - \sum_{k=1}^n (U_k - U_{\text{ВЫХ}}) Y_k. \quad (10-12)$$

Запишем уравнение (10-11) в виде

$$\sum_{k=1}^n U_k Y_{\theta k} = I_{\text{ВХ}} + U_{\text{ВХ}} \sum_{k=1}^n Y_{\theta k}. \quad (10-13)$$

Считая, что заданы все напряжения  $U_k$  ( $k = 1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, n$ ) кроме  $U_l$ , получаем:

$$U_l = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^n U_k \frac{Y_{\theta k}}{Y_{\theta l}} + \frac{I_{\text{ВХ}}}{Y_{\theta l}} + U_{\text{ВХ}} \sum_{k=1}^n \frac{Y_k}{Y_l}. \quad (10-14)$$

Определяя из (10-10)  $U_{\text{ВХ}}$  с учетом  $U_{\text{ВЫХ}} = -K_U U_{\text{ВХ}}$  и подставляя полученное выражение в (10-14), при  $|K_U| \gg 1$  и  $I_{\text{ВХ}} \approx 0$

получаем

$$U_l = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^n U_k \frac{Y_{\theta k}}{Y_{\theta l}}. \quad (10-15)$$

Рассмотренный многоходовый обратимый МФП позволяет реализовать квазиестественную обратимость необратимого ФП. Действительно, пусть между точками *a* и *b* в схеме обратимого ОУ (рис. 10-5) включен необратимый функциональный преобразователь со сложной характеристикой  $U_3 = F(U_2) G_3(\theta)$ . Инвертирующий усилитель преобразует напряжение  $U_2$  в напряжение  $-U_2$ , а выходное напряжение ФП  $U_3$  подается на общий зажим проводимостей  $Y_2$  и  $Y_{\theta 2}$ .

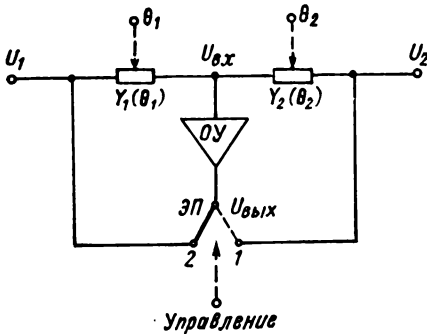


Рис. 10-6. Схема с искусственной обратимостью

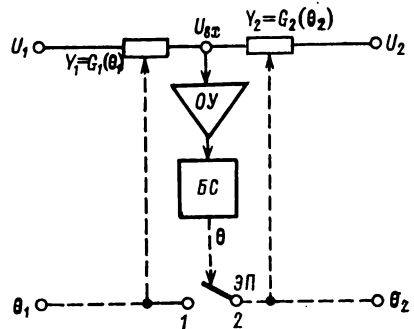


Рис. 10-7. Схема с изменением направления передачи входного сигнала

В соответствии с (10-15) имеем

$$U_3 Y_{\theta 2} + U_2 Y - U_2 Y + U_1 Y_{\theta 1} = 0$$

или

$$F(U_2) G_3(\theta) Y_{\theta 2} = -U_1 Y_{\theta 1}. \quad (10-16)$$

Из (10-16) следует, что, вводя в схему аргументы  $U_2$  и  $\theta$  и выполняя управляемые проводимости функциональными,  $Y_{1\theta} = G_1(\theta)$  и  $Y_{2\theta} = G_2(\theta)$ , получают характеристику вида

$$U_1 = -G_3(\theta) \frac{G_1(\theta)}{G_2(\theta)} F(U_2) = G(\theta) F(U_2). \quad (10-17)$$

Если же аргументами являются  $U_1$  и  $\theta$ , то

$$U_2 = F_{-1} \left[ U_1 \frac{1}{G(\theta)} \right]. \quad (10-18)$$

В частных случаях при  $G(\theta) = \text{const}$   $U_1 = F(U_2)$  и  $U_2 = F_{-1}(U_1)$ ; при  $F(U_2) = U_2$   $U_1 = -U_2 G(\theta)$  и  $U_2 = -U_1 / G(\theta)$ , где  $G(\theta) = G_3(\theta) G_1(\theta) / G_2(\theta)$ .

Интересный режим схемы рис. 10-5 имеет место при  $Y_{\theta_1} = G_1(\theta)$ ,  $Y_{\theta_2} = G_2(\theta)$  и  $U_3 = U_2 U_4$ . В этом случае

$$U_1 = -U_2 U_4 \frac{G_1(\theta)}{G_2(\theta)}. \quad (10-19)$$

и

$$U_2 = -\frac{U_4}{U_1} \frac{G_2(\theta)}{G_1(\theta)}. \quad (10-20)$$

В рассмотренных МФП обратимые режимы обеспечиваются без перестройки структурной схемы преобразователя, т. е. имеет место естественная и квазиестественная обратимость. При этом параметры обратимых схем — входное и выходное сопротивления являются параметрами базовых необратимых схем.

Искусственная обратимость в схеме  $OY$  с управляемыми проводимостями  $Y_1(\theta)$  и  $Y_2(\theta)$  обеспечивается за счет коммутации последних при помощи электронного ( $\mathcal{ЭП}$ ) или ручного переключателя (рис. 10-6). В положении 1  $\mathcal{ЭП}$  коммутирует схему  $OY$ , выходное напряжение  $U_2$  которого изменяется по закону  $U_2 = -U_1 Y_1(\theta_1)/Y_2(\theta_2)$ , а в положении 2  $\mathcal{ЭП}$  обеспечивает изменение выходного напряжения  $U_1 = -U_2 Y_2(\theta)/Y_1(\theta)$ . Таким образом, рассмотренный  $OY$  с искусственной обратимостью позволяет воспроизводить при  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$  и изменении направления передачи информации обратно пропорциональные зависимости  $G(\theta)$  и  $1/G(\theta)$ .

Иным свойством обладает схема рис. 10-7, в которой при помощи  $\mathcal{ЭП}$  изменяется направление передачи информации по управляющему параметру  $\theta$ . Если  $\mathcal{ЭП}$  находится в положении 2, то аргументом является  $\theta_1$ , а функцией  $\theta_2$ , которая при введенных  $\theta_1$ ,  $U_1$  и  $U_2$  обрабатывается блоком согласования  $BC$  формы и физической природы представления информации, до тех пор пока  $U_{вх}$  не станет меньше напряжения порога чувствительности усилителя  $OY$ , т. е.  $U_{вх} \approx 0$ . При этом

$$U_1 G_1(\theta_1) + U_2 G_2(\theta_2) = 0,$$

откуда

$$\theta_2 = G_2' [U_1 G_1(\theta_1)/U_2], \quad (10-21)$$

где  $G_2'$  — функция, обратная  $G_2$ .

Если перевести  $\mathcal{ЭП}$  в положение 1, то аргументом явится  $\theta_2$ ; а

$$\theta_1 = G_1' [U_2 G_2(\theta_2)/U_1], \quad (10-22)$$

где  $G_1'$  — функция, обратная  $G_1$ .

В частном случае, когда  $U_1 = -U_2 = \text{const}$ ,  $G_1(\theta_1) = K\theta_1$ , схема обратимого МФП реализует взаимно-обратные функции  $\theta_2 = G_2'(k\theta_1)$  и  $\theta_1 = 1/k G_2(\theta_2)$ .

Аналогичным образом работает мостовая схема с искусственной обратимостью, изображенная на рис. 10-8. Если аргументами являются  $\theta_1, \theta_3, \theta_4$ , а функцией  $\theta_2$ , то ЭП переводится в положение 1 и тогда из уравнения баланса моста получаем:

$$\theta_2 = G_2' \left[ \frac{G_1(\theta_1) G_1(\theta_4)}{G_3(\theta_3)} \right], \quad (10-23)$$

где  $G_2'(\theta) G_2(\theta) = 1$ .

При переводе ЭП в положение 2 выходной величиной является

$$\theta_1 = G_1' \left[ \frac{G_3(\theta_3) G_3(\theta_4)}{G_4(\theta_4)} \right]. \quad (10-24)$$

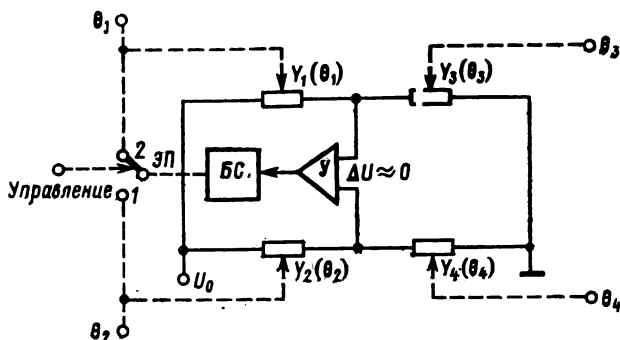


Рис. 10-8. Мостовая схема с искусственной обратимостью

Отметим, что схемы МФП с искусственной обратимостью, в отличие от схем с естественной и квазиестественной обратимостью, сохраняют все параметры необратимых схем.

### 10-3. Многоканальные необратимые МФП

Многоканальные необратимые МФП выполняются в виде универсальных нелинейных преобразователей, коэффициенты аппроксимирующих характеристик которых являются ступенчатой функцией переменной  $X_i$  (номера канала  $i$ ) или функцией типа  $G_i(X_i)$ , воспроизводимой в зависимости от ранее указанных режимов работы:

а) для полиномиальной аппроксимации

$$G_i(X_i) = \sum_{j=0}^n A_{ji} X_i^j, \quad (10-25)$$

б) для дробно-рациональной аппроксимации

$$G_i(X_i) = \frac{\sum_{j=0}^n A_{ji} X_i^j}{\sum_{j=0}^m B_{ji} X_i^j}, \quad (10-26)$$

в) для кусочно-линейной аппроксимации

$$G_i(X_i) = \sum_{j=1}^m (A_{0ji} + A_{1ji} X_i) \psi_j, \quad (10-27)$$

$$\psi_j = \begin{cases} 1 & \text{при } X_i \geq X_{ji}, \\ 0 & \text{при } X_i < X_{ji}, \end{cases}$$

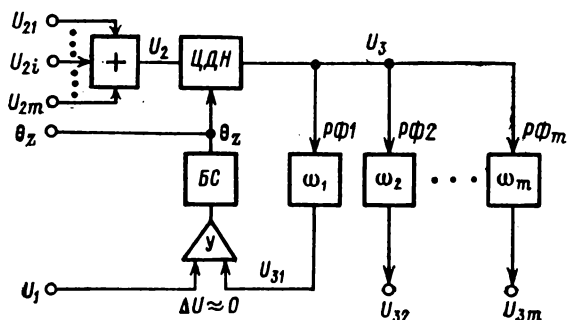


Рис. 10-9. МФП на основе управляемого делителя напряжений

г) для кусочно-квадратичной аппроксимации

$$G_i(X_i) = \sum_{j=0}^m (A_{0ji} + A_{1ji} X_i + A_{2ji} X_i^2) \psi_j, \quad \psi_j = 0, 1. \quad (10-28)$$

Поэтому в качестве вычислительного блока многоканального МФП может быть использован любой ранее рассмотренный одноканальный или многоканальный нелинейный преобразователь с одной из характеристик (10-17) — (10-21), в схеме которого для каждого канала  $i$  предусмотрены коммутируемые группы элементов (опорные источники, проводимости, ключи), определяющие знак и величину соответствующих коэффициентов  $A_i$ ,  $B_i$ . При временном разделении каналов в схеме МФП необходимо предусмотреть запараллеливающие устройства с заданной ошибкой  $\delta_{xp}$  для хранения выходной информации  $G(X_i)$  в течение времени  $t_{xp} = (m-1) T_i$ , где  $T_i$  — время обработки одного канала,  $m$  — число каналов. При частотном разделении каналов многоканальные МФП реализуются на основе цифровых делителей напряжения (ЦДН), коэффи-

циент передачи которых практически не зависит от частоты питающего напряжения. На аналоговый вход ЦДН  $U_2$  (рис. 10-9) поступает сумма напряжений  $U_{2im}$  синусоидального тока с различной несущей частотой  $\omega_i$ :

$$U_2 = \sum_{i=1}^m U_{2im}(t) \sin \omega_i t; \quad (10-29)$$

подбор блоком согласования информации БС управляющего цифрового параметра  $\theta_z$  производится по выходному синусоидальному напряжению  $U_{3i}$ , частота которого совпадает с частотой напряжения  $U_1$  (например,  $\omega_1$ ).

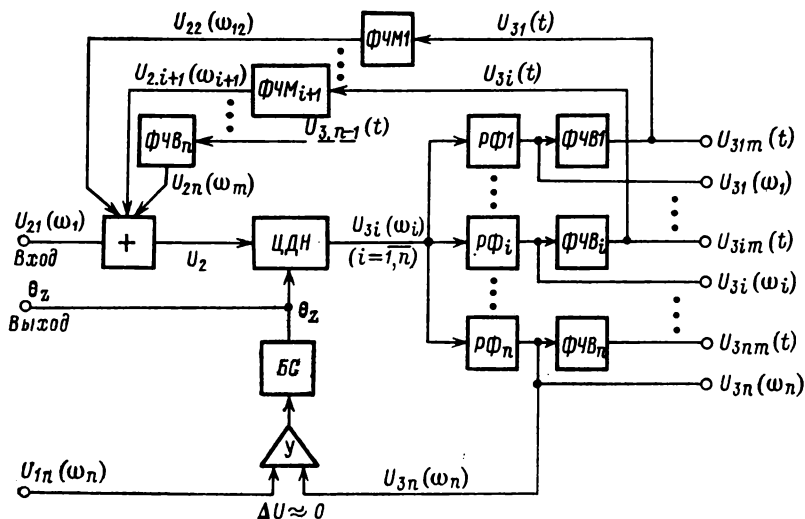


Рис. 10-10. Схема полиномиального МФП

Так как при балансе схемы  $\Delta U \approx 0$ , то

$$U_1(\omega_1) = U_3(\omega_1) = U_{21m}(t) F(\theta_z) \sin \omega_1 t,$$

откуда

$$F(\theta_z) = \frac{U_{1m}(t) \sin \omega_1 t}{U_{21m}(t) \sin \omega_1 t} = \frac{U_{1m}(t)}{U_{21m}(t)}. \quad (10-30)$$

Ввиду практической инвариантности  $F(\theta_z)$  к частоте  $\omega_i$  выходные напряжения, выделяемые линейными резонансными фильтрами  $\rho\Phi_i$ , равны

$$U_{3i} = U_{3im}(t) \sin \omega_i t = U_{2i} F(\theta_z) = \frac{U_{1m}(t)}{U_{21m}(t)} U_{2im}(t) \sin \omega_i t.$$

(10-31)

Одновременно с аналоговыми выходами  $U_{3i}$  может быть использован цифровой выход  $\theta_z$ , так как  $\theta_z = F_{-1} [U_1(t)/U_2(t)]$ . Если ЦДН с характеристикой  $F(\theta_z)$  работает по разомкнутой схеме, то выходные напряжения  $U_{3i}$  изменяются по зависимости:

$$U_{3i} = U_{2im}(t) F(\theta_z) \sin \omega_i t.$$

Для образования выходных напряжений  $U_{3i}$  постоянного тока в схеме рис. 10-9 должны быть предусмотрены фазочувствительные выпрямители (ФЧВ). Таким образом, многоканальный множительно-делительный цифро-аналоговый МФП с частотным разделением  $m$  каналов тождествен  $m$  одноканальным множительно-делительным МФП. Указанное свойство используется для построения полиномиальных и дробно-рациональных аппроксиматоров, позволяющих с различных выходов МФП получать различные функциональные зависимости одного аргумента. Примером схемы полиномиального МФП с ЦДН, имеющим нелинейную характеристику  $U_{3i}(\omega_i) = U_{2i}(\omega_i) F(\theta_z)$ , является схема рис. 10-10. На аналоговый вход ЦДН поступает периодическое напряжение  $U_2 = \sum_{i=1}^m U_{2im}(t) \sin \omega_i t$ , причем аргумент задается огибающей  $U_{2im}(t)$ , а все остальные синусоидальные напряжения  $U_{2i}(\omega_i)$  ( $i > 1$ ) формируются на фазочувствительных модуляторах  $\Phi ЧМ_i$  по соответствующим огибающим  $U_{3i-1,m}(t)$ , являющимся выходными сигналами МФП по постоянному току. Выделение соответствующего выходного напряжения переменного  $U_{3i}(\omega_i)$  и постоянного  $U_{3im}(t)$  тока осуществляется в каждом из  $i$  выходных каналов при помощи резонансного фильтра  $РФ_i$  и фазочувствительного выпрямителя  $\Phi ЧВ_i$ . Если подбор цифрового аргумента  $\theta_z$  осуществляется по входному напряжению  $U_{11}(\omega_1)$ , имеющему частоту входного напряжения  $U_{21}(\omega_1)$ , то равновесное состояние ( $\Delta U \approx 0$ ) описывается системой

$$\left. \begin{aligned} U_{11}(\omega_1) &= U_{21}(\omega_1) F(\theta_z), \\ U_{3i}(\omega_i) &= A_i U_{21}(\omega_1) [F(\theta_z)]^i, \end{aligned} \right\} \quad (10-32)$$

где  $A_i$  — коэффициенты, учитывающие ослабление, вносимое фазочастотным модулятором ( $\Phi ЧМ$ ). Отсюда

$$U_{3i}(\omega_i) = A_i \frac{[U_{11}(\omega_1)]^i}{[U_{21}(\omega_1)]^{i-1}} = A_i \frac{U_{11m}^i(t) \sin \omega_1 t}{U_{21m}^{i-1}(t)}. \quad (10-33)$$

Таким образом, при постоянной амплитуде входного напряжения  $U_{21}(\omega_1)$  с выходов МФП могут быть сняты напряжения  $U_{3i}(\omega_i) = B_i U_{11m}^i(t) \sin \omega_i t$ ,  $U_{3i}(t) = B_i U_{11m}^i(t)$  и код  $\theta_z = F_{-1} [U_{11m}(t)/U_{21m}(t)]$ .

Если уравнивание схемы рис. 10-10 осуществляется входным напряжением  $U_{1n}(\omega_n)$  с частотой  $\omega_n$ , не равной частоте вход-

ного напряжения  $U_{21}(\omega_1)$ , то

$$U_{2n}(\omega_n) = U_{2n}(\omega_n) F(\theta_2) = U_{1n}(\omega_n), \quad (10-34)$$

$$U_{3i}(\omega_i) = U_{21m}(t) [F(\theta_2)]^i \sin \omega_i t. \quad (10-35)$$

Из (10-34) и (10-35) следует, что

$$U_{3i}(\omega_i) = U_{21m}(t) \left[ \frac{U_{1nm}(t)}{U_{21m}(t)} \right]^{i/n} \sin \omega_i t \quad (10-36)$$

и

$$\theta_z = F^{-1} \left\{ \left[ \frac{U_{1nm}(t)}{U_{21m}(t)} \right]^{1/n} \right\}. \quad (10-37)$$

Следовательно, рассмотренные схемы МФП с частотным разделением выходных каналов одновременно являются аналого-цифровыми преобразователями напряжения в код и аналого-цифровыми вычислительными многофункциональными устройствами с аналоговыми входами и выходами.

Объединяя на суммирующем усилителе переменного тока выходы  $U_{3i}(\omega_i)$ , можно реализовать приближение ограниченным числом членов ряда Фурье к заданной функции времени  $z = XG(t)$ ; объединяя на суммирующем усилителе постоянного тока выходные напряжения  $U_{3im}(t)$ , можно реализовать полиномиальное приближение функции  $U_{3im}(t) \sim G[U_{11m}(t)]$ .

Одним из важнейших классов МФП являются нелинейные цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи с двумя входами  $\theta_1, \theta_2$ , осуществляющие аппроксимацию функций вида

$$\theta_z = f^z(\theta_1, \theta_2). \quad (10-38)$$

Наиболее распространенными на практике являются МФП с двумя входами, использующие комбинированные способы аппроксимации: кусочно-ступенчатую аппроксимацию (КСА) по  $\theta_1$  и КЛА по  $\theta_2$ , КСА по  $\theta_1$  и ККА по  $\theta_2$ , КЛА по  $\theta_1$  и КЛА по  $\theta_2$ , КСА по  $\theta_1$  и ДРА по  $\theta_2$  и т. д. Весьма полезным при этом является метод последовательного выделения из функции  $F_n(\theta_1, \theta_2)$  «определяющей» нелинейной функции  $F'(\theta_1, \theta_2)$  и «компенсирующей»  $F''(\theta_1, \theta_2)$ :

$$F(\theta_1, \theta_2) = F'(\theta_1, \theta_2) \pm F''(\theta_1, \theta_2). \quad (10-39)$$

При этом необходимым условием применения этого метода является выполнение условия

$$F'_{\max} \gg F''_{\max}. \quad (10-40)$$

При этом для заданной абсолютной ошибки  $(\Delta F)_{\max}$  приведенные ошибки  $(\delta F')_{\max}$  и  $(\delta F'')_{\max}$  воспроизведения функций  $F'$  и  $F''$  будут значительно отличаться друг от друга:

$$(\delta F'')_{\max} = (\delta F')_{\max} \frac{F'_{\max}}{F''_{\max}}.$$



Принципиальная возможность представления функции  $\theta_z(\theta_1, \theta_2)$  суммой (10-39) базируется на универсальном методе аппроксимации функции двух переменных комбинаций функций одной переменной [55]:

$$\theta_z = F(\theta_1, \theta_2) \approx G_{10}(\theta_1)G_{20}(\theta_2) + G_{11}(\theta_1)G_{21}(\theta_2) + \dots + G_{1n}(\theta_1)G_{2n}(\theta_2) = \sum_{j=0}^n G_{1j}(\theta_1)G_{2j}(\theta_2). \quad (10-41)$$

Следует отметить, что все ранее упомянутые комбинированные методы аппроксимации функции  $F(\theta_1, \theta_2)$  являются частными

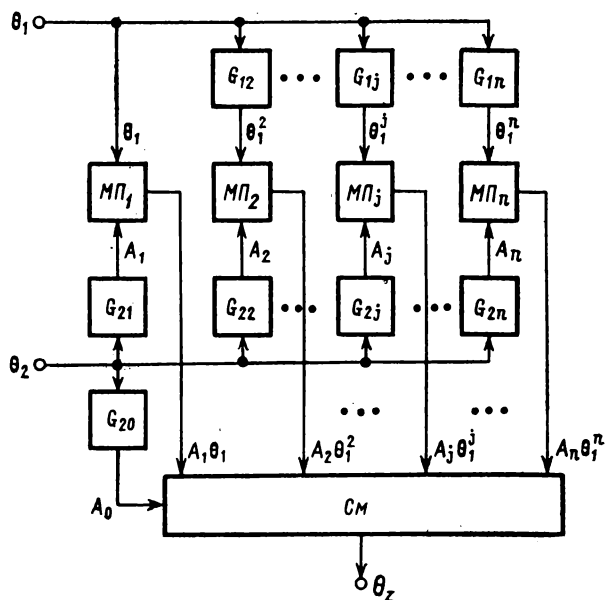


Рис. 10-11. Схема преобразователя для функции двух переменных

случаями (10-41). Действительно, например, полиномиальная аппроксимация функции  $F(\theta_1, \theta_2)$ , при которой последняя для  $\theta_{2j} = \text{const}$  заменяется параболой степени  $n$ , сводится к аппроксимации (10-41) вида

$$F(\theta_1, \theta_2) = \sum_{j=0}^n A_j \theta_1^j = \sum_{j=0}^n G_{2j}(\theta_2) \theta_1^j, \quad (10-42)$$

где  $A_j = G_{2j}(\theta_2)$ .

Схема МФП для воспроизведения (10-42) (рис. 10-11) должна содержать в общем случае  $n + 1$  нелинейных преобразователей  $G_{2j}(\theta_2)$ ,  $n - 1$  степенных преобразователей  $G_{1j}(\theta_1) = \theta_1^j$ ,  $n$  мно-

жительных преобразователей (МП) и сумматор (См) на  $n + 1$  входов.

Сложность технической реализации схемы рис. 10-11 зависит в основном от формы и физической природы задания информации ( $\theta_1$  и  $\theta_2$ ), определяющих выбор структурных схем нелинейных преобразователей  $G_{1j}$  и  $G_{2j}$ . Например, при цифровом задании в виде конечного числа дискретных значений  $\theta_{2j} = x_{2j}$  ( $j = \overline{1, s}$ ) и аналоговом задании  $\theta_1 \sim U_1(t) \sin \omega_1 t$  схема рис. 10-11 достаточно просто выполняется на полиномиальном нелинейном преобразователе с частотным разделением каналов и операционном усилителе с цифровыми нелинейными входными проводимостями  $Y_{2j} = A_{2j}$ .

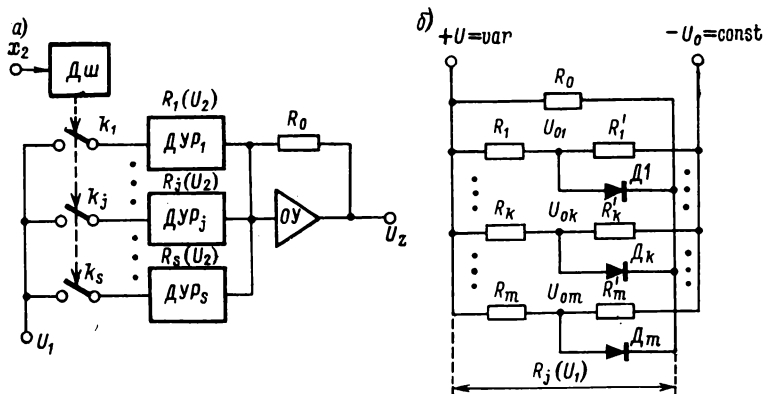


Рис. 10-12. Кусочно-ступенчатый аппроксиматор функции двух переменных

Для КСА функции  $F(\theta_1, \theta_2)$  по цифровому аргументу  $\theta_2 = x_2$  ( $j = \overline{1, s}$ ) и КЛА по аналоговому аргументу  $\theta_1 = U_1$  используются схемы с ОУ (рис. 10-12, а), во входной цепи которых посредством ключей  $k_j$  коммутируются с диодно-управляемых резисторов ДУР  $R_j$ . Принцип действия ДУР  $R_j$  очевиден из рис. 10-12, б: при  $U_1 = 0$  все диоды  $D_k$  заперты подачей отрицательного смещения  $-U_{0k}$  на их аноды и  $R_j(U_1) = R_0$ . С возрастанием  $U_1$  происходит поочередное срабатывание диодов  $D_k$  и к резистору  $R_0$  параллельно подключаются резисторы  $R_k$ , поэтому сопротивление  $R_j(U_1)$  ступенчато уменьшается по закону

$$R_j(U_1) = \frac{1}{\sum_{k=0}^l 1/R_k}, \quad (10-43)$$

где  $l$  — число ветвей с открытыми диодами.

Если сопротивления ДУР  $R_j$  рассчитаны по зависимостям

$$R_j(U_1) \sim \frac{R_0 U_1}{F(U_1, x_{2j})}, \quad (10-44)$$

$$U_z = - \frac{U_1 R_0}{R_1 (U_1)} = -F(U_1, x_{2j}), \tag{10-45}$$

КЛА по каждому из аргументов  $\theta_1, \theta_2$  сводится к моделированию зависимости

$$\theta_z = F(\theta_1, \theta_2) \approx F(\theta_1, \theta_{2j}) + [F(\theta_1, \theta_{2j+1}) - F(\theta_1, \theta_{2j})] \frac{\theta_2 - \theta_{2j}}{\theta_{2, j+1} - \theta_{2j}}, \tag{10-46}$$

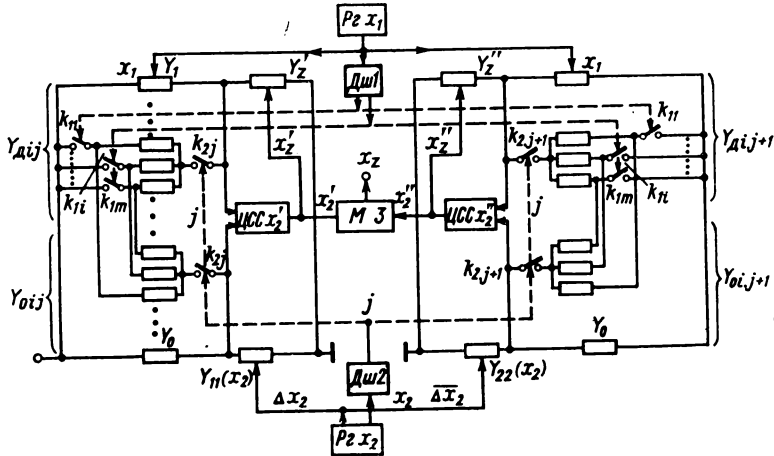


Рис. 10-13. Кусочно-линейный аппроксиматор функции двух переменных

где  $F(\theta_1, \theta_{2j}), F(\theta_1, \theta_{2j+1})$  — значения функции  $F(\theta_1, \theta_2)$  для концов интервалов КЛА по аргументу  $\theta_2$ ;  $\theta_2 - \theta_{2j}$  — приращение аргумента  $\theta_2$  в пределах  $j$ -го участка КЛА по  $\theta_2$ ;  $\theta_{2j+1} - \theta_{2j} = L_{2j}$  — величина интервала разбиения на участки по оси  $G_2$ . Схема МФП для реализации зависимости (10-46) при цифровом задании аргументов  $\theta_1 = x_1, \theta_2 = x_2$  и функции  $\theta_z = x_z$  (рис. 10-13) и равномерном  $L_{2j} = \text{const}$  разбиении на участки по оси  $x_2$  представляет собою объединение трех цифровых мостов  $M 1, M 2, M 3$ , соответственно вырабатывающих зависимости

$$x'_z = F(x_1, x_{2j}) \left( 1 - \frac{\Delta x_2}{x_{2, j+1} - x_{2j}} \right), \tag{10-47}$$

$$x''_z = F(x_1, x_{2, j+1}) \frac{\Delta x_2}{x_{2, j+1} - x_{2j}}, \tag{10-48}$$

$$x_z = x'_z + x''_z. \tag{10-49}$$

Мосты  $M_1$  и  $M_2$  имеют совершенно одинаковую структуру и управляются от общих электронных дешифраторов  $D_{ш1}$  и  $D_{ш2}$ , где  $i$  и  $j$  — номера участка КЛА по аргументу  $x_1$  и  $x_2$  соответственно.

## Глава одиннадцатая

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦВМ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЦИФРО-АНАЛОГОВЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УСТРОЙСТВ

#### 11-1. Назначение и организация комплекса программ

Проектирование цифро-аналоговых функциональных преобразователей (ФП) специализированного типа является одним из самых сложных и трудоемких этапов разработки гибридных вычислительных устройств, поэтому в настоящей главе рассматриваются возможности использования ЦВМ для решения этой задачи.

Для проектирования ФП характерно прежде всего то, что структура, параметры и технические характеристики разрабатываемого прибора в сильной степени зависят от вида заданной функциональной зависимости. Это приводит к тому, что проектировщику приходится искать для каждого конкретного задания свое решение, которое может в значительной степени отличаться от предыдущих разработок.

Поиск схемы, удовлетворяющей требованиям технического задания, проектировщик выполняет, как правило, путем последовательного просмотра и сравнения возможных способов построения функционального преобразователя. Такой просмотр заключается практически в построении различными способами ряда схем, поскольку оценка сложности и проверка ограничений, накладываемых на параметры схемы, могут быть выполнены только на основании анализа результатов расчета. Заметим, что при расчете каждой схемы также может потребоваться внесение изменений и выполнение ряда корректировок структуры схемы.

Из приведенного краткого описания процесса видно, что проектирование функциональных преобразователей является весьма трудоемкой задачей и связано с выполнением большого объема вычислительной работы. Эта работа состоит в основном из построения аппроксимирующих зависимостей, расчета параметров элементов схемы и анализа влияния погрешностей элементов схемы. Перечисленные виды работы хорошо формализуются, и их выполнение может быть поручено ЦВМ.

Исходными данными для проектирования функциональных преобразователей обычно являются следующие факторы:

- 1) зависимость между входными и выходными величинами преобразователя  $Z = F(X)$ ,
- 2) пределы изменения входной величины  $X_{нач}$ ,  $X_{кон}$ ,
- 3) пределы изменения выходной величины, соответствующей выходной переменной  $Z$ ,
- 4) требуемая точность воспроизведения заданной зависимости  $\epsilon$ ,
- 5) точность представления или число разрядов входной величины  $X$ ,
- 6) величина нагрузки, на которую должна работать схема функционального преобразователя,
- 7) время, в течение которого должна вырабатываться выходная величина;
- 8) ограничения, накладываемые на элементы схемы условиями использования или технологией изготовления,
- 9) полный или частичный список элементов, из которых должна быть построена схема.

10) ограничения на число элементов или стоимость схемы.

Обычно при проектировании известны также совокупность методов, с помощью которых может быть построена схема преобразователя, и список элементов, которые могут быть использованы для построения схемы.

В результате проектирования необходимо определить следующее:

- 1) принципиальная схема преобразователя,
- 2) типы всех элементов, используемых в схеме, если они не перечислены в исходном задании,
- 3) параметры всех элементов схемы,
- 4) требуемая точность изготовления элементов схемы.

Заметим, что в результате проектирования можно получить несколько схем, удовлетворяющих исходным требованиям, или, наоборот, может оказаться, что ни одна схема не удовлетворяет этим требованиям. В первом случае необходимо выполнить повторный анализ внешних характеристик схемы и условий их эксплуатации, чтобы выявить дополнительные требования, которые позволяли бы сделать окончательный выбор схемы. Во втором случае, когда схема с заданными характеристиками не может быть построена, необходимо либо расширить круг используемых методов, либо пересмотреть требования, предъявляемые к ней.

Последовательность проектирования подобных устройств может быть разбита на несколько самостоятельных этапов:

- 1) анализ заданной функциональной зависимости,
- 2) определение доли заданной погрешности  $\epsilon$ , приходящейся на методическую ошибку преобразователя,
- 3) выбор способа аппроксимации и построение аппроксимирующей зависимости,
- 4) выбор структуры схемы, реализующей используемую зависимость,
- 5) выбор типов тех элементов для построения схемы, которые не перечислены в исходных данных,
- 6) определение параметров и структуры схемы отдельных блоков, например значения сопротивлений резисторов, вида переключательных функций и т. п.,
- 7) проверка выполнения заданных ограничений на параметры схемы,
- 8) корректировка схемы, если найденные параметров не удовлетворяют исходным требованиям, в результате которой в схему могут быть внесены дополнительные блоки, либо выбор другой структуры (при этом процесс проектирования повторяется, начиная с п. 4), либо выбор другого способа аппроксимации (в этом случае процесс необходимо повторить, начиная с п. 3),
- 9) проверка точности работы схемы и выбор допустимого разброса значений параметров, если найденные параметры схемы находятся в заданных границах.

В процессе проектирования разработчику приходится учитывать большое количество разнородных и трудно формализуемых факторов и принимать решения в условиях большой неопределенности. Принципы, которыми пользуется проектировщик при выборе способа построения схемы или ее корректировки, обычно носят сравнительный и субъективный характер. В целом можно утверждать, что полная формализация процесса проектирования функциональных преобразователей (так же как и проектирование вычислительных устройств вообще), необходимая для его реализации в виде программы для вычислительной машины, в настоящее время невозможна.

Однако использование цифровых машин для выполнения отдельных этапов проектирования, допускающих формальное описание, позволяет существенно сократить время, затрачиваемое на их выполнение, уменьшает число ошибок, возникающих при проектировании, улучшает качество разрабатываемых устройств, за счет их тщательного анализа и исследования большого числа решений с помощью машины.

В приведенной последовательности проектирования вычислительную машину рационально использовать для реализации этапов, связанных в первую очередь с выполнением вычислений, в то время как этапы, связанные с оценкой полученных решений, выбором вносимых изменений в схему и

выбором структуры схемы, имеет смысл выполнять разработку. На основании анализа приведенной последовательности проектирования ФП можно в общем виде определить две основные части комплекса программ для реализации на ЦВМ: программы расчета и программы моделирования.

В первую группу целесообразно включить следующие программы:

1) программу «вычислитель», которая выполняет приведение заданной функции к стандартному виду и исследование этой функции,

2) группу программ, называемых «аппроксиматоры» и предназначенных для построения аппроксимирующих зависимостей,

3) группу программ, называемых «построители» и выполняющих расчет параметров схем для выбранного способа аппроксимации.

Во вторую часть комплекса программ проектирования входят программы, осуществляющие проверку правильности построения и работы схем и позволяющие выполнять проверку точности работы схемы с различными значениями параметров и величины их разброса. Это программы моделирования.

В настоящей главе приведены в основном только программы, осуществляющие построение аппроксимирующих зависимостей и моделирование схем преобразователей. Программа «вычислитель» не приводится, поскольку реализация этой программы, на наш взгляд, не вызывает трудностей. Включение группы программ, называемых «построители», также показалось нам нецелесообразным, поскольку в основном эти программы состоят из операторов, обеспечивающих вывод результатов расчета в форме, удобной для проектировщика.

Необходимо подчеркнуть, что приводимые программы «аппроксиматоры» учитывают специфику задач проектирования цифро-аналоговых преобразователей и существенно отличаются от стандартных программ, входящих в библиотеки ЦВМ и предназначенных для аппроксимации функций. Например, библиотечные программы обычно решают задачу построения полинома наилучшего приближения заданной степени  $n$ , аппроксимирующего исходную функцию. Приводимые же программы выполняют кусочную аппроксимацию функций, которая заключается в разбиении области определения аргумента функции на участки и построении полинома наилучшего приближения на каждом участке. При этом рассматриваются способы разбиения на участки, обеспечивающие простую схемную реализацию проектируемого преобразователя.

Описываемый комплекс программ проектирования функциональных преобразователей написан на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60 для транслятора МЭИ-3, предназначенного для ЦВМ «Минск-22». Он состоит из отдельных программ, связь между которыми осуществляется через магнитную ленту. Причинами такой организации комплекса явились малый объем оперативной памяти машины «Минск-22» и ограничения на длину рабочей программы, создаваемой транслятором МЭИ-3.

Все программы, входящие в комплекс, работают таким образом, что результаты их работы выводятся на печать и записываются на магнитную ленту в виде массивов, доступных другим программам. Таким образом, каждая программа, используемая в процессе проектирования, имеет в своем распоряжении результаты всех работающих до нее программ.

В качестве основного способа представления функций в памяти машины был выбран табличный способ. Этот способ является наиболее естественной формой описания функций при задании аргумента в виде цифрового кода и позволяет применять процедуры аппроксимации, использующие таблицы специального вида, что, в свою очередь, позволяет применять алгоритмы построения аппроксимирующих зависимостей, не требующие внесения изменений в программу.

Описываемый комплекс программ был ориентирован, в первую очередь, на проектирование функциональных преобразователей кода в напряжение. Программы, входящие в него, могут быть использованы также для проектирования ФП аналогового типа и для определения параметров настройки подобных преобразователей.

Следующие два параграфа настоящей главы посвящены описанию программ, входящих в комплекс. Для того чтобы описания программ сделать более наглядными, операторы, осуществляющие ввод и вывод данных согласно правилам, принятым в трансляторе МЭИ-3, заменены в программах условными операторами *read* и *print*. Каждый из этих операторов должен состоять из названия идентификаторов, после которого в круглых скобках перечисляются имена вводимых и выводимых переменных и массивов. Для вывода русского текста в программах используется оператор *print text*, (<текст>). Обращение к магнитной ленте осуществляется в программах с помощью условных операторов чтения и записи: *read tape* (<имя массива на ленте>, <имя массива в памяти>), *write tape* (<имя массива в памяти>, <имя массива на ленте>).

При составлении описаний предполагалось, что в состав транслятора входит библиотека процедур, написанных на языке АЛГОЛ. Библиотечные процедуры включаются в вызывающую их программу в процессе трансляции. Для вызова такой процедуры в программу необходимо включить указатель библиотечной процедуры. Этот указатель должен состоять из идентификатора библиотечной процедуры *lp* и ее номера: *lp* <номер библиотечной процедуры> (<список фактических параметров>).

## 11-2. Программы расчета цифро-аналоговых функциональных преобразователей

В настоящем параграфе приводятся программы, используемые для расчета ФП. В процессе работы эти программы используют следующие массивы, хранящиеся на магнитной ленте.

Массив *svl*, элементами которого являются исходные данные и признаки, определяющие свойства заданной функции: *svl* [1] — заданное число двоичных разрядов кода аргумента *m*, *svl* [2] — число точек на оси аргумента *n*, *svl* [3] — начало области задания аргумента *xn*, *svl* [4] — конец области задания аргумента *xk*, *svl* [5] — минимальное значение функции *minf*, *svl* [6] — максимальное значение функции *maxf*, *svl* [7] — максимальное по модулю значение функции, *svl* [8] — признак смещения значений функции в сторону положительных или отрицательных значений, *svl* [9] — признак знакопеременности функции, *svl* [10] — признак монотонности функции, *svl* [11] — признак наличия точек перегиба, *svl* [12] — признак, учитывающий знаки первой и второй производных, *svl* [13] — указатель начала разбиения заданного промежутка на участки при кусочной аппроксимации *dir*, *svl* [14] — число участков аппроксимации (число членов ряда). Массив *svl* формируется программой «вычислитель».

Массив значений заданной функции *f<sub>i</sub>* также формируется программой «вычислитель».

Массив *ap*, в который заносятся параметры аппроксимирующих зависимостей, состоит из *max* строк, а число столбцов определяется видом аппроксимирующей зависимости и равно семи для кусочно-линейной и восьми для кусочно-квадратичной аппроксимации. В первый и третий столбцы массива *ap* заносятся номера точек, определяющие начало и конец участка аппроксимации, а во второй и четвертый — значения аргументов в начальной и конечной точках участка. В последний столбец массива записывается максимальная относительная погрешность аппроксимации на участке, а остальные столбцы служат для хранения коэффициентов аппроксимирующей зависимости. Этот массив формируется соответствующими программами построения аппроксимирующих зависимостей.

**Программа «вычислитель».** Программа выполняет приведение аргумента и значений заданной функции к интервалу [0, ± 1] или интервалу [− 1, + 1] для знакопеременных функций, смещение значений функции в сторону положительных или в сторону отрицательных значений, формирует массив значений функции *F* и системный массив *svl* и записывает эти массивы на магнитную ленту. Программа может быть использована как в случае задания

функции в виде процедуры, включаемой в программу на этапе трансляции, так и при задании функции в виде массива на перфоленте или магнитной ленте. Необходимость преобразования и смещения функции определяется управляющими переменными, значения которых задаются проектировщиком.

Монотонные функции, не имеющие точек перегиба, программа разделяет на четыре типа в зависимости от сочетаний знаков первой и второй производных. Она относит к первому типу функции с положительной первой и отрицательной второй производными, ко второму типу — функции с положительной первой и положительной второй производными, к третьему типу — функции с отрицательной первой и положительной второй производными, а к четвертому типу — функции, первая и вторая производные которых отрицательны. Номер типа заданной функции программа записывает в двенадцатую строку массива *svl*.

Программа построения аппроксимирующей зависимости при разбиении отрезка задания аргумента функции на равные участки, длина которых, кратна степени числа два. Режим работы программы определяется переменной *v*. Если *v* = 0, то в исходных данных для программы задается число участков аппроксимации *maxs* и она находит коэффициенты аппроксимирующей зависимости и относительную погрешность *eps*. Если же *v* = 1, то программа определяет необходимое число участков, на которое разбивается аргумент для получения относительной погрешности *eps*, и коэффициенты искомой зависимости. Вид аппроксимирующей зависимости определяется соответствующей стандартной процедурой, включаемой в программу на этапе трансляции. В случае КЛА в программу включается стандартная процедура *lp1*, а при ККА используется стандартная процедура *lp2*.

При задании погрешности аппроксимации *eps* в массиве *ap* могут быть незаполненные строки. В этом случае из массива *ap* с помощью стандартной процедуры *lp3* формируется массив *prap*, число строк которого определяется количеством участков аппроксимации, а количество и назначение столбцов совпадает с числом и назначением столбцов массива *ap*. Массив *prap* записывается на системную магнитную ленту и печатается.

В программе используются следующие обозначения переменных: *q* определяет вид аппроксимирующей зависимости, *ld* — число точек на участке аппроксимации, *sm* — число участков аппроксимации, *nw* — текущий номер строки массива *ap*.

```

begin real xn, xk, hx, eps, maxe, fmax;
integer n, nach, kon, ld, nw, maxs, sm, q, v;
array sv [1 : 14];
read (eps, maxs, q, v);
read tape (svl, sv);
xn := sv [3]; xk := sv [4]; n := sv [2];
fmax := sv [7]; hx := (xk - xn)/(n - 1);
if v = 1 then maxs := n ÷ (q + 1);
begin array f [0 : n - 1], ap [1 : maxs, 1 : q + 6];
  procedure lp 1;
  procedure lp 3;
  read tape (fl, f);
mo: if v = 0 then
  begin nw := 1; nach := 0; ld := n ÷ maxs;
  for kon := nach + ld - 1 while nw ≤ maxs do
  begin lp1 (nach, kon, nw); nw := nw + 1;
    nach := kon + 1
  end;
  nw := nw - 1; go to m5
end;
end;
```



```

m1 :ld := n; sm := 1;
m2 :maxe := 0; nach := 0; nw := 1;
m3 :kon := nach + ld - 1; lpl (nach, kon, nw);
    if ap [nw, q + 6] > maxe then maxe := ap [nw, q + 6];
    if nw >= sm then go to m4;
    nw := nw + 1; nach := kon + 1; go to m3;
m4 :if maxe <= 'eps then go to m5;
    sm := sm * 2; ld := ld / 2; go to m2;
m5 :begin array prap [1 : nw, 1 : q + 6];
    lp 3 (ap, prap);
    print (prap);
    write tape (prap, prapl);
    sv [14] := nw;
    write tape (sv, svl)
end
end
end
end

```

Программа построения аппроксимирующей зависимости при разбиении отрезка задания аргумента на участки, длина которых кратна степени числа два. Настоящая программа отличается от предыдущей тем, что при построении аппроксимирующей зависимости по заданной погрешности *eps* она делит заданный отрезок на участки различной длины, но пропорциональные степени числа два. Поиск необходимого числа участков осуществляется путем последовательного деления пополам тех участков, на которых погрешность аппроксимации превышает *eps*. Каждый шаг процесса поиска состоит из анализа погрешности на каждом участке аппроксимации, полученном на предыдущем шаге, и формирования участков аппроксимации текущего шага. При этом массив *ap* разбивается на две части. В одной части массива располагаются границы участков и параметры аппроксимирующей зависимости, полученной на предыдущем шаге поиска, а во второй части записываются результаты аппроксимации, полученные при выполнении текущего шага. Часть массива, используемая для записи результатов аппроксимации в текущем шаге, определяется переменной *p*, значение которой изменяется при переходе к следующему шагу.

В этой программе используются в основном те же обозначения, что и в предыдущей программе. Переменная *so* определяет число участков аппроксимации, полученное на предыдущем шаге.

```

begin real xn, xk, hx, eps, fmax;
integer n, nach, kon, ld, nw, nr, q, so, sn, ns, p,
k, maxs;
array sv [1 : 14];
read (eps, q);
read tape (svl, sv);
n := sv [2]; xn := sv [3]; xk := sv [4]; fmax := sv [7];
hx := (xk - xn) / (n - 1); maxs := n / (q + 1);
begin array f [0 : n - 1], ap [1 : 2 * maxs, 1 : q + 6];
    procedure lp 1;
    procedure lp 3;
    read tape (fl, f);
    ld := n; sn := 1; p := 0; lpl (0, n - 1, 1);
mo : ld := ld / 2; so := sn; sn := 1;

```

```

if  $p = 0$  then
  begin  $nr := 1; nw := maxs + 1$  end else
  begin  $nr := maxs + 1; nw := n$  end;
m1 : if  $ap [nr, q + 6] \leq eps$  then
  begin for  $k := 1$  step 1 until  $q + 6$  do
     $ap [nw, k] := ap [nr, k];$  go to m2
  end;
   $nach := ap [nr, 1]; kon := nach + ld - 1;$ 
   $lp1 (nach, kon, nw); nw := nw + 1; sn := sn + 1;$ 
   $nach := kon + 1; kon := nach + ld - 1;$ 
   $lp1 (nach, kon, nw);$ 
m2 :  $nw := nw + 1; nr := nr + 1; sn := sn + 1;$ 
m3 :  $ns :=$  if  $p = 0$  then  $nr$  else  $nr - maxs$ ;
m4 : if  $ns \leq so$  then go to m1;
  if  $p = 0$  then  $p := 1$  else  $p := 0$ ;
m5 : if  $sn > so$  then go to m0;
   $sn := sn - 1;$ 
m6 : begin array  $prap [1 : sn, 1 : q + 6];$ 
   $lp3 (ap, prap);$ 
  print ( $prap$ );
  write tape ( $prap, prapl$ );
   $sv [14] := sn;$ 
  write tape ( $sv, svl$ )
end
end
end

```

**Программа построения аппроксимирующей зависимости с наименьшим числом участков.** Программа предназначена для нахождения наименьшего числа участков аппроксимации путем последовательного определения участков наибольшей длины, обеспечивающих приближение функции с заданной относительной погрешностью  $eps$ .

Разбиение аргумента функции на участки производится последовательно, причем на каждом шаге этой последовательности с помощью метода поиска делением пополам определяются границы одного участка аппроксимации. Направление разбиения аргумента задается системой переменной  $p$ . Если крутизна функции имеет большее значение в окрестности начальной точки области задания аргумента ( $p = 0$ ), то разбиение аргумента выполняет, начиная с точки, соответствующей значению  $xn$ . В противном случае ( $p = 1$ ) разбиение аргумента функции осуществляется от точки, соответствующей значению  $xk$ . Образование новых участков аппроксимации продолжается до тех пор, пока искомая граница участка не совпадет с концом области задания аргумента  $xk$  ( $p = 0$ ) или началом  $xn$ , если  $p = 1$ .

При отыскании границ участков аппроксимации могут получиться участки, для которых построение аппроксимирующей зависимости выполнить невозможно. Такими участками являются участки, задаваемые одной точкой в случае КЛА и одной или двумя точками в случае ККА. Если они обнаруживаются, то длина последнего участка увеличивается на длину участка, для которого нельзя построить аппроксимирующую зависимость, и снова производится аппроксимация функции на последнем участке.

```

begin real  $xn, xk, hx, eps, fmax;$ 
  integer  $n, nach, kon, l, r, nw, m, p, q;$ 

```

```

array sv [1 : 14];
read (eps, q);
read tape (svl, sv);
xn := sv [3]; xk := sv [4]; n := sv [2]; fmax := sv [7];
p := sv [13];
begin array f [0 : n - 1], ap [1 : n ÷ q, q + 6];
  procedure lp 1;
  procedure lp 3;
  read tape (fl, f);
  hx := (xk - xn) / (n - 1); nw := 1;
  if p = 1 then go to m5;
m0 : nach := 0;
m1 : kon := n - 1; l := nach; r := kon; go to m3;
m2 : kon := (l + r) ÷ 2;
m3 : lp1 (nach, kon, nw);
  if ap [nw, q + 6] ≤ eps then l := kon else r := kon;
  if r - l > 1 then go to m2;
  kon := l;
  if kon = n - 1 then go to m10;
  nach := kon + 1;
m4 : if n - nach ≤ q - 1 then
  begin lp1 (ap [nw, 1], n - 1; nw); go to m10 end;
  nw := nw + 1; go to m1;
m5 : kon := n - 1;
m6 : nach := 0; l := nach; r := kon; go to m8;
m7 : nach := (l + p) ÷ 2;
m8 : lp1 (nach, kon, nw);
  if ap [nw, q + 6] ≤ eps then r := nach else l := nach;
  if r - l > 1 then go to m7;
  nach := r;
  if nach = 0 then go to m10;
  kon := nach - 1;
m9 : if kon < q - 1 then
  begin lp1 (0, ap [nw, 3], nw); go to m10 end;
  nw := nw + 1; go to m6;
m10 : begin array prap [1 : nw, 1 : q + 6];
  lp3 (ap, prap);
  print (prap);
  write tape (prap, prapl);
  sv [14] := nw;
  write tape (sv, svl)
end
end
end

```

Библиотечная процедура *lp2*. Библиотечная процедура *lp2* используется в программах ККА для построения полинома Лагранжа второй степени на участке аппроксимации.

Формальными параметрами процедуры являются: номера точек аргумента, соответствующие началу *t1* и концу *t2* участка аппроксимации, и

номер строки массива  $ap$ , в которую записываются параметры, характеризующие аппроксимирующую зависимость на участке, заданном интервалом  $[t_1, t_2]$ .

В процедуре сначала вычисляются узлы аппроксимации по формулам (6-19), приведенным в § 6-1, причем в качестве начала и конца участка аппроксимации используются номера точек  $t_1$  и  $t_2$ . Полученные значения координат узлов аппроксимации округляются до ближайших целых чисел, которые заносятся в массив дискретных значений узлов аппроксимации  $xd$ . Они используются в программе для выбора значений функции из массива  $f_j$  в узлах аппроксимации. Эти значения функции обозначаются в программе переменными  $f_0, f_1$  и  $f_2$ .

Коэффициенты квадратичного полинома  $A_2, A_1, A_0$  вычисляются по формулам (6-18), причем в качестве узлов аппроксимации для вычисления коэффициентов принимаются действительные значения аргумента функции  $x_0, x_1$  и  $x_2$ .

Если число точек аргумента на участке аппроксимации равно трем, узлы аппроксимации вычисляются с помощью оператора, помеченного меткой  $m1$ .

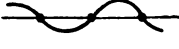








Если число точек аргумента на интервале  $[t_1, t_2]$  больше, чем три, то для каждой точки задания аргумента вычисляется значение абсолютной погрешности аппроксимации  $e$ , из которых выбирается максимальное значение погрешности  $emax$ . После определения значения  $emax$  производится попытка уменьшения этой погрешности за счет сдвигов узлов аппроксимации. Сдвиг узлов аппроксимации осуществляется с помощью эвристического алгоритма который основан на анализе распределения погрешности в различных точках участка, на котором строится квадратичный полином.

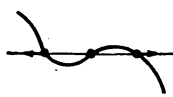

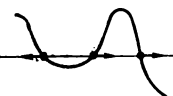

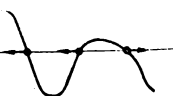

Поскольку первоначальный выбор узлов аппроксимации производится по формулам (6-19), то в этом случае абсолютная погрешность аппроксимации трижды меняет знак на каждом участке и в таблице погрешностей имеется четыре экстремальных значения погрешности. Модули экстремальных значений погрешностей вычисляются и записываются в массив  $em$ . Для запоминания знака погрешности на интервале, где погрешность имеет одинаковый знак, используется переменная  $signe$ . Затем в массиве  $em$  отыскивается минимальное по модулю значение погрешности.

Сдвиг узлов в аппроксимации осуществляется с целью нахождения таких узлов, при которых модули экстремальных погрешностей приблизительно выравняются (в данной программе это выравнивание производится с точностью 10%). Для дальнейшего сравнения экстремальных значений погрешностей формируется целочисленный массив  $de$ . Элементы этого массива соответствуют значениям экстремумов погрешности из массива  $em$  и принимают значения 1 или 0 в зависимости от величины экстремальных значений. Если разность между экстремальным значением погрешности и  $fmin$  меньше, чем  $0,1 emax$ , то соответствующий данному экстремальному значению элемент массива  $de$  принимает значение 1, в противном случае — 0. Таким образом, для каждого распределения погрешности можно получить двоичный код, разрядами которого являются значения элементов массива  $de$ .

Направление и величины сдвига узлов для каждого конкретного распределения погрешности были выбраны на основании серии опытов, проведенных для ряда функций, и иллюстрируются табл. 11-1. Первый столбец этой таблицы отводится для записи двоичного кода, соответствующего элементам массива  $de$ , во втором столбце расположен рисунок, иллюстрирующий один из возможных вариантов распределения погрешности для двоичного кода расположенного в этой строке таблицы, и направление сдвига узлов аппроксимации, а в третьем, четвертом и пятом столбцах указано количество точек, на которое сдвигается узел. Если число точек, на которое сдвигается узел, в таблице напечатано со знаком минус, то сдвиг осуществляется в левую сторону, в противном случае узлы аппроксимации сдвигаются вправо. Приведенный в таблице алгоритм сдвига узлов в программе реализуется группой операторов, начинающейся с меткой  $m9$ . Оператор с меткой  $m17$  осуществляет вычисление массива новых значений узлов аппроксимации

Распределение погрешности и величины сдвига узлов

| Двоичный код | Условное изображение  | $dx [0]$ | $dx [1]$ | $dx [2]$ |
|--------------|---|----------|----------|----------|
| 0000         |    | 0        | 0        | 0        |
| 0001         |    | +5       | +5       | +1       |
| 0010         |    | +1       | +2       | -1       |
| 0011         |    | +2       | +3       | +1       |
| 0100         |    | +1       | -2       | -1       |
| 0101         |    | +1       | -1       | +1       |
| 0110         |  | +1       | 0        | -1       |
| 0111         |  | +3       | +2       | +1       |
| 1000         |  | -1       | -5       | -5       |

| Двоичный код | Условное изображение  | $dx [0]$ | $dx [1]$ | $dx [2]$ |
|--------------|---|----------|----------|----------|
| 1001         |  | -1       | 0        | +1       |
| 1010         |  | -1       | +1       | -1       |
| 1011         |  | -1       | +2       | +1       |
| 1100         |  | -1       | -3       | -2       |
| 1101         |  | -1       | -2       | +1       |
| 1110         |  | -1       | -2       | -3       |

$xdn$  по значениям узлов аппроксимации  $xd$ , выбранным на предыдущем шаге, и значениям приращений узлов аппроксимации, которые находятся в массиве  $dx$ .

Описанный алгоритм сдвига узлов в программе дополняется проверкой расстояний, которые получаются между новыми значениями узлов. Если в результате сдвига узлов это расстояние становится отрицательным или равным нулю, то в программе производится сдвиг в противоположную сторону тех узлов, для которых имеет место нарушение приведенного выше условия. В противном случае новые значения узлов  $xdn$  засылаются в массив  $xd$  и осуществляется переход к вычислению коэффициентов полинома при выбранных узлах аппроксимации и максимальной погрешности  $emax$ , которая и сравнивается с максимальной погрешностью  $epsm$ , имевшей место на предыдущем шаге определения узлов аппроксимации. Процесс сдвига узлов повторяется до тех пор, пока все экстремальные значения погрешностей не станут равными с заданной степенью точности или пока новый сдвиг узлов не вызовет погрешности, превышающей погрешность на предыдущем шаге. В этом случае сдвиг узлов заканчивается, и в соответствующие строки массива за-

носятся коэффициенты полинома и максимальная погрешность аппроксимации на участке. Управляющая переменная  $q$ , которая в начале программы принимается равной нулю, служит для присвоения переменной  $epsm$  значения максимальной погрешности  $emax$  на первом шаге сдвига узлов.

```

procedure lp2 (t1, t2, t3);
value t1, t2;
integer t1, t2, t3;
begin real e, emax, emin, epsm, x, x0, x1, x2, v1, v2,
      f0, f1, f2, c0, c1, c2, a0, a1, a2;
      integer l, j, g, q, signe, dx10, dx21;
      array em [1 : 4];
      integer array de [1 : 4], xd, xdn, dx [0 : 2];
      g := q := 0; epsm := 0;
      ap [t3, 1] := t1; ap [t3, 2] := xn + t1 × hx;
      ap [t3, 3] := t2; ap [t3, 4] := xn + t2 × hx;
m1 : if t2—t1 = 2 then
      begin xd [0] := t1; xd [1] := t1 + 1; xd [2] := t2;
          go to m4
      end;
m2 : if t2—t1 = 1 then
      begin ap [t3, 5] := ap [t3, 8] := 0; ap [t3, 7] := f [t1];
          ap [t3, 6] := (f [t2] — f (t1))/hx; go to fin
      end;
m3 : v1 := (t2 + t1)/2.0; v2 := (t2—t1)/2.0;
      xd [0] := entier (0.5 + (v1 — v2 × cos (0.5236)));
      xd [1] := entier (0,5 + (v1 — v2 × cos (1.570796)));
      xd [2] := entier (0.5 + (v1 — v2 × cos (2.618)));
m4 : f0 := f [xd [0]]; f1 := f [xd [1]]; f2 := f [xd [2]];
      x0 := xn + hx × xd [0]; x1 := xn + hx × xd [1];
      x2 := xn + hx × xd [2]; c0 := f0/(x0 — x1)/(x0 — x2);
      c1 := f1/(x1—x0)/(x1—x2); c2 := f2/(x2—x0)/(x2—x1);
      a2 := c0 + c1 + c2; a0 := c0 × x1 × x2 + c1 × x0 ×
          x2 + c2 × x0 × x1;
      a1 := — c0 × (x1 + x2) — c1 × (x0 + x2) — c2 × (x0 + x1)
      if g ≠ 0 then go to fin;
m5 : if t2—t1 = 2 then
      begin ap [t3, 5] := a2; ap [t3, 6] := a1;
          ap [t3, 7] := a0; ap [t3, 8] := 0; go to fin
      end;
m6 : for l := 1 step 1 until 4 do em [l] := 0;
      x := ap [t3, 2]; l := 1; emax := 0;
      signe := sign (f [t1] — ((a2 × x + a1) × x + a0));
      for j := t1 step 1 until t2 do
      begin e := f [j] — ((a2 × x + a1) × x + a0);
          if abs (e) > emax then emax := abs (e);
          if e ≠ 0 ∧ sign (e) ≠ signe then
              begin signe := sign (e); l := l + 1 end;
          if abs (e) > em [l] then em [l] := abs (e);
  
```

```

    x := x + hx
end;
m7 : if q = 0 then begin q := 1; go to m8 end;
    if emax > epsm then go to fin;
m8 : epsm := emax; ap [t3, 5] := a2; ap [t3, 6] := a1;
    ap [t3, 7] := a0; ap [t3, 8] := epsm/fmax; emin := em [1];
    for l := 1 step 1 until 4 do
        if em [l] - emin then emin := em [l];
    for l := 1 step 1 until 4 do
        if (em [l] > emin)/emax <= 0.1 then de [l] := 0
        else de [l] := 1;
m9 : if de [4] = 1 then
    begin if xd [2] < t2 then dx [2] := 1 else dx [2] := 0 end;
    if de [1] = 0 then go to m13;
    if xd [0] > t1 then dx [0] := -1 else dx [0] := 0;
    if de [2] = 0 then go to m11;
    if de [3] = 0 then go to m10;
    if de [4] = 0 then
        begin dx [1] := -2; dx [2] := -3; go to m17 end;
m10 : if de [4] = 0 then
    begin dx [1] := -3; dx [2] := -2; go to m17 end;
    dx [1] := -2; go to m17;
m11 : if de [3] = 0 then go to m12;
    if de [4] = 0 then
        begin dx [1] := 1; dx [2] := -1; go to m17 end;
        dx [1] := 2; go to m17;
m12 : if de [4] = 1 then begin dx [1] := 0; go to m17 end
    else begin dx [1] := -5; dx [2] := -5; go to m17 end;
m13 : if de [2] = 0 then go to m15;
    if de [3] = 0 then go to m14;
    if de [4] = 0 then
        begin dx [0] := 1; dx [1] := 0; dx [2] := -1; go to m17
        end;
        dx [0] := 3; dx [1] := 2; go to m17;
m14 : if de [4] = 0 then
    begin dx [0] := 1; dx [1] := -2; dx [2] := -1; go to
    m17 end;
    dx [0] := 1; dx [1] := -1; go to m17;
m15 : if de [3] = 0 then go to m16;
    if de [4] = 0 then
        begin dx [0] := 1; dx [1] := 2; dx [2] := -1; go to m17
        end;
        dx [0] := 2; dx [1] := 3; go to m17;
m16 : if de [4] = 0 then go to fin;
    dx [0] := dx [1] := 5;
m17 : for l := 0 step 1 until 2 do xdn [l] := xd [l] + dx [l];
    dx 10 := xdn [1] - xdn [0]; dx 21 := xdn [2] - xdn [1];
    if dx 10 > 0 then go to m18;

```



```

g := 1; dx [1] := dx [1] — sign (dx [1]);
if dx [0] > 0 then dx [0] := dx [0] — sign (dx [0]);
go to m17;
m18 : if dx [2] > 0 then go to m19;
g := 1; dx [1] := dx [1] — sign (dx [1]);
if dx [2] < 0 then dx [2] := dx [2] — sign (dx [2]);
go to m17;
m19 : for l : 0 step 1 until 2 do xd [l] := xdn [l];
go to m4;
fin : end;

```

Программа приближения функции рядом Уолша. Программа предназначена для вычисления коэффициентов ряда Уолша для заданной функциональной зависимости и определения минимального числа членов ряда, необходимого для приближения представления функции с заданной степенью точности  $\epsilon$ .

В результате работы программы формируется массив  $ap$ . Число столбцов этого массива равно трем, а количество строк определяется числом точек, в которых вычисляются значения функции. Первый столбец массива  $ap$  отводится для занесения индекса коэффициента ряда Уолша, который однозначно определяет аналитическое выражение функции Уолша, во второй столбец массива  $ap$  записываются коэффициенты ряда Уолша, а третий столбец служит для занесения значения относительной погрешности, которая получается при аппроксимации функции числом членов ряда Уолша, равным количеству заполненных строк массива  $ap$ .

Всю программу можно разбить на две части. В первой части программы вычисляются все  $n$  коэффициентов ряда Уолша, а во второй части программы определяются те члены ряда, которые необходимы для аппроксимации функции с заданной погрешностью  $\epsilon$ . В программе реализован способ построения ряда, описанный в четвертой главе. Коэффициенты ряда Уолша вычисляются в программе по формуле (4-16).

В программе используются следующие обозначения переменных:  $walsh$  определяет значение функции Уолша,  $sigma$  — десятичный эквивалент двоичного набора,  $s, l$  — индексы функций Уолша,  $q$  — наибольший по модулю коэффициент ряда,  $epsa$  — заданная абсолютная погрешность,  $emax$  — текущая наибольшая погрешность.

```

begin real eps, epsa, emax, fmax, sum, q;
integer m, n, k, s, i, j, l, p, sigma, walsh;
array sv [1 : 14];
read (eps);
read tape (svl, sv);
m := sv [1]; n := sv [2]; fmax := sv [7];
begin array f [0 : n-1], ap [0 : n-1, 1 : 3];
integer array v [1 : m], t [0 : m];
read tape (fl, f);
v [m] := 1;
for k := m-1 step -1 until 1 do v [k] := v [k + 1] × 2;
epsa := eps × fmax;
for s := 0 step 1 until n-1 do
begin sum := 0; t [0] := s;
for k := 1 step 1 until m do
begin i := k-1;
t [k] := if t [i] ≥ 0 then t [i] — v [k]

```

```

    else  $t [i] + v [i] - v [k]$ 
end;
for  $i := 0$  step 1 until  $n-1$  do
begin  $p := 0$ ;  $\sigma := i$ ;
  for  $k := 1$  step 1 until  $m$  do
    begin  $\sigma :=$  if  $\sigma \geq 0$  then  $\sigma - v [k]$ 
      else  $\sigma + v [k-1] - v [k]$ ;
      if  $\sigma \geq 0 \wedge t [k] \geq 0$  then  $p := p + 1$ 
    end;
     $walsh :=$  if  $(p \div 2) \times 2 = p$  then 1 else -1;
     $sum := sum + walsh \times f [i]$ 
  end;
   $ap [s, 2] := sum/n$ ;  $ap [s, 1] := s$ 
end;
 $j := 0$ ;
m1 :  $q := ap [j, 2]$ ;  $l := j$ ;
  for  $s := j + 1$  step 1 until  $n-1$  do
    if  $abs (ap [s, 2]) > abs (q)$  then
      begin  $q := ap [s, 2]$ ;  $l := ap [s, 1]$  end;
     $ap [l, 1] := ap [j, 1]$ ;  $ap [l, 2] := ap [j, 2]$ ;
     $ap [j, 1] := l$ ;  $ap [j, 2] := q$ ;
m2 :  $t [0] := l$ ;  $emax := 0$ ;
  for  $k := 1$  step 1 until  $m$  do
    begin  $j := k-1$ ;
       $t [k] :=$  if  $t [j] \geq 0$  then  $t [j] - v [k]$ 
      else  $t [j] + v [j] - v [k]$ 
    end;
  for  $i := 0$  step 1 until  $n-1$  do
    begin  $p := 0$ ;  $\sigma := i$ ;
      for  $k := 1$  step 1 until  $m$  do
        begin  $\sigma :=$  if  $\sigma \geq 0$  then  $\sigma - v [k]$ 
          else  $\sigma + v [k-1] - v [k]$ ;
          if  $\sigma \geq 0 \wedge t [k] \geq 0$  then  $p := p + 1$ 
        end;
         $walsh :=$  if  $(p \div 2) \times 2 = p$  then 1 else -1;
         $f [i] := f [i] - walsh \times q$ ;
        if  $abs (f [i]) > emax$  then  $emax := abs (f [i])$ 
      end;
     $ap [j, 3] := emax/fmax$ ;  $j := j + 1$ ;
    if  $emax > epsa$  then go to m1;
    begin array  $prap [0 : j-1, 1 : 3]$ ;
      lp 3 ( $ap, prap$ );
      print ( $prap$ );
       $sv [14] := j$ ;
      write tape ( $sv, svl$ );
      write tape ( $prap, prapl$ )
    end
  end
end

```

end  
end

**Программа приближения функции рядом Хаара.** Программа предназначена для вычисления коэффициентов ряда Хаара для заданной функции и определения минимального числа членов ряда, необходимого для приближенного представления функции с заданной относительной погрешностью  $eps$ .

Программа построена таким образом, что сначала вычисляются все коэффициенты ряда Хаара, а затем определяются члены ряда, которые обеспечивают приближение функции с заданной погрешностью  $eps$ . Коэффициенты ряда вычисляются по формулам (4-20) — (4-22), приведенным в четвертой главе.

В программе приняты следующие условные обозначения:  $sp$  — сумма значений функции  $f(x)$ , входящая в формулу (4-22) со знаком плюс;  $sn$  — сумма значений функции  $f(x)$ , входящая в формулу (4-22) со знаком минус;  $s$  — текущий номер коэффициента ряда Хаара (строка массива  $ap$ );  $l$  — число точек на полуинтервале задания функции Хаара с номером  $i$ ;  $t$  — число функций Хаара в группе с номером  $i$ ;  $pl1$  и  $ph1$  — соответственно номер первой и последующей точек первого подмножества точек аргумента, на котором функция Хаара принимает значение  $+1$ ;  $pl2$  и  $ph2$  — соответственно номер первой и последней точек второго подмножества точек аргумента, на котором функция Хаара принимает значение  $-1$ ;  $q$  — наибольший по модулю коэффициент с порядковым номером  $j$ , принадлежащий группе с номером  $i$ .

```
begin real eps, epsa, emax, fmax, sum, sn, sp, q;  
integer i, j, k, l, m, n, il, t, s, p, pl1, ph1, pl2, ph2;  
array sv [1 : 14];  
read (eps);  
read tape (svl, sv);  
m : sv [1]; n := sv [2] fmax := sv [7];  
begin array f [0 : n-1], ap [0 : n-1, 1 : 4];  
read tape (fl, f);  
epsa := eps × fmax; sum := 0;  
m0 : for k := 0 step 1 until n-1 do sum := sum + f [k];  
ap [0, 1] := ap [0, 2] := 0; ap [0, 3] := sum/n;  
m1 : for i := 1 step 1 until m do  
begin l := 2 ↑ (m-i); t := 2 ↑ (i-1);  
for j := 1 step 1 until t do  
begin sn := sp := 0; s := t + j-1;  
pl1 := 2 × l × (j-1); ph1 := pl1 + l-1;  
pl2 := ph1 + 1; ph2 := pl2 + l-1;  
for k := pl1 step 1 until ph1 do sp := sp + f [k];  
for k := pl2 step 1 until ph2 do sn := sn + f [k];  
ap [s, 1] := i; ap [s, 2] := j; ap [s, 3] := 0.5 ×  
(sp-sn)/l  
end  
end;  
s := 0;  
m2 : p := s; i := ap [s, 1]; j := ap [s, 2]; q := ap [s, 3];  
for k := s + 1 step 1 until n-1 do  
if abs (ap [k, 3]) > abs (q) then
```

```

begin p := k; i := ap [k, 1]; j := ap [k, 2]; q := ap [k, 3]
end;
for il := 1 step 1 until 3 do ap [p, il] := ap [s, il];
ap [s, 1] := i; ap [s, 2] := j; ap [s, 3] := q;
m3 : if p = 0 then
begin for k := 0 step 1 until n-1 do f [k] := f [k] - q;
go to m4
end;
l := 2 ↑ (m-i); pl1 := 2 × l × (j-1); ph1 := pl1 +
l - 1;
pl2 := ph1 + 1; ph2 := pl2 + l - 1;
for k := pl1 step 1 until ph1 do f [k] := f [k] - q;
for k := pl2 step 1 until ph2 do f [k] := f [k] + q;
m4 : emax := 0;
for k := 0 step 1 until n-1 do
if abs (f [k]) > emax then emax := abs (f [k]);
ap [s, 4] := emax/fmax; s := s + 1;
if emax > epsa then go to m2;
begin array prap [0 : s-1, 1 : 4];
lp3 (ap, prap);
print (prap);
sv [14] := s-1;
write tape (sv, sol);
write tape (prap, prapl)
end
end
end
end

```

**Программа расчета цепных сеток.** Программа предназначена для определения проводимостей резисторов связи цепной сетки.

Исходными данными для работы программы являются: число узлов сетки  $n$ , выходная проводимость сетки  $y_0$ , проводимость нагрузки  $y_{lo}$ , коэффициенты передачи источников напряжения  $U_i$  на выход  $k_i^*$  и внутренние проводимости этих источников  $Y_i$ . Коэффициенты передачи и внутренние проводимости представлены в программе в виде одного массива  $ky$  [1 :  $n$ , 1 : 2]. Первый элемент  $i$ -й строки этого массива соответствует коэффициенту передачи, а второй — внутренней проводимости.

В результате работы программы определяются проводимости связи цепной сетки  $y_j$ , которые сохраняются в массиве  $y$  [1 ;  $n$ ].

Программа осуществляет последовательное вычисление по формулам (3-28), (3-29) и проверяет условие (3-30), выполнение которого обеспечивает получение положительного значения проводимости связи. Если же эти условия не выполняются, то программа печатает сообщение о том, что дальнейший расчет не имеет смысла.

В программе используются следующие обозначения:  $y_{ro}$  — правая проводимость  $i-1$ -го узла  $Y''_{i-1}$ ,  $y_{rn}$  — правая проводимость  $i$ -го узла  $Y''_i$ ,  $y_{ln}$  — левая проводимость  $i$ -го узла  $y'_i$ ,  $k$  — коэффициент передачи из текущего узла в предшествующий  $K_{i,i-1}$ ,  $p$  — множитель коэффициента передачи,  $Q$  — коэффициент передачи первого источника на выход.

```

begin real yo, ylo, yrn, k, p, q, h;
integer i, n;

```

```

read (yo, ylo, n);
begin array ky [1 : n, 1 : 2], y [1 : n];
  read (ky);
  for i := 2 step 1 until n do ky [i, 1] := ky [i, 1]/ky [1, 1];
  yro := yo - ky [1, 2];
  q := ky [1, 2]/(yro + ylo + ky [1, 2]); p := 1/q;
  for i := 2 step 1 until n do
    begin h := (ky [i-1, 2] + yro + ylo) × ky [i, 1];
      if yro × p ≤ h ∨ ky [i, 2] × p ≤ h then
        begin print text (расчет невозможен);
          go to fin
        end;
      yrn := ky [i, 2] × yro × p/ky [i, 1]/(yro + ylo +
        ky [i-1, 2]) - ky [i, 2];
      y [i-1] := ky [i, 2] × yro × p/(ky [i, 2] × p -
        ky [i, 1] × (yro + ylo + ky [i-1, 2]));
      k := y [i-1]/(y [i-1] + ylo + ky [i-1, 2]);
      yln := k × (ylo + ky [i-1, 2]);
      p := p × k; yro := yrn; ylo := yln
    end;
  y [n] := yrn;
  print (y);
fin : end
end

```

### 11-3. Моделирование цифро-аналоговых функциональных преобразователей

Проверка правильности работы разрабатываемой схемы связана с выполнением большого объема работы, которая включает в себя изготовление макета схемы и исследование этого макета. В процессе такого исследования обычно выявляются ошибки, допущенные при проектировании и оформлении схемы, анализируется точность работы схемы и влияние на точность работы изменений отдельных параметров и условий ее эксплуатации. Проверка точности работы схемы состоит, как правило, в измерении выходных величин для всех значений входного кода и в последующей обработке результатов измерений. Необходимость просмотра всех значений входного кода объясняется тем, что аналитические методы анализа точности работы схем позволяют, как правило, определить либо приближенное значение максимальной погрешности без учета знаков погрешностей параметров схемы, либо среднеквадратическое значение погрешности при условии, что отклонения параметров схемы являются случайными величинами и распределены по нормальному закону [6, 21].

Моделирование схем преобразователя на ЦВМ не заменяет этапа макетирования, однако оно позволяет сократить общее время, затрачиваемое на проверку правильности работы схемы, за счет следующего:

- 1) обнаружения ошибок, допущенных при расчете и оформлении схемы,
- 2) получения предварительных сведений о точности работы схемы,
- 3) исследования влияния погрешностей параметров схемы на точность ее работы,

- 4) определения области значений входных величин, соответствующих наибольшему значению погрешности на выходе.

Необходимо отметить также, что моделирование позволяет определить требуемую точность изготовления элементов схемы.

Моделирование схем преобразователей заключается в том, что в цифровую машину вводится программа, описывающая работу схемы, и программа, имитирующая сигналы, подаваемые на ее вход. В результате работы этих программ получаются значения выходных величин, соответствующие заданным входным воздействиям.

Программа, описывающая работу схемы, которую в дальнейшем будем называть моделью схемы, должна учитывать, из каких блоков состоит схема и как эти блоки соединены между собой. Для построения модели цифро-аналогового преобразователя необходимо иметь описания блоков двух типов: цифровых и аналоговых. Аналоговые блоки преобразователей описываются, как правило, аналитическими зависимостями, которые могут быть представлены в программе в виде арифметических выражений. Цифровые блоки преобразователей представляют собой логические схемы, реализующие системы переключательных функций.

Особенность переключательных функций, входящих в такие системы, заключается в том, что они обычно принимают значения, равные единице на некотором множестве соседних наборов входного кода. Задание таких функций целесообразно выполнять путем указания первой  $x'_j$  и последней  $x''_j$  граничной точки множества соседних наборов, для которых переключательная функция  $\varphi_j(\vec{x}) = 1$ . Необходимо отметить, что такой способ задания является универсальным, поскольку всякая переключательная функция может быть определена совокупностью множеств наборов аргументов, для которых она обращается в единицу.

Описанный способ задания системы переключательных функций может быть реализован в машине следующим образом. Запишем все граничные точки функций системы в массив  $bn [1 : v]$ , верхняя граница которого  $v$  определяется при вводе данных в машину. Каждой переключательной функции отведем в этом массиве определенную область, а в первой ячейке каждой области запишем число множеств значений кода  $v_j$ , на которых функция обращается в единицу. При этом граничные точки этих множеств расположим в массиве последовательно, начиная со второй ячейки области. Тогда начало области  $a_j$  с индексом  $j$ , соответствующей функции  $\varphi_j(\vec{x})$ , может быть определено путем суммирования размеров областей с индексами  $i < j$ :

$$a_j = 1 + \sum_{i=1}^{j-1} (2v_i + 1),$$

Определение значений функций, перечисленных в массиве  $bn$ , для заданного набора кода  $x$  выполняется с помощью условного оператора, который проверяет условия  $x' < x$  и  $x < x''$  и присваивает функции значение, равное единице, если оба условия выполняются хотя бы для одного множества, задающего рассматриваемую функцию.

Для описания связей между блоками модели предусмотрен массив  $lk [1 : v]$ , размеры которого могут изменяться в зависимости от сложности схемы. При описании преобразователя для выхода каждого блока в этом массиве отводится один элемент, которому присваивается значение соответствующей ему выходной переменной при каждом изменении входных сигналов. Принятый способ организации связи между блоками в программе моделирования, позволяет легко изменять связи между блоками путем изменения индексов элементов массива  $lk$ , а также позволяет использовать модели типовых блоков (например, линейных преобразователей кода в напряжение, операционных усилителей и т. п.), хранящихся в библиотеке стандартных процедур. В последнем случае за выходами типовых блоков закрепляются определенные элементы массива  $lk$ . Заметим, что значения входных переменных также сохраняются в массиве  $lk$ .

Описанная модель цифро-аналогового ФП позволяет проверять правильность работы подобных устройств путем вычисления значений выходных величин для различных значений входных переменных и оценивать точность

их работы, сравнивая полученные значения выходных переменных с соответствующими значениями заданной функциональной зависимости.

Для исследования влияния погрешностей параметров схемы на точность ее работы в программе предусмотрены специальные массивы: массив параметров  $p$  [1 :  $n$ ] и массив текущих значений параметров  $pt$  [1 :  $n$ ].

Влияние погрешностей можно было бы исследовать путем создания приращений отдельных параметров или группы параметров и оценки погрешности выходной величины, соответствующей такому приращению. Если необходимо просмотреть все возможные сочетания приращений параметров схемы, то такой процесс можно представить в виде дерева. Пример такого

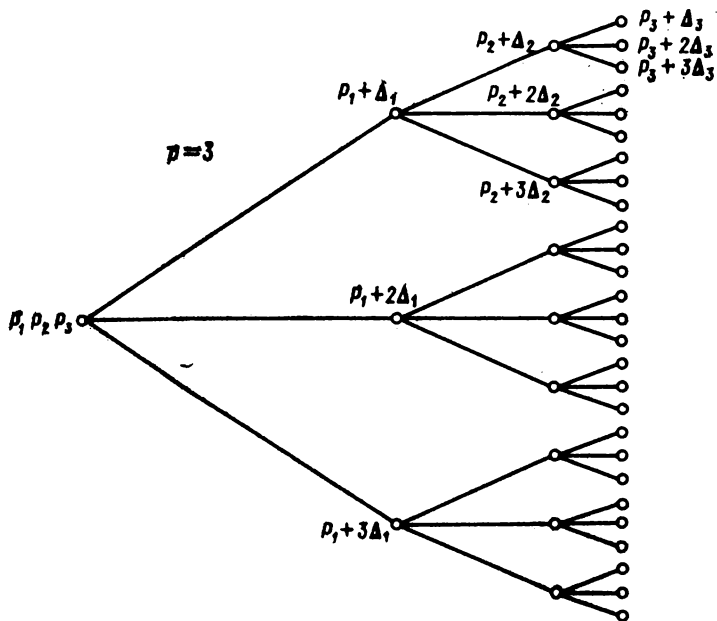


Рис. 11-1. Дерево приращений параметров  $P_1, P_2, P_3$

дерева для трех параметров, каждый из которых может иметь три значения приращения, приведен на рис. 11-1. Число ребер, исходящих из каждого узла дерева, определяется числом приращений соответствующего параметра, а число ярусов дерева — числом различных параметров. Если каждое ребро, входящее в узел  $i$ -го яруса, нагрузить приращением  $\Delta_i$ , а каждый узел этого яруса — значением параметра  $P_i + \Delta_i$ , то каждый путь, исходящий из начального узла и заканчивающийся в одном из узлов последнего яруса, дает значение параметров с определенным сочетанием приращений. Если теперь обозначить число ярусов дерева  $p$ , а число ребер, исходящих из каждого узла считать одинаковым и равным  $q$ , то число различных путей в таком дереве равно степени  $q^p$ . Просмотр всех путей дерева приращений параметров может быть реализован в виде программы, состоящей из вложенных циклов. Число вложенных циклов в такой программе определяется числом ярусов дерева, а число повторений каждого цикла — числом приращений соответствующего параметра.

Программа, построенная с применением вложенных циклов, получается достаточно сложной, поскольку число параметров в реальных схемах может

достигать тридцати или даже пятидесяти. Полный просмотр всех путей дерева при большом числе параметров связан со значительными затратами машинного времени, и поэтому практически не используется.

Для исследования схем преобразователей с большим числом параметров программа моделирования, на наш взгляд, должна обладать следующими основными возможностями:

- 1) допускать просмотр любого заданного пути дерева приращений параметров,
- 2) допускать просмотр всех путей, исходящих из заданного узла дерева приращений параметров,

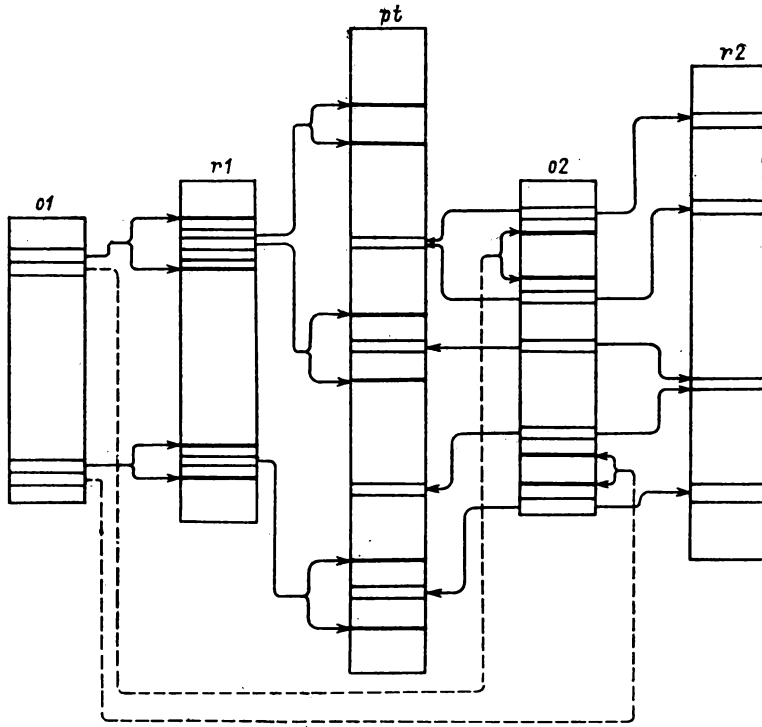


Рис. 11-2. Связь между массивами программы моделирования

3) допускать возврат после просмотра указанных путей в исходный узел дерева,

4) допускать использование приращений разной величины и разных знаков,

5) допускать использование случайных приращений параметров с заданным законом распределения,

6) программа должна быть достаточно гибкой и работать согласно плану, задаваемому разработчиком схемы.

Рассмотрим один из возможных способов построения программы моделирования, обладающей перечисленными свойствами. Работа такой программы происходит согласно плану, задаваемому управляющими массивами  $o1$ ,  $o2$ ,  $r1$ ,  $r2$ , которые составляют разработчиком схемы и являются исходными данными для работы программы. Кроме управляющих массивов, в



программе моделирования используются системные массивы, записанные на магнитную ленту: массив заданных значений относительных погрешностей  $e$ , массив заданных значений дисперсий  $d$  и массив параметров схемы  $p$ , который может быть получен в результате работы программ расчета.

Основу программы моделирования составляют два вложенных цикла, которые мы назовем внешним и внутренним. Внешний цикл программы обеспечивает изменение одного параметра, группы параметров или нескольких групп параметров на величину  $\pm \Delta_i$ , указанную в программе работы. Если при этом величину приращения выбрать пропорциональной целому числу шагов  $\Delta_i$ , то изменения параметров, выполняемые циклом, соответствуют выбору определенного узла дерева приращений параметров. Работой этого цикла управляют элементы массива  $o1$  и  $r1$ .

В массиве  $o1$  элементы  $o1 [j, 1]$  и  $o1 [j, 2]$  определяют соответственно начало и конец группы строк массива  $r1$ , а элементы  $o1 [j, 3]$  и  $o1 [j, 4]$  задают индексы начала и конца группы строк массива  $o2$ , определяющего план работы внутреннего цикла в текущем такте моделирования. Общее число тактов моделирования при этом определяется числом строк массива  $o1$ .

Каждая строка массива  $r1$  состоит из семи элементов. Первый элемент  $r1 [i, 1]$  определяет номер стандартной погрешности в массиве  $e$ , которая используется для формирования приращения  $\Delta_k$ , и знак приращения в случае детерминированного значения  $\Delta_k$  или номер элемента массива значений дисперсий  $d$  при формировании случайных приращений. Элемент  $r1 [i, 2]$  определяет способ формирования приращения и указывает тип закона распределения при случайном способе формирования. Элемент  $r1 [i, 3]$  используется как указатель необходимости восстановления значения параметра после выполнения текущего такта моделирования. Значения переменных  $r1 [i, 4]$  и  $r1 [i, 5]$  определяют соответственно первый и последний параметры в группе, обрабатываемой в текущем такте.

Элементы  $r1 [i, 6]$  и  $r1 [i, 7]$  задают соответственно начало и конец группы строк массива  $o2$ , устанавливающих план работы внутреннего цикла в текущем такте моделирования.

Внутренний цикл обеспечивает просмотр путей дерева приращений параметров, исходящих из узла, заданного внешним циклом. Каждая строка массива  $o2$ , управляющего работой внутреннего цикла, состоит из двух элементов. Первый элемент  $o2 [l, 1]$  определяет номер изменяемого параметра в массиве  $pt$ , а второй элемент  $o2 [l, 2]$  — режим его изменения, т. е. строку в массиве  $r2$ .

Строки массива  $r2$  состоят из четырех элементов, причем первые три элемента  $r2 [s2, 1]$ ,  $r2 [s2, 2]$ ,  $r2 [s1, 3]$  определяют во внутреннем цикле те же величины, что и первые три элемента массива  $r1$ . Четвертый элемент  $r2 [s2, 4]$  задает количество приращений рассматриваемого параметра, т. е. число повторений внутреннего цикла.

Необходимо отметить, что различные элементы массива  $o2$  могут указывать на одни и те же строки массивов  $pt$  и  $r2$ . Возможность таких ссылок приводит к сокращению размеров массива  $r2$ .

Основные связи между управляющими массивами программы моделирования изображены на рис. 11-2. Основная часть программы моделирования, работающая с управляющими массивами, приводится ниже.

```
begin integer n, n1, n2, m, m1, m2;  
  read (n, n1, n2, m, m1, m2);  
  begin integer i1, i, j, k, l, c1, c2, s1, s2;  
    real w1, w2;  
    array p, pt [1 : n], e, d [1 : m];  
    integer array o1 [1 : n1, 1 : 4], o2 [1 : m1, 1 : 2],  
      r1 [1 : n2, 1 : 5], r2 [1 : m2, 1 : 4];  
    procedure lp4;  
    procedure lp5;
```

```

read (o1, o2, r1, r2);
read tape (p, e, d);
for i := 1 step 1 until n do pt [i] := p [i];
for j := 1 step 1 until n1 do
begin for i := o1 [j, 1] step 1 until o1 [j, 2] do
begin c1 := r1 [i, 2];
for i := r1 [i, 4] step 1 until r1 [i, 5] do
begin w1 := if c1 = 1 then lp4 (i, i1) else
if c1 = 2 then lp5 (i, i1) else e [abs (r1 [i, 1])];
pt [i1] := p [i1] × w1 × sign (r1 [i, 1]) +
pt [i1]
end
end;
for l := o1 [j, 3] step 1 until o1 [j, 4] do
begin s1 := o2 [l, 1]; s2 := o2 [l, 2]; c2 := r2 [s2, 2];
w2 := if c2 = 1 then lp4 (s2, s1) else
if c2 = 2 then lp5 (s2, s1) else e [abs (r2 [s2, 1])];
for k := 1 step 1 until r2 [s2, 4] do
begin pt [s1] := pt [s1] + p [s1] × w2 × sign
(r2 [s2, 1]);
comment здесь должны быть расположены про-
грамма создания входных сигналов и описание
модели;
end;
if r2 [s2, 3] = 1 then
pt [s1] := pt [s1] - p [s1] × w2 × sign (r2 [s2,
1]) + r2 [s2, 4]
else if r2 [s2, 3] = 2 then pt [s1] := p [s1]
end;
for i := o1 [j, 1] step 1 until o1 [j, 2] do
begin for i1 := r1 [i, 4] step 1 until r1 [i, 5] do
if r1 [i, 3] = 1 then
pt [i1] := pt [i1] - p [i1] × e [abs (r1 [i, 1])] ×
sign (r1 [i, 1])
else if r1 [i, 3] = 2 then pt [i1] := p [i1]
end
end
end
end
end
end
end

```

В программе моделирования первый оператор цикла с параметром  $i$  выполняет пересылку значений параметров схемы из массива  $p$ , в массив текущих параметров  $pt$ . Оператор цикла с параметром  $j$  осуществляет просмотр строк массива  $o1$  и управляет работой внешнего цикла программы. Следующий за ним оператор с параметром цикла  $i$  выполняет изменения во внешнем цикле заданной группы схемы параметров.

Оператор с параметром цикла  $l$  управляет работой внутреннего цикла программы, в котором производится последовательное изменение одного элемента массива  $pt$  и последующее его восстановление. После окончания работы цикла с параметром  $l$  выполняется следующий оператор с параметром

цикла  $i$ , который осуществляет восстановление значений параметров схемы, изменявшихся во внешнем цикле программы.

Стандартные процедуры  $lp4$  и  $lp5$ , используемые в программе, служат для получения случайных приращений параметров. Процедура  $lp4$  обеспечивает формирование приращения с нормальным законом, а процедура  $lp5$  — с равномерным законом распределения.

В заключение отметим, что описанная программа позволяет существенно сократить затраты машинного времени на моделирование схем за счет составления плана работы программы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгоритмический язык АЛГОЛ-60. (Пер. с англ.) Под ред. А. П. Ершова, М. С. Лаврова, М. Р. Шура-Бура. М., «Мир», 1965. 79 с.
2. Ахизер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. М., «Наука», 1965, 407 с. с ил.
3. Балашов Е. П., Смолов В. Б. Электронный вычислитель для акустического каротажа. — «Изв. вузов. Приборостроение», 1965, № 2, с. 80—85.
4. Балашов Ю. К., Куприянов Б. И. К вопросу о вычислении гиперболических функций аппаратным способом. — В кн.: Вычислительная техника. Минск, Белорусский государственный университет имени В. И. Ленина, 1969, с. 89—90.
5. Беки Д., Карплюс У. Теория и применение гибридных вычислительных систем. (Пер. с англ.) М., «Мир», 1970. 483 с. с ил.
6. Быховский М. Л. Основы динамической точности электрических и механических цепей. М., Изд-во АН СССР, 1958. 155 с. с ил.
7. Вавилов Е. Н., Портной Г. П. Синтез схем электронных цифровых машин, М., «Советское радио», 1963, 439 с. с ил.
8. Гайдамака В. М., Смолов В. Б. Инвариантное преобразование напряжение—код. — «Автоматика», 1967, № 2, с. 30—37.
9. Гинзбург С. А. Математическая непрерывная логика и изображение функций. М., «Энергия», 1968, 136 с. с ил.
10. Гинзбург С. А., Любарский Ю. Я. Функциональные преобразователи с аналого-цифровым представлением информации. М., «Энергия», 1973. 105 с. с ил.
11. Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., Физматгиз, 1962. 476 с. с ил.
12. Гутер Р. С., Кудрявцев Л. Д., Левитан Б. М. Элементы теории функций. М., Физматгиз, 1963. 244 с. с ил.
13. Закревский А. Д. Визуально-матричный метод минимизации булевых функций. — «Автоматика и телемеханика», 1960, т. 21, № 3, с. 369—373.
14. Иванов В. И., Фомичев В. С. Построение логических схем для систем переключаемых функций с помощью ЦВМ. — «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1971, вып. 93, ч. 2, с. 43—46 с ил.
15. Кантор Е. Л., Смолов В. Б. Мостовые вычислительные устройства. Л., «Энергия», 1971, 176, с. с ил.
16. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., «Наука», 1969. 575 с. с ил.
17. Карпов Р. Г. Техника частотно-импульсного моделирования. «Машиностроение», 1969. 247 с. с ил.
18. Классификатор комбинированных вычислительных устройств с дискретно-управляемыми параметрами (КВУ-ДП). Под общ. ред. К. А. Сапожкова, М. М. Сергеева. Ч. I. Пенза, 1971. 324 с. с ил. Ч. II. Пенза, 1972. 178 с.
19. Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., Физматгиз, 1962. 404 с. с ил.
20. Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. (Пер. с англ.) Ч. 2. М., «Мир», 1969. 312 с. с ил.

21. Лебедев А. Н. Счетно-решающие устройства. М., «Машиностроение», 1966. 424 с. с ил.

22. Маслов А. А., Киселев В. А. Структурные методы повышения технологичности конструкций функциональных преобразователей.— В кн.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника. Под ред. В. Б. Ушакова. Вып. 4. М., «Советское радио», 1971, с. 274—283.

23. Маслов А. А., Пурлов Ю. Г. Универсальный ФП на принципе квадратичной аппроксимации.— «Автоматика и телемеханика», 1960, № 2, с. с. 237—244 с ил.

24. Математический анализ. М., Физматгиз, 1961, 439 с. Авт.: В. Л. Данилов, А. Н. Иванова, Е. К. Исакова, Л. А. Люстерник, Г. С. Салехов, А. П. Хованский, Л. Я. Цлаф, А. Р. Янпольский.

25. Люстерник Л. А., Червоненкис О. А., Янпольский А. Р. Математический анализ. М., Физматгиз, 1963. 247 с. с ил.

26. Миллер Р. Е. Теория переключательных схем. М., «Наука», 1970. Т. 1. 416 с. Т. 2. 304 с. с ил.

27. Нетребенко К. А. Цифровые автоматические компенсаторы. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961. 175 с. с ил.

28. Никитенко С. Г., Смолов В. Б., Угрюмов Е. П. Время-импульсный аппроксиматор для тангенсных функций.— «Приборы и системы управления», 1972, № 2, с. 30—31.

29. Об одной возможности построения цифро-аналоговых функциональных преобразователей.— «Автоматика», 1966, № 2, с. 90—98. с ил. Авт.: И. И. Коршевер, В. Б. Смолов, П. П. Твердохлеб, В. С. Фомичев.

30. Опалева Э. А., Смолов В. Б., Фомичев В. С. Воспроизведение элементарных функций схемами с одним цифровым сопротивлением.— «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1969, вып. 85, с. 3—12.

31. Паламарюк Г. О. Методы построения частотно-импульсных аналогов и анализа их работы.— «Труды IV Всесоюзной конференции семинара по теории и методам математического моделирования», М., 1964, с. 112—117.

32. Петров Б. К., Смолов В. Б., Угрюмов Е. П. Время-импульсный логарифмический преобразователь на транзисторах.— «Измерительная техника», 1963, № 9, с. 29—32.

33. Поляк Б. Т., Шрейдер Ю. А. Применение полиномов Уолша в приближенных вычислениях.— В кн.: Вопросы теории математических машин. Вып. 2. М.—Л., Физматгиз, 1962, с. 174—190.

34. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи. Л., «Энергия», 1967, 312 с. с ил. Авт.: В. Б. Смолов, Н. А. Смирнов, Е. П. Угрюмов, В. К. Шмидт, В. С. Фомичев, Е. А. Чернявский, Р. И. Грушвицкий.

35. Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. Киев, «Наукова думка», 1967, 567 с. с ил.

36. Ремез Е. Я. Основы численных методов Чебышевского приближения. Киев, «Наукова думка», 1969. 624 с. с ил.

37. Смолов В. Б. Функциональный кодирующий преобразователь. Авт. свид. № 318962.— «Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки», 1971, № 32.

38. Смолов В. Б. Аналого-цифровое вычислительное устройство. Авт. свид. № 243285.— «Бюллетень изобретений», 1969, № 16.

39. Смолов В. Б. Квадратичный активный декодирующий преобразователь код—напряжение. Авт. свид. № 186206.— «Бюллетень изобретений», 1966, № 18.

40. Смолов В. Б. Цифро-аналоговое автоматическое вычислительное устройство. Авт. свид. № 131911.— «Бюллетень изобретений», 1960, № 18.

41. Смолов В. Б. Функциональный преобразователь цифровой величины в непрерывную. Авт. свид. № 131108.— «Бюллетень изобретений», 1960, № 16.

42. Смолов В. Б. Универсальные кодирующие преобразователи для автоматических измерительных систем.— «Измерительная техника» 1961, № 11. с. 30—35.

43. Смолов В. Б. Электронные кодирующие и декодирующие функциональные преобразователи. — «Автоматика и телемеханика», 1961, т. 22, № 2, с. 209—215.

44. Смолов В. Б. Универсальные кодирующие преобразователи для автоматических измерительных систем. — «Электрические измерения», 1961, № 11, с. 30—35.

45. Смолов В. Б. Квадратический преобразователь код—ток. — «Измерительная техника», 1967, № 2, с. 28—30.

46. Смолов В. Б. Гибридный кусочно-квадратичный функциональный преобразователь. — «Приборы и системы управления», 1967, № 6, с. 1—3.

47. Смолов В. Б. Цифро-аналоговые функциональные преобразователи. — «Автоматика», Изд-во АН УССР, 1963, № 3, с. 23—32.

48. Смолов В. Б. Основные направления разработки аналого-цифровых вычислительных устройств в ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина). — В кн.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника. Вып. 3. М., «Советское радио», 1969, с. 54—57.

49. Смолов В. Б. Состояние и перспектива развития техники функционального преобразования. — В кн.: Преобразование и представление информации в управляющих и информационно-вычислительных электронных машинах. Л., ЛДНТП, 1970, с. 1—3.

50. Смолов В. Б. Многофункциональные электронные цифро-аналоговые устройства. — В кн.: Проектирование многофункциональных и комбинированных устройств вычислительной техники. Л., ЛДНТП, 1971, с. 3—7.

51. Смолов В. Б. Множительно-тангенсные комбинированные вычислительные устройства. — «Изв. вузов, Приборостроение», 1972, т. 15, № 2, с. 53—57.

52. Смолов В. Б. Электронные делительные преобразователи с цифровыми отсчетами. — «Измерительная техника», 1958, № 6, с. 67—69.

53. Смолов В. Б. Циклические функциональные преобразователи числа импульсов. — «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1961, вып. 46, с. 42—49.

54. Смолов В. Б. Многофункциональный цифро-аналоговый управляемый делитель напряжения. — «Изв. вузов. Приборостроение», 1960, т. 3, № 5, с. 79—87.

55. Смолов В. Б. Аналоговые вычислительные машины. М., «Высшая школа», 1972. 408 с. с ил.

56. Смолов В. Б. Вычислительные преобразователи с цифровыми управляемыми сопротивлениями. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961. 135 с. с ил.

57. Смолов В. Б. Диодные функциональные преобразователи. Л., «Энергия», 1967. 136 с. с ил.

58. Смолов В. Б., Смирнов Н. А., Фомичев В. С. Мостовые электронные цифро-аналоговые функциональные преобразователи. — «Автоматика и телемеханика», 1962, т. 23, № 6, с. 802—817 с ил.

59. Смолов В. Б., Смирнов Н. А. Об одном методе построения дифференцирующих кодирующих преобразователей напряжение—код. — «Автоматика и телемеханика», 1964, № 2, с. 250—261.

60. Смолов В. Б., Сторожева Т. М. Дробно-рациональные преобразователи код—напряжение. — «Автометрия», 1971, № 4, с. 86—92.

61. Смолов В. Б., Угрюмов Е. П. Полупроводниковые время-импульсные вычислительные устройства. Л., «Энергия», 1968, 139 с. с ил.

62. Смолов В. Б., Угрюмов Е. П. Время-импульсный функциональный преобразователь с кусочно-параболической аппроксимацией. — «Автоматика и телемеханика», 1969, № 2, с. 165—168.

63. Смолов В. Б., Фомичев В. С. Принципы построения трансформаторных функциональных преобразователей кода в напряжение. — «Труды Рязанского радиотехнического института. Вычислительная техника», 1972, вып. 30, с. 78—85 с ил.

64. Смолов В. Б., Чернявский Е. А. Комбинированные вычислительные устройства. [Учебное пособие]. Л., ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина), Ч. 1. 1968. 142 с. с ил. Ч. 2. 1969. 57 с. с ил.

65. **Смолов В. Б., Чернявский Е. А.** Построение цифро-аналоговых вычислительных устройств электромеханического типа.— «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1968, вып. 78, с. 154—160.

66. **Смолов В. Б., Чернявский Е. А.** Основные направления развития комбинированных вычислительных устройств.— «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1967, вып. 65, ч. 2, с. 52—57.

67. **Универсальный** полупроводниковый цифро-аналоговый генератор функций.— «Приборостроение», 1965, № 5, с. 15—17. Авт.: А. П. Кашук, Б. А. Курдииков, В. Б. Смолов, Е. А. Чернявский.

68. **Универсальные** электронные преобразователи информации. Л., «Машиностроение», 1971. 310 с. с ил. Авт.: Б. А. Курдииков, Т. И. Полянская, В. Б. Смолов, Е. А. Чернявский.

69. **Фомичев В. С.** Некоторые вопросы синтеза схем функциональных декодирующих преобразователей. Автореферат дисс. на соискание ученой степени канд. техн. наук Л., ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина), 1966. 18 с.

70. **Фомичев В. С.** Применение функций Хаара для построения преобразователей кода в напряжении.— «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)» 1971, вып. 93, ч. 2, с. 7—10 с ил.

71. **Функциональный** преобразователь кода в напряжение на основе преобразователя кодов.— «Изв. ЛЭТИ имени В. И. Ульянова (Ленина)», 1971, вып. 93, ч. 2, с. 3—6. Авт.: В. И. Иванов, Э. А. Опалева, В. Б. Смолов, В. С. Фомичев.

72. **Хлистунов В. Н.** Основы цифровой электроизмерительной техники. М., «Энергия», 1966, 344 с. с ил.

73. **Хоу Р., Холлстен Р.** Гибридные вычислительные системы с разделением времени — новый шаг в машинно-ориентированном проектировании.— В кн.: Автоматизация в проектировании. (Пер. с англ.) М., «Мир», 1972, с. 103—111 с ил.

74. **Цифро-аналоговое** множительно-делительное устройство компенсационного типа.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая», 1963, вып. 18, с. 68—80. Авт.: Н. А. Смирнов, В. Б. Смолов, Е. П. Угрюмов, В. С. Фомичев, Е. А. Чернявский.

75. **Шеннон К.** Работы по теории информации и кибернетики.— В кн.: Синтез двухполюсных переключательных схем. (Пер. с англ.) М., Изд-во иностр. лит., 1963. 829 с.

76. **Яблонский С. В.** Функциональные построения в  $k$ -значной логике.— «Труды матем. ин-та имени В. А. Стеклова». 1958, т. 51, с. 5—142 с ил.

77. **Вейпон J., Nichols K.** A Digital Number Generator.— «Electronik Eng.», 1964, v. 36, N 431, p. 34—38, 63, 70.

78. **Fraser W., Hart I. F.** On the Computation of Rational Approximations to Continuous Functions.— «Comm. ACM», 1962, 5, N 7, p. 401—403, 414.

79. **Harris J. H.** A Programmed Variabl-Rate Counter for Generating Sine Function.— «IRE Trans.», EC-5, 1956, N 1, p. 21—26.

80. **Hart I. F.** Computer Approximations. New York, Wiley, 1968. 343 p.

81. **Hofheimer R., Perry R.** Digital-Analog Function Generator.— «IRE Trans. Instrum.», 1958, N 2, p. 111—117.

82. **Kovanic E.** Nine-Bit Digital Function Generator.— «IEEE Trans., Instrum. and Measur.», 1963, v. 12, N 2, p. 86—90.

83. **Meggit J. E.** Psevd Division and Psevd Multiplication Processes. «IBM Journal of Res. and Develop.», 1962, v. 6, N 2, p. 210—226.

84. **Osborne M. R., Watson G. A.** An Algorithm for Minimax Approximation in the Nonlinear Case.— «The Computer Journal», 1969, 12, N 1, p. 63—68.

85. **Wensley G. N.** A Class of Non-Analytical Iterative Process.— «The Computer Journal», 1959, 1, N 4, p. 163—167.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |            |
|--|------------|
| Предисловие . . . . .  | 3          |
| <b>Глава первая. Общие сведения о цифро-аналоговых и аналого-цифровых вычислительных устройствах . . . . .</b>             | <b>5</b>   |
| 1-1. Назначение, способы построения и классификация цифро-аналоговых и аналого-цифровых вычислительных устройств . . . . . | —          |
| 1-2. Линейные аналого-цифровые и цифро-аналоговые вычислительные преобразователи . . . . .                                 | 10         |
| <b>Глава вторая. Схемы из резисторов и переключателей . . . . .</b>  | <b>16</b>  |
| 2-1. Общие сведения . . . . .  | —          |
| 2-2. Свойства соединений резисторов и переключателей . . . . .   | 19         |
| 2-3. Свойства РП-схем. Классы последовательных и параллельных схем . . . . .   | 25         |
| 2-4. Класс последовательно-параллельных схем . . . . .   | 29         |
| 2-5. Анализ произвольных РП-схем . . . . .   | 40         |
| 2-6. Основные зависимости, реализуемые РП-схемами . . . . .  | 44         |
| <b>Глава третья. Управляемые цифро-аналоговые делители напряжения . . . . .</b>  | <b>46</b>  |
| 3-1. Общие сведения . . . . .  | —          |
| 3-2. Делители, использующие управляемые резисторы, пропорциональные коду . . . . .   | 47         |
| 3-3. Делители на основе последовательных и параллельных РП-схем . . . . .  | 53         |
| 3-4. Цепные сетки . . . . .  | 58         |
| 3-5. Способы соединения делителей и активные схемы . . . . .   | 63         |
| 3-6. Перестраиваемые схемы . . . . .   | 67         |
| <b>Глава четвертая. Цифро-аналоговые ступенчатые аппроксиматоры . . . . .</b>  | <b>77</b>  |
| 4-1. Общие положения . . . . .   | —          |
| 4-2. Схемы для табличных функций . . . . .   | 79         |
| 4-3. Ступенчатые аппроксиматоры, использующие преобразователи кодов . . . . .  | 85         |
| 4-4. Схемы СА, моделирующие ряд Уолша . . . . .  | 89         |
| 4-5. Схемы СА, моделирующие ряд Хаара . . . . .  | 101        |
| <b>Глава пятая. Цифро-аналоговые кусочно-линейные аппроксиматоры . . . . .</b>   | <b>112</b> |
| 5-1. Общие сведения . . . . .  | —          |
| 5-2. Пассивные цифро-аналоговые кусочно-линейные аппроксиматоры . . . . .  | 120        |
| 5-3. Активные цифро-аналоговые кусочно-линейные аппроксиматоры . . . . .   | 131        |
| 5-4. Универсальные активные кусочно-линейные аналого-цифровые аппроксиматоры . . . . .                                     | 136        |
| <b>Глава шестая. Полиномиальные и дробно-рациональные аппроксиматоры . . . . .</b>   | <b>139</b> |
| 6-1. Полиномиальные цифро-аналоговые аппроксиматоры . . . . .  | —          |
| 6-2. Дробно-рациональные цифро-аналоговые аппроксиматоры . . . . .   | 150        |
| <b>Глава седьмая. Мостовые автобалансные цифро-аналоговые и аналого-цифровые нелинейные преобразователи . . . . .</b>      | <b>162</b> |
| 7-1. Общие сведения . . . . .  | —          |
| 7-2. Мостовые множительно-делительные преобразователи . . . . .  | 168        |

|  |            |
|--|------------|
| 7-3. Полиномиальные и дробно-рациональные мостовые схемы   | 170        |
| 7-4. Кусочно-аппроксимирующие мостовые нелинейные преобразователи  | 177        |
| <b>Глава восьмая. Цифровые функциональные преобразователи</b>  | <b>182</b> |
| 8-1. Основы построения цифровых функциональных преобразователей  | —          |
| 8-2. Построение схем преобразователей по дизъюнктивной совершенной нормальной форме                      | 189        |
| 8-3. Многотактные цифровые функциональные преобразователи  | 193        |
| 8-4. Цифровые функциональные генераторы  | 198        |
| <b>Глава девятая. Аналого-цифровые вычислительные преобразователи</b>                                    | <b>202</b> |
| 9-1. Общие положения   | —          |
| 9-2. АЦВП разомкнутого типа  | 203        |
| 9-3. Аналого-цифровые вычислительные преобразователи компенсационного типа                               | 207        |
| <b>Глава десятая. Многофункциональные цифро-аналоговые и аналого-цифровые нелинейные преобразователи</b> | <b>222</b> |
| 10-1. Общие сведения   | —          |
| 10-2. Обратимые многофункциональные преобразователи (ОМФП)   | 224        |
| 10-3. Многоканальные необратимые МФП   | 228        |
| <b>Глава одиннадцатая. Использование ЦВМ для проектирования цифро-аналоговых нелинейных устройств</b>    | <b>236</b> |
| 11-1. Назначение и организация комплекса программ  | —          |
| 11-2. Программы расчета цифро-аналоговых функциональных преобразователей                                 | 239        |
| 11-3. Моделирование цифро-аналоговых функциональных преобразователей                                     | 253        |
| Список литературы  | 259        |

ВЛАДИМИР БОРИСОВИЧ СМОЛОВ,  
ВЛАДИМИР СТЕПАНОВИЧ ФОМИЧЕВ

## **АНАЛОГО-ЦИФРОВЫЕ И ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА**

Редактор Ю. В. Долгополова  
Художественный редактор Г. А. Гудков  
Технический редактор В. И. Ботикова  
Корректор А. Ф. Кузнецова

Сдано в набор 28/V 1974 г. Подписано к печати 23/VIII 1974 г.  
М-22858. Формат 60 × 90/16. Бумага типографская № 3.  
Печ. л. 16,5. Уч.-изд. л. 18,35 Тираж 15000 экз. Заказ № 1218.  
Цена 1 р. 06 к.

Ленинградское отделение издательства «Энергия», 192041,  
Ленинград, Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете Совета Министров СССР по  
делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 196126,  
Ленинград, Ф-126, Социалистическая, 14.