

Ю. И. ИВАНОВ О. Н. ПОГОРЕЛОВ

# ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ НА  
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ



Ю. И. ИВАНОВ О. Н. ПОГОРЕЛЮК

СТАТИСТИЧЕСКАЯ  
ОБРАБОТКА  
РЕЗУЛЬТАТОВ  
МЕДИКО-  
БИОЛОГИЧЕСКИХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ НА  
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ  
ПО ПРОГРАММАМ



Москва „МЕДИЦИНА“ 1990

ББК 5

И 20

УДК 57.08+61-07[:31:681.31

Рецензент *В. И. Белькевич*, канд. биол. наук

**Иванов Ю. И., Погорелюк О. Н.**

И 20 Статистическая обработка результатов медико-биологических исследований на микрокалькуляторах по программам.— М.: Медицина, 1990.— 224 с.: ил. ISBN 5—225—00681—7

В монографии описаны принципы работы на программируемых микрокалькуляторах типа «Электроника» в автоматическом (ручном) режиме и в режиме программирования. Приведены программы для вычисления средних показателей и критерии их различий, степени соответствия эмпирических и теоретических данных по различным критериям, корреляционного, регрессионного и дисперсионного анализов, непараметрических методов анализа; программы для расчетов, использующихся в фармакологии и токсикологии, в работе практического врача и организатора здравоохранения.

Монография предназначена для биологов, врачей и экспериментаторов, использующих в своей работе статистические расчеты.

И  $\frac{4101000000-298}{039(01)-90}$  44—90

ББК 5

ISBN 5—225—00681—7

© Ю. И. Иванов,  
О. Н. Погорелюк, 1990.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

В последние годы в биологии и медицине в результате использования сложной техники и точных методов исследования все чаще применяются математические расчеты различных параметров, с помощью статистики выявляются отдельные закономерности, связи и различия между изучаемыми явлениями. Вместе с тем методы математических расчетов довольно сложны, что тормозит их более широкое использование при анализе результатов биологических и медицинских исследований. Технический прогресс в области электроники позволил создать миниатюрные вычислительные машины — микрокалькуляторы. Высокая их надежность, большая точность, удобство в эксплуатации и дешевизна обеспечили им широкое применение в различных областях народного хозяйства, науки и техники. Теперь исследователю достаточно иметь исходные данные и схему анализа полученных результатов, а все сложные вычислительные операции сделает за него программист, составивший программу. В статистических расчетах, характеризующихся обилием повторяющихся математических вычислений, применение программируемых микрокалькуляторов особо предпочтительно.

К сожалению, в биологии и медицине в силу слабой математической подготовки специалистов программируемые микрокалькуляторы используются редко. Имеющиеся руководства по их применению сложны для биолога и медика, опубликованные программы не всегда подходят для обработки данных биологических и медицинских исследований.

В предлагаемом издании в адаптированной форме описаны методы работы на программируемых микрокалькуляторах, приведены программы по основным, наиболее широко используемым методам математической статистики. Кратко приведены особенности того или иного статистического метода, описана последовательность

вычислений, представлены основные формулы, по которым проводятся расчеты, и приведены программы для вычислений. При работе, кроме данной книги, желательно иметь под рукой учебник по медицинской и биологической статистике, где можно получить подробные сведения по определенному используемому методу. Читателям, не имеющим практического опыта статистической обработки данных, рекомендуем сначала изучить главу 4.

Книга построена по следующему принципу. Первые три главы посвящены микрокалькуляторам, особенностям их устройства, методам работы на них в автоматическом режиме, т. е. без использования программ, и методам работы по программам. Ознакомившись с содержанием этих глав, затем можно без труда работать на микрокалькуляторах с использованием любых программ, приведенных в следующих главах.

В главе 4 дана схема проведения статистической обработки результатов исследований. Главы 5—10 содержат программы для проведения различных статистических расчетов в биологии и медицине. Последующие главы предназначены для специалистов различных областей медицины: фармакологов и токсикологов, практических врачей и организаторов здравоохранения, пульмонологов, кардиологов и нефрологов. В них приведены программы для проведения расчетов, широко используемых специалистами этих профилей для облегчения их труда.

Авторы будут благодарны читателям за все замечания и предложения и учтут их при подготовке последующих изданий.

## Глава 1

### ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ

---

Калькулятором впервые назвали клавишные вычислительные машины, предназначенные для проведения простых арифметических операций: сложения, вычитания, умножения и деления. Это были довольно крупные машины, которые в отличие от механических счетных машин работали бесшумно и быстро. Прогресс в технологии позволил значительно сократить их размеры до уровня карманных устройств, которые и назвали микрокалькуляторами.

Микрокалькуляторы делятся на непрограммируемые и программируемые. Непрограммируемые предназначены для работы в автоматическом (ручном) режиме, а программируемые могут работать как в автоматическом режиме, так и по программам, которые предварительно должны быть введены в микрокалькулятор нажатием определенных клавиш.

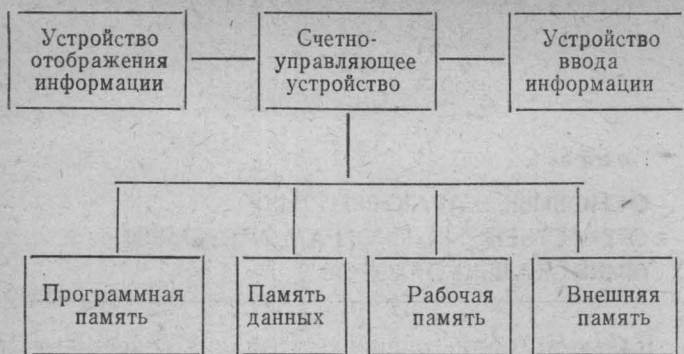
Для работы по программе необходимо ознакомиться с правилами работы на микрокалькуляторе и уметь выполнять работу оператора, т. е. уметь записать, проверить, исправить или изменить программу. Для грамотной эксплуатации микрокалькулятора необходимо знать его структуру и технические возможности.

Устройство программируемых микрокалькуляторов напоминает устройство большой вычислительной машины и принципиально одинаково для всех микрокалькуляторов (см. схему).

«Устройство ввода информации» реализовано в виде клавиатуры. Оно предназначено для ввода команд и данных, выполняется многоцветным. Цвет клавиши зависит от ее функционального назначения.

«Устройство отображения информации для микрокалькулятора — это индикатор. Он предназначен для

## Схема устройства программируемых микрокалькуляторов.



высвечивания вводимых чисел и результатов счета в автоматическом режиме или кодов команд и их адресов в режиме программирования.

«Программная память» используется для хранения последовательности команд, реализующих конкретную вычислительную задачу программы.

«Память данных» (числовая память) — это специальные ячейки памяти, предназначенные для хранения промежуточной или повторно используемой информации.

«Рабочая память» (стек) — ячейки, в которые необходимо поместить числа (операнды) перед выполнением операций. В процессе операций информация в стеке перемещается. Знание правил перемещения информации позволяет значительно сокращать программы.

«Счетно-управляющее устройство» обеспечивает распознавание клавиш и выполнение соответствующих операций, контролирует ход вычислительного процесса в режиме работы по программам.

«Внешняя память» позволяет хранить программы и использовать их без повторного набора, что снижает трудозатраты на пользование программой и понижает вероятность ошибки в программе.

В настоящее время отечественной промышленностью выпускаются программируемые микрокалькуляторы типа «Электроника»: МК-54, МК-56, МК-52, МК-61 и БЗ-34 (рис. 1.1).

Несмотря на некоторые различия в обозначениях клавиатуры, принципы работы и программирования на этих микрокалькуляторах одинаковы, а их технические возможности равны техническим возможностям МК-54 или

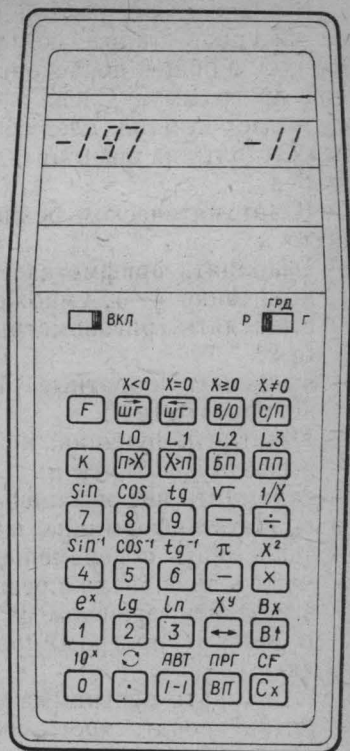
Рис. 1.1. Клавиатура микрокалькулятора «Электроника МК-54».

превышают их. Таким образом, приведенные далее программы можно использовать для всех указанных микрокалькуляторов.

«Электроника МК-54» является переносным микрокалькулятором индивидуального пользования и предназначен для выполнения научных, инженерных и статистических расчетов, может быть также использован для программирования игр и программ бытового назначения. Диапазон его вычислений от  $1 \cdot 10^{-99}$  до  $9.9999999 \cdot 10^{99}$ . Форма представления чисел естественная и плавающая. Естественная форма используется в том случае, если все значащие

разряды числа помещаются на 8 разрядах люминесцентного индикатора. Если число не помещается на 8 разрядах индикатора, например — 0.000021513129, то его представляют в плавающей форме — 2.1513129—05 (иначе —  $2.1513129 \cdot 10^{-5}$ ). Цифровую часть числа называют мантиссой, а степень, в которую надо возвести 10,— порядком.

Индикатор состоит из 12 знакомест. В автоматическом режиме на индикаторе высвечиваются только числа. На первом знакоместе для отрицательных чисел высвечивается знак минус «—», для положительных — ничего не высвечивается. На 2—9-м знакоместе высвечивается цифра 0—9 или точка «·» (вместо запятой). На 10-м знакоместе высвечивается знак порядка при представлении чисел в плавающей форме: для отрицательных это «—», для положительных — ничего. На 11-м и 12-м знакоместах высвечивается порядок.





В режиме программирования на индикаторе высвечивается справа адрес команды, т. е. место команды по порядку в общей последовательности команд, составляющих программу. Слева через пробелы высвечиваются коды трех команд, следующих друг за другом. Код может состоять из цифр от 0 до 9 и букв Г, Л, С —, а также пробела.

В автоматическом режиме микрокалькулятор позволяет:

- выполнять арифметические действия: сложение (+), вычитание (—), умножение ( $\times$ ), деление (:);
- вычислять тригонометрические функции:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ;
- вычислять обратные тригонометрические функции:  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$ ,  $\operatorname{tg}^{-1}$ ;
- вычислять функции:  $x^y$ ,  $\ln x$ ,  $\lg x$ ,  $e^x$ ,  $10^x$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $x^2$ ,  $1/x$ ;
- вызвать константу  $\pi$ ;
- запомнить информацию в 14 регистрах памяти;
- вызвать информацию из 14 регистров памяти;
- записывать и перемещать информацию в стеке;
- менять знак числа в регистре X;
- выполнять сервисные функции.

В режиме программирования микрокалькулятор позволяет:

- записывать программы длиной до 98 операций;
- редактировать программы;
- выполнять программу пошагово с высвечиванием промежуточного результата;
- запускать программу на выполнение.

При составлении программы, кроме операций, выполняемых в автоматическом режиме, можно использовать следующие операции:

- прямые и косвенные переходы в программе (прямой переход — изменение порядка выполнения команд, при котором номер следующей выполняемой команды указывается непосредственно в программе. Косвенный переход — изменение порядка выполнения команд, при котором номер следующей выполняемой команды вычисляется);
- обращение к подпрограммам (подпрограмма — часто встречающаяся в программе одинаковая последовательность команд, выделенная отдельно. В тех местах, где необходимо выполнить данную последовательность команд, производится обращение к

- подпрограмме, а затем продолжается выполнение основной программы);
- проверка условий  $x=0$ ,  $x \neq 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $x < 0$ ;
- организация циклов (цикл — повторение последовательности команд);
- косвенная запись в регистры и косвенная индикация их содержимого.

Микрокалькулятор «Электроника МК-54» питается от трех элементов А-316 «Квант» или от блока питания Д2-10М, подключаемого к сети переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц.

Таблица 1.1. Обозначение клавиш на микрокалькуляторах «Электроника МК-54» и «Электроника БЗ-34»

Назначение клавиши	МК-54	БЗ-34
Ввод чисел в регистры памяти	$x \rightarrow П$	П
Вызов числа из регистров памяти	$П \rightarrow x$	ИП
Обмен числами между регистрами X и Y	$\leftrightarrow$	$\rightarrow$ XY $\leftarrow$
Введение числа в регистр Y	B $\uparrow$	$\uparrow$
Обратная величина синуса	$\sin^{-1}$	arcsin
Обратная величина косинуса	$\cos^{-1}$	arccos
Обратная величина тангенса	$\operatorname{tg}^{-1}$	arctg

Более подробные сведения можно получить из руководства по эксплуатации, приложенного к прибору. Микрокалькулятор «Электроника БЗ-34» отличается внешним оформлением корпуса и обозначениями некоторых клавиш (табл. 1.1). Вместо элементов питания используются встроенные аккумуляторы. «Электроника МК-56» является настольным исполнением МК-54. «Электроника МК-52» предусматривает использование внешнего запоминающего устройства на 512 команд, что позволяет использовать готовые программы, не вводя их вручную. «Электроника МК-61» превышает по своим техническим возможностям МК-54. У него имеются возможности:

- выделять дробную и целую часть числа;

- определять абсолютную (без учета знака) часть числа;
- определять знак числа;
- выделять максимальное из двух чисел;
- генерировать случайные числа в диапазоне от 0 до 1;
- переводить минуты и секунды в доли часа и наоборот;
- переводить угловые величины, выраженные в градусах и долях градуса, в угловые минуты, секунды и наоборот;
- выполнять логические операции типа и, или, не, или не;
- программная память позволяет записывать программу длиной в 105 шагов;
- 15 регистров памяти.

## Глава 2

### МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА ПРОГРАММИРУЕМЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ В АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

---

Работа на программируемом микрокалькуляторе в автоматическом, т. е. ручном, режиме отличается от работы на непрограммируемом микрокалькуляторе. Различие это обусловлено наличием больших возможностей программируемого микрокалькулятора: большим объемом регистров памяти и наличием операционной (стековой) памяти.

Несколько слов о терминах: Регистр — это ячейка памяти, предназначенная для хранения результатов вычислений или исходных данных. Каждый регистр имеет свой адрес — это цифра от 0 до 9 или буква a, b, c, d. Операнд — число, над которым производится действие. Операция — действие над числом (числами). Операции могут быть одноместными, в которых производится действие над одним числом. Сюда относятся операции  $Sx$ ,  $V\uparrow$ ,  $x^2$ ,  $1/x$ ,  $10^x$ ,  $e^x$ ,  $\lg$ ,  $\ln$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\text{tg}$ ,  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$ ,  $\text{tg}^{-1}$ ,  $\sqrt{\quad}$ ,  $x \rightarrow \text{П}$ ,  $\text{П} \rightarrow x$ . Для выполнения операций  $\text{П} \rightarrow x$  и  $x \rightarrow \text{П}$  после нажатия на клавишу операции надо набрать адрес регистра, куда записывается или откуда считывается число. Для выполнения остальных операций,

Рис. 2.1. Регистры стека.

Т
Z
У
X
X <sub>1</sub>

кроме  $S_x$  и  $V\uparrow$ , перед нажатием клавиши операции надо нажать клавишу F. Двухместными называются операции, в которых действие производится над двумя числами. К ним относятся операции  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $:$ ,  $x^y$ .

Одной из особенностей вычислений на программируемом микрокалькуляторе является наличие стека. Операционный стек можно образно сравнить с 4-этажным домом с подвалом. «Первый этаж» главный, его принято называть регистром X. Все, что имеется в этом регистре, высвечивается на цифровом индикаторе. «Второй этаж» — это регистр Y, третий — Z и четвертый — T. Кроме того, есть еще один регистр, называемый  $X_1$ , который можно рассматривать как подвальный этаж (рис. 2.1).

В переводе с английского слово «стек» означает магазин. Действительно, операнды в стеке перемещаются по магазинному принципу, т. е. число, поступающее в регистр X, смещает предыдущее его содержимое выше, в регистр Y, при этом содержимое регистра Y автоматически попадает в регистр Z, а его содержимое — в регистр T. Предыдущее содержимое регистра T теряется. При выполнении двухместных операций содержимое регистров Y и X участвует в формировании результата, который поступает в регистр X. В этом случае происходит обратное перемещение информации в стеке, т. е. содержимое регистра Z поступает в регистр Y, содержимое регистра T — в регистр Z, а в регистре T остается его предыдущее содержимое.

Кроме стандартных перемещений информации в стеке, существуют операции организации особых перемещений (см. далее).

Рассмотрим подробнее работу стека. Когда мы производим сложение двух чисел с карандашом в руках, мы сначала записываем первое число, под ним второе, на-

$$\text{пример } + \begin{array}{r} 125 \\ \underline{235} \end{array} .$$

Первое число 125 оказывается во «втором этаже» Y, а второе число — в первом этаже X. То же самое мы должны проделать и на микрокалькуляторе. Набираем первое число 125, оно при этом находится в регистре X и высвечивается на индикаторе. Чтобы перевести его в регистр Y, надо нажать клавишу  $V\uparrow$  (смещение чисел в стеке вверх). Данное число перейдет в регистр Y и, кроме того, останется в регистре X (оно по-прежнему высвечивается на индикаторе). Затем следует набрать второе число 235, при этом оно окажется в регистре X. Теперь можно произвести сложение этих чисел, нажав клавишу  $+$ , при этом сумма чисел 360 спустится в регистр X. Регистр Y будет свободным.

Аналогично проводятся и другие арифметические действия: вычитание, умножение и деление, т. е. первое число, которое делят или из которого вычитают, после его набора переводят в регистр Y нажатием клавиши  $V\uparrow$ , затем набирают второе число и нажимают клавишу соответствующего арифметического действия.

Как отмечалось, можно ввести определенные числа во все регистры стека, а после этого выполнить соответствующие действия. Чтобы решить пример  $26 + 15 + 18 + 11$ , нужно набрать  $26 V\uparrow 15 V\uparrow 18 V\uparrow 11$ , а затем три раза  $+$  и получим ответ 70. В этом случае цифры в стеке располагаются, как показано на рис. 2.2, а. После нажатия первый раз клавиши  $+$  происходит суммирование цифр, находящихся в регистрах X и Y, сумма переходит в регистр X, а все цифры из расположенных выше регистров спускаются вниз; в регистре T остается то же число (рис. 2.2, б). Нажимаем второй раз на клавишу  $+$ . В этом случае суммируется 15 и 29, результат опускается в регистр X, а в регистр Y переходит число 26. Теперь в регистрах Z и T остается по числу 26 (рис. 2.2, в). После нажатия в третий раз на клавишу  $+$  происходит суммирование чисел 26 и 44, при этом на индикаторе высвечивается результат 70, а в остальных регистрах (T, Z, Y) остается число 26 (рис. 2.2, г). Это очень удобно в случаях, если нужно производить действия с одним каким-либо числом (вычисление с константой), например, вычитать из данного числа различные величины, делить его на разные величины, складывать или умножать, так как в регистре Y всегда будет число, спускаемое из регистра T сначала в регистр Z, а затем в регистр Y. Наоборот, если клавишей  $V\uparrow$  поднимаем вверх, т. е. в рас-

Т	26	26	26	26
Z	15	26	26	26
У	18	15	26	26
X	11	29	44	70
X <sub>1</sub>		11	29	44
	а	б	в	г

Рис. 2.2. Движение цифр в регистрах стека. Объяснение в тексте.

положенные выше регистры, какие-либо числа, то при переходе их из регистра Z в регистр Т содержимое регистра Т, бывшее в нем до этого, исчезает.

Так происходит передвижение цифр в регистрах стека при двухместных операциях, т. е. при операциях с числами, находящимися в регистрах X и Y.

Рядом с клавишей  $V \uparrow$  есть клавиша с отметкой  $\leftrightarrow$  (у БЗ-34 это отметка  $\overrightarrow{XY}$ ). При нажатии этой клавиши содержимое регистра X переходит в регистр Y, а содержимое регистра Y — в регистр X, т. е. содержимое регистров X и Y меняется местами. Это очень удобно при расчетах. Например, надо решить задачу:  $\frac{15}{3+2}$ .

Для этого сначала следует сложить цифры в знаменателе. Набираем  $3 V \uparrow 2$  и  $+$ . На табло высвечивается 5. Теперь сразу набираем число 15, содержащееся в числителе. При этом предыдущее число 5 перейдет в регистр Y, а число 15 будет в регистре X. Нам нужно  $15:5$ , а не наоборот, так как при нажатии теперь клавиши со знаком деления  $\div$  содержимое регистра Y будет поделено на содержимое регистра X. Чтобы поменять числа местами, нажимаем клавишу  $\leftrightarrow$ , а затем клавишу  $\div$ , на индикаторе высветится число 3, т. е. результат деления 15 на 5.

Из данного примера видно также, что после какого-либо действия результат сам переходит в регистр Y, если после этого набрать какое-либо число в регистр X. Точно так же любое число, извлеченное из какого-либо регистра памяти, оказавшись на индикаторе (и в регистре X), переходит в регистр Y, если набрать какое-нибудь число. Это набранное число будет в регистре X, а число, извлеченное из памяти, перейдет в регистр Y.

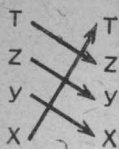


Рис. 2.3. Передвижение цифр в стеке (показано стрелками) при нажатии клавиш F  $\odot$ .

Рассмотрим операцию вращения стека. Над клавишей, на которой стоит точка, желтым цветом изображен знак  $\odot$  (круг с двумя стрелками, направленными по ходу часовой стрелки). Чтобы произвести операцию, изображенную над клавишей желтым цветом, следует нажать так называемую префиксную клавишу. Она окрашена в желтый цвет и имеет латинскую букву F (от слова function), а затем клавишу, над которой изображена эта операция. При нажатии этих двух клавиш цифры, расположенные в регистрах стека, будут передвигаться следующим образом; содержимое регистра X перейдет в регистр T, а содержимое регистра T в регистр Z; содержимое регистра Z опустится в регистр Y, а содержимое регистра Y передает в регистр X (см. рис. 2.3.). Это очень удобно, если появилась необходимость производить какие-либо операции с числами, расположенными в регистрах Y и Z, или если число, находящееся в регистре X, нужно сделать постоянным множителем, постоянным делимым или из него вычитать либо с ним складывать какие-либо величины.

Ранее были рассмотрены двухместные операции, т. е. действия, в которых участвуют числа, расположенные в двух регистрах стека X и Y. Однако с помощью микрокалькуляторов можно производить и большое количество одноместных операций, т. е. операций с числом, находящимся только в регистре X. Можно возвести данное число в квадрат (нажать клавишу  $Fx^2$ ), извлечь из него корень ( $F\sqrt{\quad}$ ), определить синус ( $F\sin$ ), косинус ( $F\cos$ ), тангенс ( $Ftg$ ) данного числа, а также их обратные величины ( $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$ ,  $tg^{-1}$ , предварительно следует нажать клавишу F), десятичный логарифм числа ( $Flg$ ) и натуральный его логарифм ( $Fln$ ). Кроме того, можно получить результат деления 1 на данное число ( $F1/x$ ) и 10 в степени x, т. е. в степени, набранной в регистре X ( $F10^x$ ). Можно также нажатием клавиши F  $\pi$  получить на индикаторе число  $\pi$  с семью знаками после запятой. Есть также возможность возвести основание натураль-

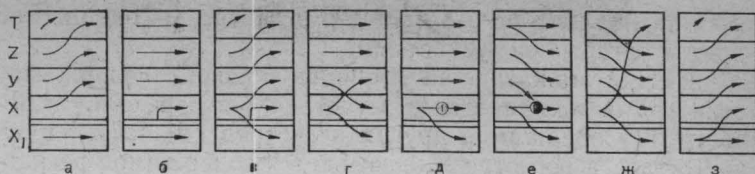


Рис. 2.4. Движение чисел в стеке при различных операциях. Объяснение в тексте.

ного логарифма в любую степень  $x$  ( $Fe^x$ ). Все эти одноместные операции выполняются только в регистре X.

В стеке есть еще один регистр  $X_1$  — «подвальный этаж». Этот регистр используется для восстановления результатов предыдущих операций. Перевести из этого регистра число в регистр X и на индикатор можно нажатием клавиш F и Vx. Этот регистр позволяет вывести на индикатор (в регистр X) число, участвующее в предыдущем действии последним. На рис. 2.4 показано, как происходит движение чисел в стеке при различных операциях:

а. При нажатии на клавишу  $V\uparrow$  содержимое всех регистров переходит вверх, содержимое регистра T исчезает, в регистре X остается то же число. Такая же картина наблюдается при извлечении числа из какого-либо регистра числовой памяти;

б. При наборе любого числа оно появляется в регистре X, другие регистры остаются без изменений. Аналогичная картина наблюдается, если число набирают после нажатия клавиши  $V\uparrow$  или Sx;

в. При вызове числа из регистра памяти или после вызова константы л число, которое при этом переходит в регистр Y, остается и в регистре  $X_1$ . Содержимое других регистров смещается вверх на 1 этаж, а содержимое регистра T исчезает;

г. При нажатии клавиши  $\leftrightarrow$  содержимое регистра X переходит в регистр Y и остается в регистре  $X_1$ , а содержимое регистра Y переходит в регистр X;

д. Содержимое регистра X до операции сохраняется в регистре  $X_1$ . Такая картина наблюдается при проведении одноместной операции;

е. Изменения в регистрах стека при выполнении двухместной операции: содержимое регистра X до операции сохраняется в регистре  $X_1$ , результат высвечива-



ется на индикаторе и остается в регистре X, содержимое других регистров спускается на 1 этаж;

ж. При нажатии на клавиши F и O содержимое регистра X сохраняется в регистре X<sub>1</sub> и переходит в регистр T. Содержимое других регистров смещается вниз на 1 этаж, в регистре X оказывается содержимое регистра Y;

з. При нажатии на клавиши F и Bx содержимое регистра X<sub>1</sub> переходит в регистр X и высвечивается на индикаторе, содержимое других регистров, в том числе бывшее до этого содержимое регистра X, переходит вверх на 1 этаж, содержимое регистра T исчезает.

Кроме наличия «стековой» памяти, у программируемого микрокалькулятора имеется 14 регистров числовой памяти. В эту память можно засылать различные промежуточные величины. Введение числа в регистр числовой памяти осуществляется после появления этого числа на индикаторе нажатием клавиши x→Π (содержимое регистра X в память), а затем цифры или буквы, обозначающей тот или иной регистр памяти (0, 1, 2... 9, а также a, b, c, d). Буквы расположены под самым нижним рядом клавиш. Таким образом, в регистры числовой памяти можно ввести 14 различных чисел, а затем по мере необходимости выводить их в операционные регистры и производить с ними действия. Извлекают показатели из числовой памяти нажатием клавиши Π→x (из памяти в регистр X) и соответствующей цифры или буквы, обозначающей тот регистр числовой памяти, в который была заложена соответствующая информация.

Пример:

$$\frac{7 + 13}{2 + 3}$$

Решение: следует набрать 7 B↑ 13+x→Π 1, т. е. мы перевели в регистр Y число 7, набрали 13 и сложили эти два числа, после чего результат занесли в R1 (т. е. в первый регистр памяти). Затем произведем аналогичные действия с числами, находящимися в знаменателе: 2 B↑ 3+x→Π 2. Результат этого сложения занесем в другой регистр памяти — R2. Затем содержимое R1 нужно разделить на содержимое R2. Для этого нажимаем клавиши Π→x 1 и Π→x 2 ÷ и получаем результат 4. После извлечения числа из какого-либо регистра памяти нажимать клавишу B↑ не нужно, так как при наборе следую-

щей цифры или при извлечении числа из какого-либо регистра первое число само переходит в регистр Y.

Для удобства и повышения точности вычислений набираемые числа могут быть представлены в плавающей форме. Наберите число 0,25, а затем нажмите клавишу  $V\uparrow$ . На индикаторе высвечивается число 2,5—01. Это значит  $2,5 \cdot 10^{-1}$ . Можно сразу набирать числа таким образом. Для этого сначала вводим мантиссу числа, например 2, 5, затем нажимаем клавишу ВП — справа высвечивается два нуля, набираем 1 и  $/-/$ , т. е. знак минус перед порядком мантиссы. Если вы набираете следующее число, то предыдущее в порядке сдвинется влево и набранное займет правое положение, т. е. теперь степень окажется двузначным числом. Очень часто, особенно при получении отрицательных дробных чисел, результат представляется именно в таком виде. Для перевода числа в обычный вид следует при отрицательном показателе порядка мантиссы перенести запятую в числе на столько знаков влево, сколько указывает порядок мантиссы. При положительном показателе аналогично надо перенести запятую вправо.

Если производятся какие-либо действия с отрицательными числами, то сначала набирают число, а затем  $/-/$ . Этот знак высвечивается перед числом. Если нужно знак изменить, следует нажать на клавишу  $/-/$ .

При вычислении прямых и обратных тригонометрических функций ввод аргумента может производиться в радианах, градусах или градах. Для этого справа сверху следует перевести переключатель в соответствующее положение. При сдвиге его влево к букве Р показатели вводят в радианах, при показателе в среднем положении (ГРД) — в градусах и при сдвиге вправо к букве Г — в градусах.

### Глава 3

#### РАБОТА НА МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРАХ ПО ПРОГРАММАМ

---

Программируемые микрокалькуляторы в отличие от непрограммируемых имеют программную память, т. е. специальное запоминающее устройство для хранения на-

бранной программы вычислений. Набор программы осуществляется с помощью последовательного нажатия клавиш. Таким образом в программную память вводят различные операторы, которые обеспечивают выполнение определенных операций, предусмотренных в данной программе. Некоторые операторы занимают одну ячейку (один шаг) программной памяти, другие — две ячейки (два шага). Программная память рассматриваемых программируемых микрокалькуляторов (за исключением МК-61) содержит 98 ячеек памяти, поэтому программа может состоять максимум из 98 шагов. Эти шаги при наборе программы обязательно нумеруют. Чтобы разобраться в правилах набора программы, положите перед собой микрокалькулятор и включите его — с левой стороны индикатора высвечивается 0. Для набора программы следует микрокалькулятор перевести в режим программирования: нажмите клавиши F и ПРГ [Чтобы не забыть об этом, в будущем в начале каждой программы будет стоять F и ПРГ.] После нажатия этих клавиш на индикаторе высвечивается справа два нуля — это включился счетчик шагов программы. В данном случае счетчик указывает на нулевой шаг. Если теперь нажать на какую-нибудь клавишу, например с цифрой 8, на индикаторе счетчик покажет следующий шаг программы — 01. Счетчик состоит из двузначного числа и будет считать до 98. Первые 9 шагов будут отмечаться цифрой со стоящим впереди нулем — 01, 02, 03 и т. д., а затем двузначным числом.

После набора числа 8 с левой стороны индикатора высветилось число 08 — это код в программе числа 8. Если сейчас нажать клавишу +, то слева появится цифра 10, а 08 сместится вправо. Цифра 10 — это код оператора +. Если сейчас нажать клавиши F и √, слева на индикаторе появится цифра 21 — код оператора извлечения квадратного корня. Но теперь рядом появилось число 10 — код оператора + и 08 — код числа 8, а в счетчике шагов программы будет высвечиваться число 03. Значит, сделано 3 шага программы (00.8, 01. + и 02. F√). Вы, наверно, обратили внимание, что число счетчика показывает, сколько сделано шагов, но, так как первым шагом было 00, 03 указывает номер шага, который надо набрать. Номер шага принято называть адресом. Цифра 03 показывает, что нужно набирать оператор с таким адресом.

При нажатии клавиш на индикаторе высвечиваются числа — коды каждого оператора. Это очень удобно при наборе программ. Вы всегда можете проконтролировать себя, ту ли клавишу нажали. В табл. 3.1 приведены коды всех операторов, используемых на программируемом микрокалькуляторе. По ним можно проверить правильность набора программы.

Правильнее записывать программу столбиком (сверху вниз), но, учитывая неудобства для набора такой программы в типографии, запись программ будет произведена в строку, причем сначала указан адрес оператора в виде двузначного числа с точкой, затем оператор, т. е. наименование клавиш, которые следует нажимать (набраны полужирным шрифтом), а справа от оператора — код этого оператора. После окончания набора программы необходимо перевести микрокалькулятор в режим автоматических вычислений. Для этого следует нажать клавиши F и АВТ. Чтобы программа установилась на нулевой адрес, надо нажать клавишу В/О и можно считать по программе.

Наберем простую программу и попробуем по ней произвести расчеты.

Включим микрокалькулятор, наберем, как указано в программе, F ПРГ и по порядку, т. е. строго по адресу, нажимаем клавиши и на индикаторе слева наблюдаем появление кодов нажимаемых операторов. После набора всей программы набираем F и АВТ.

## ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ ОЕ; 01. 1 01; 02. 0. 00; 03. 0 00; 04. × 12; 05. С/П 50; 06. ÷ 13; 07. С/П 50; F АВТ.**

По этой программе можно рассчитать, например, случаи временной нетрудоспособности на 100 работающих. Решим такую задачу: в коллективе работает 10 000 человек, и в течение года ими было получено 8000 листов нетрудоспособности. Каково число случаев временной нетрудоспособности на 100 работающих? Расчет делают по формуле:

$$K = \frac{8000 \cdot 100}{10\,000}.$$

Можно обозначить число получивших листок нетрудоспособности  $x$ , а общее число работающих  $y$ . Тогда формулу можно записать в общем виде:

Таблица 3.1. Коды операторов микрокалькулятора

Нажимаемые клавиши	Код	Нажимаемые клавиши	Код
0	00	1	01
4	04	5	05
8	08	9	09
ВП	0С	Сх	0Г
—	11	×	12
F 10 <sup>x</sup>	15	F e <sup>x</sup>	16
F sin <sup>-1</sup>	19	F cos <sup>-1</sup>	1—
F cos	1Г	F tg	1Е
F x <sup>2</sup>	22	F 1/x	23
x→Π 0	40	x→Π 1	41
x→Π 4	44	x→Π 5	45
x→Π 8	48	x→Π 9	49
x→Π с	4С	x→Π α	4Г
В/0	52	ПП	53
F L2	58	F x ≥ 0	59
F x < 0	5С	F x = 0	5Е
Π→x 1	61	Π→x 2	62
Π→x 5	65	Π→x 6	66
Π→x 9	69	Π→x а	6—
Π→x d	6Г	К x ≠ 0 0	70
К x ≠ 0 3	73	К x ≠ 0 4	74
К x ≠ 0 7	77	К x ≠ 0 8	78
К x ≠ 0 b	7L	К x ≠ 0 с	7С
К БП 1	81	К БП 2	82
К БП 5	85	К БП 6	86
К БП 9	89	К БП а	8—
К БП d	8Г	К x ≥ 0 0	90
К x ≥ 0 3	93	К x ≥ 0 4	94
К x ≥ 0 7	97	К x ≥ 0 8	98
К x ≥ 0 b	9L	К x ≥ 0/c	9С
К ПП 1	—1	К ПП 2	—2
К ПП 5	—5	К ПП 6	—6
К ПП 9	—9	К ПП а	—

Нажимаемые клавиши	Код	Нажимаемые клавиши	Код
2	02	3	03
6	06	7	07
.	0—	/—/	0L
В↑	0E	+	10
÷	13	↔	14
F tg	17	F ln	18
F tg <sup>-1</sup>	1L	F sin	1C
F л	20	F √	21
F х <sup>v</sup>	24	F ∅	25
х→П 2	42	х→П 3	43
х→П 6	46	х→П 7	47
х→П а	4—	х→П b	4L
С/П	50	БП	51
К НОП	54	F х≠0	57
F L3	5—	F L1	5L
F L0	5Г	П→х 0	60
П→х 3	63	П→х 4	64
П→х 7	67	П→х 8	68
П→х b	6L	П→х с	6C
К х≠0 1	71	К х≠0 2	72
К х≠0 5	75	К х≠0 6	76
К х≠0 9	79	К х≠0 а	7—
К х≠0 d	7Г	К БП 0	80
К БП 3	83	К БП 4	84
К БП 7	87	К БП 8	88
К БП b	8L	К БП с	8C
К х≥0 1	91	К х≥0 2	92
К х≥0 5	95	К х≥0 6	96
К х≥0 9	99	К х≥0 а	9—
К х≥0 d	9Г	К ПП 0	—0
К ПП 3	—3	К ПП 4	—4
К ПП 7	—7	К ПП 8	—8
К ПП b	—L	К ПП с	—C

Нажимаемые клавиши	Код	Нажимаемые клавиши	Код
К ПП d	—Г	К x→П 0	L0
К x→П 3	L3	К x→П 4	L4
К x→П 7	L7	К x→П 8	L8
К x→П b	LL	К x→П c	LC
К x<0 1	C1	К x<0 2	C2
К x<0 5	C5	К x<0 6	C6
К x<0 9	C9	К x<0 a	C—
К x<0 d	CG	К П→x 0	G0
К П→x 3	G3	К П→x 4	G4
К П→x 7	17	К П→x 8	G8
К П→x b	GL	К П→x C	GC
К x=0 1	E1	К x=0 2	E2
К x=0 5	E5	К x=0 6	E6
К x=0 9	E9	К x=0 a	E—
К x=0 d	EG		

$$K = \frac{x \cdot 100}{y},$$

где  $K$  — результат вычислений.

Теперь разберем, как надо работать по этой программе. Для перевода программной памяти в начало программы нажимаем клавишу В/О, затем набираем первое число 8000, обозначенное  $x$ , и нажимаем клавишу С/П (стоп/пуск) для пуска программы. После остановки расчетов (когда перестанут мелькать цифры и на индикаторе высветится число), набираем второе число, обозначенное через  $y$  — 10 000, и снова нажимаем клавишу С/П. На индикаторе через некоторое время высветится число 80 — результат расчетов  $K$ .

Во время набора программы набирающий ее может случайно нажать не ту клавишу. Такое возможно часто при наборе сложной программы. Как быть в таком случае? Если считать по такой программе, то постоянно будут получаться неправильные результаты. Поэтому после набора программы мы настоятельно рекомендуем сна-

Нажимаемые клавиши	Код	Нажимаемые клавиши	Код
К x→П 1	L1	К x→П 2	L2
К x→П 5	L5	К x→П 6	L6
К x→П 9	L9	К x→П а	L—
К x→П d	LГ	К x<0 0	C0
К x<0 3	C3	К x<0 4	C4
К x<0 7	C7	К x<0 8	C8
К x<0 b	CL	К x<0 c	CC
К П→x 1	Г1	К П→x 2	Г2
К П→x 5	Г5	К П→x 6	Г6
К П→x 9	Г9	К П→x а	Г—
К П→x d	ГГ	К x=0 0	E0
К x=0 3	E3	К x=0 4	E4
К x=0 7	E7	К x=0 8	E8
К x=0 b	EL	К x=0 c	EC

чала решить контрольный пример. В конце каждой программы будут приведены такой пример и результат вычислений. Если при решении контрольного примера результат расчетов совпал, можно по набранной программе решать различные задачи.

Запишем программу так, как положено.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. В↑ OE; 01. 1 01; 02. 0 00; 03. 0 00; 04. × 12;  
05. С/П 50; 06. ÷ 13; 07. С/П 50; **F** АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/О — высветится 0
2. Набрать x, С/П
3. Набрать y, С/П — высветится К
4. Для последующей работы или при ошибке в наборе набрать Сx и работу продолжить с п.1.

### ФОРМУЛА ДЛЯ РАСЧЕТА:

$$K = \frac{x \cdot 100}{y},$$



где  $K$  — количество случаев временной нетрудоспособности на 100 работающих,  $x$  — количество полученных листков нетрудоспособности,  $y$  — количество работающих в коллективе сотрудников.

### Контрольный пример:

$x = 1$ ;  $y = 2$ ;  $K = 50$ .

Таким образом, ниже будут представлены все рекомендуемые программы. Следует помнить, что для контрольного примера часто мы будем приводить абстрактные числа, они нужны только для проверки правильности программы.

В дальнейшем в некоторых сложных программах мы будем приводить последовательность расчетов, используя контрольный пример. Это позволит лучше ориентироваться при выполнении Работы с программой.

Теперь представим ситуацию, когда после набора программы вы решили контрольный пример и результат не совпал. Что делать? Если не совпал результат, значит при наборе программы вы сделали ошибку. Как ее найти? Сначала надо нажать клавишу В/О, т. е. перевести программу на нулевой адрес, затем набрать F ПРГ, и вы увидите справа два нуля. Теперь будем двигаться по одному шагу вперед по программе и проверять, правильно

ли мы ее набрали. Для этого нажмите клавишу ШГ (со стрелкой вправо) и вы увидите код первого оператора вашей программы. Сравните его с написанным в программе. Если код совпадает, проверьте следующий адрес нажатием этой же клавиши. Если вы обнаружили, что по этому адресу набрали не тот оператор, нажмите кла-

вишу ШГ (со стрелкой влево), при этом вы вернетесь на 1 шаг, и наберите правильный оператор. Затем продолжите проверку других адресов. Если обнаружили, что какой-то оператор пропущен, вернитесь на 1 шаг назад и наберите с этого места остаток программы; если набран какой-то лишний оператор (например, по ошибке 2 раза), можно этот шаг исключить после возвращения на 1 шаг назад нажатием клавиши К НОП (нет операции). Затем снова надо нажать клавиши F и АВТ и работать, как указано в инструкции, т. е. снова сначала решить контрольный пример. Если теперь полученный результат совпал, можно считать по программе ваши задачи.

В описаниях к программам для удобства приводятся

сведения, в каком регистре памяти находятся те или иные промежуточные показатели. Иногда это бывает нужно при статистических расчетах. В таких случаях вы сможете получить эти промежуточные числа из данных регистров памяти. Например, если указано, что такой-то показатель в R6, это значит, что этот показатель находится в 6-м регистре цифровой памяти. Извлечь это можно нажатием клавиш П→х и 6, т. е. после П→х нажать номер указанного регистра, и данное число будет в регистре X и на индикаторе.

Как отмечалось, микрокалькулятор «Электроника БЗ-34» по обозначениям некоторых клавиш отличается от микрокалькулятора «Электроника МК-54». Для имеющих этот микрокалькулятор необходимо переписать программу, изменив соответственно некоторые обозначения операторов, используя данные табл. 3.1.

Владельцы импортных микрокалькуляторов также могут перевести все приведенные программы на язык своих микрокалькуляторов, ознакомившись с обозначениями клавиш по соответствующим справочным руководствам [Дьяконов В. П., 1985; Трохименко Я. К., Любич Ф. Д., 1985].

После ознакомления с приведенными ниже программами, возможно, вам захочется самим составить для себя и иные программы для необходимых расчетов. Это совсем не сложно. Ознакомьтесь со специальными руководствами [Блох А. Ш., Павловский А. И., Пенкрат В. В., 1981; Дьяконов В. П., 1984; Славин Г. В., 1984, а также журналы «Наука и жизнь» с 1985 г. и «Наука и техника» с 1985 г.] вы поймете, что совсем небольшой по своей величине программируемый микрокалькулятор может творить чудеса и окажет вам неоценимую помощь в вашей повседневной работе.

## Глава 4

### ПРОВЕДЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

---

Данная книга не является руководством по статистике. Поэтому начинающему исследователю лучше ознакомиться со статистикой по специальным руководст-

вам, приведенным в списке литературы. Мы хотели бы дать читателю краткую схему обработки полученной цифровой информации. Например, исследователь провел изучение каких-то показателей у здоровых людей и больных. Что делать с этими цифрами дальше?

Следует помнить, что математическая статистика содержит в себе аппарат, позволяющий исследователю осуществить перевод количества в новое качество, т. е. на основании полученных данных найти у обследованного определенное свойство. Можно получить качественные и количественные характеристики этого свойства и, наконец, оценить как достоверность выдвигаемой в процессе исследования гипотезы, так и достоверность проведенных вычислений.

Вначале необходимо оценить полученные показатели. Среди цифр одного ряда (выборки) часто попадаются так называемые выскакивающие значения. Чем меньше объем выборки, т. е. чем меньшее количество показателей имеется в распоряжении исследователя, тем большие искажения будет вносить эта «выскакивающая» величина. Ниже приведена специальная программа, позволяющая выявить и исключить эту «выскакивающую» величину.

Затем исследователя, как правило, интересует среднее значение полученных показателей (оно обозначается  $\bar{x}$ ). Чем больше число наблюдений однородных признаков, показателей, тем ближе среднее значение к истинному.

Как правило, в биологических и медицинских исследованиях, кроме средней величины, обычно вычисляют стандартную ошибку средней арифметической ( $S\bar{x}$ ), показывающую, на какую величину может отклоняться средняя величина (в ту или другую сторону) у 95% (или у другого количества в зависимости от выбранной степени достоверности) всех показателей данной выборки. Расчеты этих параметров приведены в главе 5.

Затем обычно проводится так называемый целевой статистический анализ. Здесь уместно определить вид распределения. Например, вычисляя коэффициенты асимметрии и эксцесса и их среднего квадратического отклонения, можно определить, принадлежит ли данное распределение к семейству нормальных (см. подраздел 6.2). Если имеется две группы показателей, например у здоровых и больных, сравнивают средние арифметические и

стандартные ошибки этих двух выборок, при этом изучают степень достоверности различий. Можно использовать для этой цели и различные критерии (см. главу 5 и 6). Если установлено, что данное распределение не является нормальным, можно использовать различные непараметрические методы анализа (см. главу 10).

Далее можно определить наличие связей между различными характеристиками одного объекта. Количественной характеристикой тесноты связи разнородных признаков может служить коэффициент корреляции (см. главу 7). В случае, когда связь между признаками имеет сложный вид, можно рассчитать показатели коэффициентов нелинейной корреляции (см. подраздел 7.10).

Исследователю, постоянно занимающемуся выявлением связей между различными признаками, имеет смысл включить корреляционный анализ в предварительную обработку информации. Если связь между признаками четко выражена, можно определить вид этой связи, т. е. построить линию, описывающую поведение одного из признаков при изменении сопряженного с ним признака, — построить линию регрессии. Регрессионный анализ приведен в главе 8.

По линии регрессии затем можно предсказать поведение одного параметра при изменении другого.

Дисперсионный анализ (см. главу 9) позволит определить влияние какого-либо фактора на результат в сравнении с влиянием других факторов, действующих одновременно.

В каждой главе более подробно описано назначение того или иного метода, что позволит лучше разобраться в методе статистического анализа.

#### **4.1. Исключение «выскакивающих» величин из последовательности чисел**

При анализе результатов, полученных в ходе клинических наблюдений или экспериментальных исследований, иногда обращают на себя внимание показатели, резко отличающиеся от остальных цифр в данном ряду как в одну, так и в другую сторону. Если исследователь не может их исключить по причине некачественной работы аппаратуры, погрешностей в методике обследования или других причин, можно использовать статистический критерий, который поможет указать на то, что данная «вы-

скакивающая» величина попала в эту выборку случайно.

Расчет при этом обычно делают по следующей формуле:

$$V(x_{\max}) = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{\sigma_x},$$

$$V(x_{\min}) = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{\sigma_x},$$

где  $V$  — показатель, который затем сравнивают с данными табл. 1 приложения,  $x_{\max}$  — максимальная величина в данном ряду, которая подлежит оценке,  $x_{\min}$  — минимальная величина в данном ряду, которая подлежит оценке,  $\bar{x}$  — средняя арифметическая величина данного ряда,  $\sigma_x$  — среднее квадратическое отклонение [Линник Ю. В., 1958].

Если показатель  $V$  при оценке максимальной или минимальной величины окажется большим, чем в табл. 1 приложения при данном количестве случаев в этом ряду, эту «выскакивающую» величину необходимо исключить. Расчеты можно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 3 43; 01.  $x \rightarrow$  П 4 44; 02. 0 00; 03.  $x \rightarrow$  П 1 41; 04.  $x \rightarrow$  П 2 42; 05.  $x \rightarrow$  П 5 45; 06.  $\leftrightarrow$  14; 07. БП 51; 08. 10 10; 09. С/П 50; 10.  $x \rightarrow$  П 6 46; 11. В $\uparrow$  ОЕ; 12. П $\rightarrow$ х 1 61; 13. + 10; 14.  $x \rightarrow$  П 1 41; 15. F $\odot$  25; 16. F  $x^2$  22; 17. П $\rightarrow$ х 2 62; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow$  П 2 42; 20. К П $\rightarrow$ х 5 ГП; 21. П $\rightarrow$ х 6 66; 22. П $\rightarrow$ х 3 63; 23. — 11; 24. F  $x \geq 0$  59; 25. 30 30; 26. П $\rightarrow$ х 6 66; 27.  $x \rightarrow$  П 3 43; 28. БП 51; 29. 37 37; 30. П $\rightarrow$ х 6 66; 31. П $\rightarrow$ х 4 64; 32. — 11; 33. F  $x < 0$  5С; 34. 37 37; 35. П $\rightarrow$ х 6 66; 36.  $x \rightarrow$  П 4 44; 37. П $\rightarrow$ х 5 65; 38. БП 51; 39. 09 09; 40. П $\rightarrow$ х 1 61; 41. П $\rightarrow$ х 5 65; 42.  $\div$  13; 43.  $x \rightarrow$  П 0 40; 44. F  $x^2$  22; 45. П $\rightarrow$ х 5 65; 46.  $\times$  12; 47. П $\rightarrow$ х 1 61; 48. 2 02; 49.  $\times$  12; 50. П $\rightarrow$ х 0 60; 51.  $\times$  12; 52. — 11; 53. П $\rightarrow$ х 2 62; 54. + 10; 55. П $\rightarrow$ х 5 65; 56. 1 01; 57. — 11; 58.  $\div$  13; 59. F  $\vee$  21; 60.  $x \rightarrow$  П 6 46; 61. П $\rightarrow$ х 3 63; 62. С/П 50; 63. П $\rightarrow$ х 0 60; 64. — 11; 65. П $\rightarrow$ х 6 66; 66.  $\div$  13; 67. С/П 50; 68. П $\rightarrow$ х 0 60; 69. П $\rightarrow$ х 4 64; 70. С/П 50; 71. БП 51; 72. 64 64; F АВТ.

#### Работа с программой:

1. Набрать В/О
2. Набрать  $x_1$  С/П — высветится 1

$x_2$  С/П — высветится 2

.....  
 $x_n$  С/П — высветится n

3. Набрать БП 40, СП — высветится  $x_{\max}$

4. Набрать С/П — высветится  $V(x_{\max})$

5. Набрать С/П — высветится  $x_{\min}$

6. Набрать С/П — высветится  $V(x_{\min})$

7. Для последующей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

BR0 —  $\bar{x}$ , в R6 —  $\sigma_x$

### Контрольный пример:

$x_1 = 1$ ;  $x_2 = 4$ ;  $x_3 = 5$ ;  $x_4 = 4$ ;  $x_5 = 8$ ;  $V(x_{\max}) = 1.4342743$ ;  
 $x_{\max} = 8$ ;  $V(x_{\min}) = 1.3545924$ ;  $x_{\min} = 1$ .

## Глава 5

### ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

---

#### 5.1. Вычисление средней арифметической

Очень часто исследователю необходимо знать только среднюю арифметическую величину показателя. Находят ее обычно суммированием всех показателей и делением этой суммы на число показателей. Естественно, чем больше количество членов выборки, тем больше средняя арифметическая величина приближается к истинному значению. В общем виде расчет проводят по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (5.1)$$

где  $\bar{x}$  — средняя арифметическая величина;  $\sum x_i$  — сумма всех показателей;  $n$  — количество этих показателей.

Вычислить среднюю арифметическую легко по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow$  П 4 44; 02. С/П 50; 03. + 10;  
04. К П  $\rightarrow$  x 4 Г4; 05.  $\leftrightarrow$  14; 06. БП 51; 07. 02 02; 08.  
П  $\rightarrow$  x 4 64; 09.  $\div$  13; 10. С/П 50; F АВТ.

#### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0

2. Набрать  $x_1$  С/П,  $x_2$  С/П, ...,  $x_n$  С/П — высветится показатель  $\Sigma x_i$
3. Набрать БП 08 С/П — высветится показатель  $\bar{x}$
4. Для дальнейшей работы или при наборе ошибочных данных работу начать с п. 1.  
В R4 — п

**Контрольный пример:**

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 3; \quad x_3 = 5; \quad x_4 = 5; \quad \bar{x} = 3,75.$$

## 5.2. Вычисление взвешенной средней арифметической

Иногда полученные показатели повторяются несколько раз, и исследователь для простоты расчетов группирует их. Например, в обследованной группе людей ростом 160 см было 12 человек, ростом 165 см — 10 человек, ростом 170 см — 15 человек и ростом 175 см — 10 человек. Вычислить средний рост всех обследованных. Среднюю арифметическую в этом случае рассчитывают следующим образом. Сначала умножают величину роста на количество обследованных в каждой группе, а затем суммируют все эти величины и делят их на количество обследованных. В общем виде расчет производят по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i p_i}{\Sigma p_i}, \quad (5.2)$$

где  $\bar{x}$  — средняя арифметическая величина (в данном случае взвешенная);  $\Sigma x_i p_i$  — сумма произведений каждой величины (варианты)  $x_i$  на их количество  $p_i$ ;  $\Sigma p_i$  — общее количество вариант.

Иногда взвешенную среднюю приходится находить по средним величинам ( $\bar{x}_i$ ) небольших рядов, содержащих разное количество вариант ( $n_i$ ). Тогда формула приобретает вид:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \bar{x}_i n_i}{\Sigma n_i},$$

где  $\Sigma \bar{x}_i n_i$  — сумма произведений каждой средней величины на количество вариант, из которых она выведена;  $\Sigma n_i$  — общее количество всех вариант.

Расчет в этих случаях проводят по специальной программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 04. + 10; 05.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 06. С/П 50; 07.  $\times$  12; 08.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 09. + 10; 10.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 11.  $\leftrightarrow$  14; 12. БП 51; 13. 02 02; 14.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 15.  $\leftrightarrow$  14; 16.  $\div$  13; 17. С/П 50; **F** АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $p_1$  С/П,  $x_1$  С/П  
 $p_2$  С/П,  $x_2$  С/П  
 $\dots \dots \dots$   
 $p_n$  С/П,  $x_n$  С/П — высветится  $\Sigma p_i$
3. Набрать БП 14 С/П — высветится  $\bar{x}$ .

### Контрольный пример

$p_1 - 3$ ;  $x_1 - 2$ ;  $p_2 - 5$ ;  $x_2 - 3$ ;  $\bar{x} = 2.625$ .

## 5.3. Вычисление средней гармонической

Если какой-то признак находится в обратно пропорциональной зависимости с другим признаком, связанным с ним функционально, то более точно характеризует эти признаки средняя гармоническая, которую обозначают  $\bar{x}_h$ . Средняя гармоническая равна частному от деления количества признаков ( $n$ ) на сумму их обратных значений ( $\Sigma(1/x)$ ) и вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\Sigma \left( \frac{1}{x_i} \right)}$$

Вычисление можно провести по следующей программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow \Pi$  4 44; 02. С/П 50; 03. **F**  $1/x$  23; 04. + 10; 05. **K**  $\Pi \rightarrow x$  4 Г4; 06.  $\leftrightarrow$  14; 07. БП 51; 08. 02 02; 09.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 10.  $\leftrightarrow$  14; 11.  $\div$  13; 12. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П
2. Набрать  $x_1$  С/П  
 $x_2$  С/П  
 $\dots \dots \dots$   
 $x_n$  С/П — высветится  $\Sigma (1/x_i)$
3. Набрать БП 09 С/П — высветится  $\bar{x}_h$



4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжать с п. 1.

BR4 — n

**Контрольный пример:**

$x_1=2$ ;  $x_2=4$ ;  $x_3=4$ ;  $\bar{x}_h=3$ .

#### 5.4. Вычисление взвешенной средней гармонической

В некоторых случаях рассчитывать среднюю гармоническую приходится из сгруппированных рядов, когда одинаковые признаки встречаются по несколько раз. В этих случаях, чтобы не вводить в микрокалькулятор одну и ту же цифру несколько раз, лучше воспользоваться специальной программой для этой цели.

Расчет в этом случае проводят по общей формуле:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \left( \frac{p_i}{x_i} \right)},$$

где  $n$  — общее количество признаков,  $\sum \frac{p_i}{x_i}$  — сумма частных от деления количества вариантов на их величину. Вычисление проводят по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow$  П 0 40; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow$  П 1 41; 04. + 10; 05.  $\text{П} \rightarrow x$  1 61; 06. С/П 50; 07.  $\div$  13; 08.  $\text{П} \rightarrow x$  0 60; 09. + 10; 10.  $x \rightarrow$  П 0 40; 11.  $\leftrightarrow$  14; 12. БП 51; 13. 02 02; 14.  $\text{П} \rightarrow x$  0 60; 15.  $\div$  13; 16. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0

2. Набрать  $p_1$  С/П,  $x_1$  С/П  
 $p_2$  С/П,  $x_2$  С/П

.....  
 $p_n$  С/П,  $x_n$  С/П — высветится  $n$

3. После набора всех показателей набрать БП 14 С/П — высветится  $\bar{x}_h$

4. Для дальнейшей работы или при наборе ошибочных данных начать работу с п. 1.

#### Контрольный пример:

$p_1=2$ ;  $x_1=4$ ;  $p_2=3$ ;  $\bar{x}=6$ ;  $p_3=4$ ;  $x_3=8$ ;  $\bar{x}_h=6$ .

## 5.5. Вычисление средней квадратической

Если изучаемые показатели определяют величины площади, они более точно характеризуются расчетами средней квадратической. Последняя равна корню квадратному из суммы квадратов показателей, деленной на количество этих показателей. В общем виде расчет проводят по формуле:

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}},$$

где  $\sum x_i^2$  — сумма квадратов всех вариантов,  $n$  — количество вариантов. Расчет проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П$  4 44; 02. С/П 50; 03. F  $x^2$  22; 04. + 10; 05. К П  $\rightarrow x$  4 Г4; 06.  $\leftrightarrow$  14; 07. БП 51; 08. 02 02; 09. П  $\rightarrow x$  4 64; 10.  $\div$  13; 11. F  $\sqrt$  21; 12. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1$  С/П  
 $x_2$  С/П  
...  
 $x_n$  С/П — высветится  $\sum x_i^2$
3. Набрать БП 09 С/П — высветится  $\bar{x}_q$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
В R4 — п

### Контрольный пример:

$x_1 = 2$ ;  $x_2 = 3$ ;  $x_3 = 4$ ;  $x_4 = 5$ ;  $\bar{x}_q = 3.6742346$ .

## 5.6. Вычисление взвешенной средней квадратической

В тех случаях, когда отдельные величины, находящиеся в изучаемом ряду, повторяются и сгруппированы, чтобы не набирать на компьютере несколько раз одну и ту же величину, расчет можно вести по приведенной ниже программе. В общем виде формула расчета выглядит следующим образом:

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum p_i x_i^2}{n}},$$

где  $\sum p_i x_i^2$  — сумма произведений квадратов повторяющихся вариантов  $x_i^2$  на их количество  $p_i$ ;  $n$  — общее количество всех вариантов.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **Cx** ОГ; 01. **B**↑; 02. **C/П** 50; 03. **x**→ **П 0 40**; 04. **+** 10; 05. **↔** 14; 06. **C/П** 50; 07. **F**  $x^2$  22; 08. **П**→**x 0 60**; 09. **×** 12; 10. **+**10; 11. **↔** 14; 12. **БП** 51; 13. **02 02**; 14. **÷** 13; 15. **F**  $\sqrt{\quad}$  21; 16. **C/П** 50; **F** **АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать **В/О С/П** — высветится 0
2. Набрать  $p_1$  **C/П**,  $x_1$  **C/П**  
 $p_2$  **C/П**,  $x_2$  **C/П**  
.....  
 $p_n$  **C/П**,  $x_n$  **C/П** — высветится  $\bar{x}_Q$
3. Набрать **БП 14 С/П** — высветится  $\bar{x}_Q$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$p_1$  — 2;  $x_1$  — 4;  $p_2$  — 3;  $x_2$  — 6;  $\bar{x}_Q = 5.2915026$ .

## 5.7. Вычисление средней кубической

Иногда возникает необходимость найти среднюю величину каких-то объемных признаков. В этом случае лучше использовать так называемую среднюю кубическую, которая равна корню кубическому из суммы кубов вариантов, деленной на их общее количество. В общем виде формула для расчетов выглядит следующим образом:

$$\bar{x}_Q = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}}$$

где  $\bar{x}_Q$  — средняя кубическая;  $\sum x_i^3$  — сумма кубов всех вариантов;  $n$  — общее количество вариантов.

Вычисление средней кубической можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **Cx** ОГ; 01. **x**→**П 4 44**; 02. **x**→**П 0 40**; 03. **3 03**; 04. **C/П** 50; 05. **F**  $x^j$  24; 06. **П**→**x 0 60**; 07. **+** 10; 08. **x**→**П 0 40**; 09. **К П**→**x 4 Г4**; 10. **БП** 51; 11. **03 03**; 12. **F**  $1/x$  23; 13. **П**→**x 0 60**; 14. **П**→**x 4 64**; 15. **÷** 13; 16. **F**  $xy$  24; 17. **C/П** 50; **F** **АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 3
2. Набрать  $x_1$  С/П  
 $x_2$  С/П  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П
3. Набрать БП 12 С/П — высветится  $\bar{x}_Q$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
В R0 —  $\Sigma x_i^3$ , в R4 — п

### Контрольный пример:

$x_1$  — 3;  $x_2$  — 4;  $x_3$  — 5;  $\bar{x}_Q = 4.1601672$

## 5.8. Вычисление взвешенной средней кубической

Если представленные ряды сгруппированы и имеются данные, сколько раз повторяется та или иная варианта, нет надобности вводить эту варианту несколько раз. В таком случае расчет делают по формуле:

$$\bar{x}_Q = \sqrt[3]{\frac{\Sigma p_i x_i^3}{n}}$$

где  $\Sigma p_i x_i^3$  — сумма произведений кубов повторяющихся вариант  $x_i^3$  на их количество  $p_i$ ;  $n$  — общее количество всех вариант.

Расчет в этом случае проводят по программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow$  П 0 40; 02.  $x \rightarrow$  П 1 41;  
03. С/П 50; 04.  $x \rightarrow$  П 2 42; 05. П  $\rightarrow$  x 1 61; 06. + 10;  
07.  $x \rightarrow$  П 1 41; 08. 3 03; 09. С/П 50; 10. F  $x/j$  24; 11.  
П  $\rightarrow$  x 2 62; 12.  $\times$  12; 13. П  $\rightarrow$  x 0 60; 14. + 10; 15.  
 $x \rightarrow$  П 0 40; 16. БП 51; 17. 03 03; 18. П  $\rightarrow$  x 1 61; 19.  $\div$  13;  
20. 3 03; 21. F  $1/x$  23; 22.  $\leftrightarrow$  14; 23. F  $x^j$  24; 24. С/П 50;  
**F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $p_1$  С/П  $x_1$  С/П  
 $p_2$  С/П  $x_2$  С/П

.....  
p<sub>n</sub> С/П x<sub>n</sub> С/П

3. Набрать БП 18 С/П — высветится  $\bar{x}_Q$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу начать с п. 1.

В RO —  $\sum p_i x_i^3$ , в R1 — n

**Контрольный пример:**

p<sub>1</sub> — 2; x<sub>1</sub> — 3; p<sub>2</sub> — 3; x<sub>2</sub> — 4;  $\bar{x}_Q = 3.6642773$ .

## 5.9. Вычисление средней геометрической

Обычно среднюю геометрическую вычисляют в тех случаях, когда нужно охарактеризовать изменения каких-то показателей под влиянием различных факторов: например, изменение массы тела или роста за какой-то отрезок времени. Она выражается в каких-либо единицах, Δх или в процентах. Средняя геометрическая обычно вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

или с помощью логарифмирования

$$\lg \bar{x}_g = \frac{\sum \lg x_i}{n}$$

Вычисления можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01. x → П 4 44; 02. 1 01; 03. С/П 50; 04. × 12; 05. К П → x 4 Г4; 06. ↔ 14; 07. БП 51; 08. 03 03; 09. П → x 4 64; 10. F 1/x 23; 11. ↔ 14; 12. F x<sup>y</sup> 24; 13. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 1.
2. Набрать x<sub>1</sub> С/П, x<sub>2</sub> С/П, ... x<sub>n</sub> С/П — высветится произведение всех показателей.
3. Набрать БП 09 С/П — высветится показатель  $\bar{x}_g$ .
4. При ошибке в наборе или для дальнейшей работы расчеты продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x<sub>1</sub> — 2; x<sub>2</sub> — 3; x<sub>3</sub> — 4;  $\bar{x}_g = 2.8844989$ .

## 5.10. Вычисление средней арифметической и ее стандартной ошибки

Вероятно, эта программа будет одной из самых популярных, так как она дает возможность рассчитать среднюю арифметическую величину, а также ее стандартную ошибку. В медицинских и биологических исследованиях, как правило, вычисляют именно эти два показателя. Расчет средней арифметической  $\bar{x}$ , обычно производят по формуле (5.1), а стандартную ошибку средней арифметической  $S_{\bar{x}}$  вычисляют по формуле (5.5).

Результат записывают как  $\bar{x} + S_{\bar{x}}$ . В медицинской литературе раньше широко использовалось обозначение средней арифметической  $M$ , а стандартной ошибки средней арифметической —  $m$ ; результат записывали  $M + m$ .

Рассчитать эти два показателя можно по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 02.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 03.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 06. F  $x^2 22$ ; 07. П  $\rightarrow \bar{x} 2 62$ ; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 10. П  $\rightarrow x 0 60$ ; 11. П  $\rightarrow \bar{x} 1 61$ ; 12. + 10; 13.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 14. К П  $\rightarrow x 4 Г4$ ; 15. П  $\rightarrow \bar{x} 4 64$ ; 16. БП 51; 17. 04 04; 18. П  $\rightarrow x 2 62$ ; 19. П  $\rightarrow x 1 61$ ; 20. П  $\rightarrow x 4 64$ ; 21.  $\div 13$ ; 22. С/П 50; 23. F  $x^2 22$ ; 24. П  $\rightarrow x 4 64$ ; 25.  $\times 12$ ; 26. — 11; 27. П  $\rightarrow x 4 64$ ; 28. 1 01; 29. — 11; 30.  $\div 13$ ; 31. П  $\rightarrow x 4 64$ ; 32.  $\div 13$ ; 33. F  $\sqrt{21}$ ; 34. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1$  С/П,  
 $x_2$  С/П  
 $x_n$  С/П — высветится n
3. Набрать БП 18 С/П — высветится показатель  $\bar{x}$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $S_{\bar{x}}$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу начать с п. 1.  
В R 1 —  $\Sigma x_i$ , в R 2 —  $\Sigma x_i^2$  в R 4 — n

### Контрольный пример:

$x_1=5$ ;  $x_2=7$ ;  $x_3=9$ ;  $x_4=10$ ;  $n=4$ ;  $\bar{x}=7,75$ ;  $S_{\bar{x}}=1.1086778$ .

### 5.11. Вычисление средней арифметической и ее стандартной ошибки для выборки, сгруппированной в классы

В случаях, когда отдельные варианты повторяются несколько раз, нет надобности столько раз вводить их в микрокалькулятор. Лучше воспользоваться специальной программой, позволяющей вычислить среднюю арифметическую  $\bar{x}$  и ее стандартную ошибку  $S_{\bar{x}}$ , вводя в микрокалькулятор число повторений и этот показатель. Данная программа позволяет рассчитывать общую среднюю арифметическую из нескольких, вычисленных из небольших выборок.

Средняя арифметическая в этом случае может быть рассчитана по формуле (5.2), а стандартная ошибка средней арифметической по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum p_i x_i^2 - \frac{(\sum p_i x_i)^2}{\sum p_i}}{\sum p_i (\sum p_i - 1)}}, \quad (5.3)$$

где  $p_i$  — число элементов в каждой группе;  $x_i$  — повторяющийся показатель.

Вычисления проводят по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. Сх ОГ; 01. x → П 1 41; 02. x → П 2 42; 03. С/П 50; 04. x → П 3 43; 05. + 10; 06. С/П 50; 07. В↑ ОЕ; 08. F x<sup>2</sup> 22; 09. П → x 3 63; 10. × 12; 11. П → x 2 62; 12. + 10; 13. x → П 2 42; 14. ↔ 14; 15. П → x 3 63; 16. × 12; 17. П → x 1 61; 18. + 10; 19. x → П 1 41; 20. F○ 25; 21. F○ 25; 22. БП 51; 23. 03 03; 24. x → П 3 43; 25. П → x 1 61; 26. ↔ 14; 27. ÷ 13; 28. С/П 50; 29. П → x 2 62; 30. П → x 1 61; 31. F x<sup>2</sup> 22; 32. П → x 3 63; 33. ÷ 1 13; 34. — 11; 35. П → x 3 63; 36. 1 01; 37. — 11; 38. ÷ 13; 39. П → x 3 63; 40. ÷ 13; 41. F √ 21; 42. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П
2. Набрать  $p_1$  С/П  $x_1$  С/П  
 $p_2$  С/П  $x_2$  С/П  
 $p_n$  С/П  $x_n$  С/П — высветится показатель  $p$
3. Набрать БП 24 С/П — высветится показатель  $\bar{x}$
4. Набрать С/П, высветится показатель  $S_{\bar{x}}$

5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

В R1— $\Sigma p_1 x_1$ , в R2— $\Sigma p_1 x_1^2$ , в R3— $\Sigma p_1$

**Контрольный пример:**

$p_1=2$ ;  $x_1=6$ ;  $p_2=4$ ;  $x_2=3$ ;  $p_3=3$ ;  $x_3=1$ ;  $n=9$ ;  $\bar{x}=3$ ;  $S_{\bar{x}}=0.64549721$ .

### 5.12. Вычисление средней арифметической, ее среднего квадратического отклонения и стандартной ошибки средней арифметической

Чаще всего при статистических расчетах, проводимых в биологии и медицине, используется средняя арифметическая величина. Однако при анализе (сравнении) одного ряда с другим необходимо оценить эти средние величины для их последующего сопоставления. Поэтому для изучения характеристики средней арифметической обычно рассчитывают ее среднее квадратическое отклонение и стандартную ошибку средней арифметической. Все эти показатели можно получить при работе с одной программой.

Расчет средней арифметической, как уже было отмечено выше, проводят по формуле (5.1), а его квадратическое отклонение по формуле:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma x_1^2 - \frac{(\Sigma x_1)^2}{n}}{n-1}},$$

где  $\sigma_{\bar{x}}$  — среднее квадратическое отклонение;  $\Sigma x_1^2$  — сумма квадратов индивидуальных показателей  $x_1$ ;  $(\Sigma x_1)^2$  — квадрат суммы всех показателей;  $n$  — количество вариантов в ряду.

Среднее квадратическое отклонение можно рассчитать по другой формуле:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma (x_1 - \bar{x})^2}{n-1}},$$

где  $x_1$  — каждая варианта;  $\bar{x}$  — средняя арифметическая величина;  $n$  — количество вариантов в ряду. Однако при программировании мы воспользовались первым вариантом этой формулы как более удобным.



Стандартную ошибку средней арифметической  $S_{\bar{x}}$  рассчитывают по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}$$

Все приведенные показатели можно рассчитать с помощью следующей программы.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow$  П 1 41; 02.  $x \rightarrow$  П 2 42; 03.  $x \rightarrow$  П 4 44; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow$  П 0 40; 06. F  $x^2$  22; 07. П  $\rightarrow$  х 2 62; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow$  П 2 42; 10. П  $\rightarrow$  х 0 60; 11. П  $\rightarrow$  х 1 61; 12. + 10; 13.  $x \rightarrow$  П 1 41; 14. К П  $\rightarrow$  х 4 Г4; 15.  $\leftrightarrow$  14; 16. БП 51; 17. 04 04; 18. П  $\rightarrow$  х 2 62; 19. П  $\rightarrow$  х 1 61; 20. П  $\rightarrow$  х 4 64; 21. С/П 50; 22.  $\div$  13; 23. С/П 50; 24. F  $x^2$  22; 25. П  $\rightarrow$  х 4 64; 26.  $\times$  12; 27. - 11; 28. П  $\rightarrow$  х 4 64; 29. 1 01; 30. - 11; 31.  $\div$  13; 32. F  $\sqrt{\quad}$  21; 33. С/П 50; 34. П  $\rightarrow$  х 4 64; 35. F  $\sqrt{\quad}$  21; 36.  $\div$  13; 37. С/П 50; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1$  С/П,  
 $x_2$  С/П,  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П — высветится  $\sum x_i$
3. Набрать БП 18 С/П — высветится  $n$
4. Набрать С/П — высветится  $\bar{x}$
5. Набрать С/П — высветится  $\sigma_{\bar{x}}$
6. Набрать С/П — высветится  $S_{\bar{x}}$
7. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
В R1 —  $\sum x_i$ , в R2 —  $\sum x_i^2$ , в R4 —  $n$

### Контрольный пример:

$x_1 - 2, \bar{x}_2 - 4, x_3 - 6, x_4 - 8, n = 4, \bar{x} = 5, \sigma_{\bar{x}} \pm 2.5819888,$   
 $S_{\bar{x}} = 1.2909944.$

**5.13. Вычисление средней арифметической, ее среднего квадратического отклонения и стандартной ошибки средней арифметической для выборки, сгруппированной в классы (взвешенной средней)**

Если при проведении статистических расчетов исследователь имеет дело с выборкой, уже сгруппированной в классы, т. е. когда приведены не все подряд показатели, а отмечено, сколько раз повторяется тот или иной

показатель, расчеты производить по предыдущей программе затруднительно, так как одно и то же число придется вводить в микрокалькулятор столько раз, сколько раз оно повторяется. Для облегчения работы в таких случаях мы приводим специальную программу, которая дает возможность вычислять все те же показатели, но вводить в микрокалькулятор показатель повторяемости и это число.

Средняя арифметическая в этом случае вычисляется по формуле 5.2, среднее квадратическое отклонение рассчитывают по формуле:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum p_i x_i^2 - \frac{(\sum p_i x_i)^2}{\sum p_i}}{\sum p_i - 1}},$$

а стандартную ошибку средней арифметической рассчитывают по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{\sum p_i}}, \quad (5.4)$$

где  $p_i$  — число элементов в каждой группе.

Расчет всех этих показателей можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П$  1 41; 02.  $x \rightarrow П$  2 42; 03. С/П 50; 04.  $x \rightarrow П$  0 40; 05. + 10; 06. С/П 50; 07. В↑ ОЕ; 08. F  $x^2$  22; 09. П → x 0 60; 10. × 12; 11. П → x 2 62; 12. + 10; 13.  $\bar{x} \rightarrow П$  2 42; 14. ↔ 14; 15. П → x 0 60; 16. x 12; 17. П → x 1 61; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow П$  1 41; 20. F ∅ 25; 21. F ∅ 25; 22. БП 51; 23. 03 03; 24.  $x \rightarrow П$  0 40; 25. П → x 1 61; 26. ↔ 14; 27. ÷ 13; 28. С/П 50; 29. П → x 2 62; 30. П → x 1 61; 31. F  $x^2$  22; 32. П → x 0 60; 33. ÷ 13; 34. — 11; 35. П → x 0 60; 36. 1 01; 37. — 11; 38. ÷ 13; 39. F√ 21; 40. С/П 50; 41. П → x 0 60; 42. F√ 21; 43. ÷ 13; 44. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $p_1$  С/П  $x_1$  С/П  
 $p_2$  С/П  $x_2$  С/П.  
.....  
 $p_n$  С/П  $x_n$  С/П — высветится показатель  $p$ .
3. После окончания набора исходных данных набрать БП 24 С/П — высветится  $x$

4. Набрать С/П — высветится  $\sigma_{\bar{x}}$
5. Набрать С/П — высветится  $S_{\bar{x}}$
6. Для последующей работы или при ошибке в наборе — работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$p_1=2; x_1=6; p_2=4; x_2=3; p_3=3; x_3=1; n=9; \bar{x}=3; \sigma_x=$   
 $=1.9364916; S_{\bar{x}}=0.6454972.$

**5.14. Вычисление средних арифметических и их стандартных ошибок в двух рядах, а также статистической значимости их различий по t-критерию Стьюдента**

Наиболее часто при постановке экспериментов исследователю приходится сравнивать два ряда; например, контрольные показатели и опытные, показатели до лечения и после лечения и т. д., по их средним величинам и стандартным ошибкам этих средних арифметических показателей. Оценку значимости различий двух средних арифметических обычно проводят по критерию t Стьюдента. В приводимой ниже программе вычислений, как и ранее, средние арифметические рассчитываются по формуле 5.1. Стандартную ошибку средней арифметической рассчитывают по следующей формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n}}{n(n-1)}}, \quad (5.5)$$

а критерий t Стьюдента — по формуле, пригодной для расчетов как одинаковых по количеству вариант рядов, так и при неодинаковом их количестве:

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y}}}{\sqrt{\frac{\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_x} + \sum y_1^2 - \frac{(\sum y_1)^2}{n_y}}{n_x + n_y - 2}}}, \quad (5.6)$$

где  $\bar{x}$  — средняя арифметическая первого ряда;  $\bar{y}$  — средняя арифметическая второго ряда;  $n_x$  — количество вариант в первом ряду;  $n_y$  — количество вариант во втором ряду.

Получив значение  $t$ -критерия Стьюдента, нужно с помощью табл. 2 приложения по числу степеней свободы  $n_x + n_y - 2$  определить значимость различий. Если уровень значимости  $p < 0,05$ , различия статистически достоверны.

Вычисления проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F ПРГ;** 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow \text{П } 1 \ 41$ ; 02.  $x \rightarrow \text{П } 2 \ 42$ ; 03.  $x \rightarrow \text{П } 4 \ 44$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow \text{П } 0 \ 40$ ; 06.  $F \ x^2 \ 22$ ; 07.  $\text{П} \rightarrow x \ 2 \ 62$ ; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow \text{П } 2 \ 42$ ; 10.  $\text{П} \rightarrow x \ 0 \ 60$ ; 11.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 12. + 10; 13.  $x \rightarrow \text{П } 1 \ 41$ ; 14. К  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ \Gamma 4$ ; 15.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 16. БП 51; 17. 04 04; 18.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 19.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 20.  $\div 13$ ; 21.  $x \rightarrow \text{П } 5 \ 45$ ; 22. С/П 50; 23.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 24.  $F \ x^2 \ 22$ ; 25.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 26.  $\div 13$ ; 27.  $\text{П} \rightarrow x \ 2 \ 62$ ; 28.  $\leftrightarrow 14$ ; 29. - 11; 30.  $x \rightarrow \text{П } 6 \ 46$ ; 31.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 32. 1 01; 33. - 11; 34.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 35.  $\times 12$ ; 36.  $\div 13$ ; 37.  $F \ \sqrt{21}$ ; 38. С/П 50; 39.  $F \ x \neq 0 \ 57$ ; 40. 49 49; 41.  $\text{П} \rightarrow x \ 5 \ 65$ ; 42.  $x \rightarrow \text{п } a \ 4$ ; 43.  $\text{П} \rightarrow x \ 6 \ 66$ ; 44.  $x \rightarrow \text{П } b \ 4L$ ; 45.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 46.  $x \rightarrow \text{П } c \ 4 \ C$ ; 47. БП 51; 48. 00 00; 49.  $\text{П} \rightarrow x \ a \ 6$ ; 50.  $\text{П} \rightarrow x \ 5 \ 65$ ; 51. - 11; 52.  $\text{П} \rightarrow x \ c \ 6C$ ; 53.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 54.  $\times 12$ ; 55.  $\text{П} \rightarrow x \ c \ 6C$ ; 56.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 57. + 10; 58.  $\div 13$ ; 59.  $F \ \sqrt{21}$ ; 60.  $\times 12$ ; 61.  $\text{П} \rightarrow x \ b \ 6L$ ; 62.  $\text{П} \rightarrow x \ 6 \ 66$ ; 63. + 10; 64.  $\text{П} \rightarrow x \ c \ 6C$ ; 65.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 66. + 10; 67. 2 02; 68. - 11; 69.  $F \ \div 13$ ; 70.  $F \ \sqrt{21}$ ; 71.  $\div 13$ ; 72. С/П 50; **F АВТ.**

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1$  С/П  
 $x_2$  С/П  
.....  
 $x_n$  С/П — высветится показатель  $n_x$
3. Набрать БП 18 С/П — высветится показатель  $\bar{x}$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $S_{\bar{x}}$
5. Набрать С/П — высветится 0
6. Набрать  $y_1$  С/П,  
 $y_2$  С/П  
.....  
 $y_n$  С/П — высветится показатель  $n_y$
7. Набрать БП 18 С/П — высветится показатель  $\bar{y}$
8. Набрать С/П — высветится показатель  $S_{\bar{y}}$
9. Набрать О С/П — высветится показатель  $t$

10. Для дальнейшей работы или при наборе ошибочных данных работу начать с п. 1.

В R4 —  $p_y$ , в R5 —  $\bar{y}$ , в Ra —  $\bar{x}$ , в Rc —  $n_x$ .

**Контрольный пример:**

$x_1 = 5$ ;  $x_2 = 7$ ;  $x_3 = 9$ ;  $x_4 = 10$ ;  $n_x = 4$ ;  $\bar{x} = 7,75$ ;  $S_{\bar{x}} = 1.1086778$ ;  $y_1 = 2$ ;  $y_2 = 4$ ;  $y_3 = 6$ ;  $y_4 = 8$ ;  $n_y = 4$ ;  $\bar{y} = 5$ ;  $S_{\bar{y}} = 1.2909944$ ;  $t = 1.6160169$ .

### 5.15. Вычисление средних арифметических и их стандартных ошибок в двух выборках, а также статистической значимости их различий по t-критерию Стьюдента для выборок, сгруппированных в классы

Предыдущая программа дает возможность рассчитать средние арифметические и их стандартные ошибки в двух рядах (выборках), а также критерий различий их между собой. Очень часто возникает необходимость в расчетах таких же показателей при группировке данных в классы, т. е. когда одно и то же число повторяется несколько раз и указаны число его повторений и само число. Мы предлагаем специальную программу для получения необходимых показателей при выборках, сгруппированных в классы. Средняя арифметическая при этом рассчитывается по формуле 5.2,  $S_{\bar{x}}$  — по формуле 5.3, а критерий t Стьюдента — по формуле 5.6.

Расчет проводят по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Cx ОГ; 01. x→П 0 40; 02. x→П 1 41; 03. x→П 2 42; 04. C/П 50; 05. x→П a 4—; 06. П→x 0 60; 07. + 10; 08. x→П 0 40; 09. C/П 50; 10. x→П b 4L; 11. П→x a 6—; 12. × 12; 13. В↑ OE; 14. П→x 1 61; 15. + 10; 16. x→П 1 41; 17. F ⊙ 25; 18. П→x b 6L; 19. × 12; 20. П→x 2 62; 21. + 10; 22. x→П 2 42; 23. П→x 0 60; 24. БП 51; 25. 04 04; 26. П→x 1 61; 27. П→x 0 60; 28. x→П 7 47; 29. ÷ 13; 30. x→П 8 48; 31. C/П 50; 32. П→x 2 62; 33. П→x 1 61; 34. F x<sup>2</sup> 22; 35. П→x 0 60; 36. ÷ 13; 37. — 11; 38. x→П 9 49; 39. П→x 0 60; 40. 1 01; 41. — 11; 42. ÷ 13; 43. П→x 0 60; 44. ÷ 13; 45. F√ 21; 46. C/П 50; 47. П→x 7 67; 48. x→П 4 44; 49. П→x 8 68; 50. x→П 5 45; 51. П→x 9 69; 52. x→П 6 46; 53. БП 51; 54. 00 00; 55. П→x 5 65; 56. П→x 8 68; 57. — 11; 58. П→x 7 67; 59. П→x 4 64; 60. × 12; 61. П→x 4 64; 62.

$\Pi \rightarrow x$  7 67; 63. + 10; 64.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 65.  $\div$  13; 66. FV 21;  
 67.  $\times$  12; 68.  $\Pi \rightarrow x$  6 66; 69.  $\Pi \rightarrow x$  9 69; 70. + 10; 71.  
 $\Pi \rightarrow x$  0 60; 72. 2 02; 73. - 11; 74.  $\div$  13; 75. FV 21; 76.  $\div$   
 13; 77. C/П 50; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0

2. Набирать показатели первого ряда (выборки)

$p_1$  С/П  $x_1$  С/П

$p_2$  С/П  $x_2$  С/П

$p_n$  С/П  $x_n$  С/П — высветится  $p_x$

3. После набора всех данных первого ряда набрать БП

26 С/П — высветится показатель  $\bar{x}$

4. Набрать С/П — высветится показатель  $S_x^-$

5. Набрать С/П — высветится 0

6. Набрать показатели второго ряда (выборки)

$p_1$  С/П  $y_1$  С/П,

$p_2$  С/П  $y_2$  С/П

$p_n$  С/П  $y_n$  С/П — высветится показатель  $p_y$

7. После набора всех данных второго ряда набрать БП

26 С/П — высветится показатель  $\bar{y}$

8. Набрать С/П — высветится показатель  $S_y'$

9. Набрать БП 55 С/П — высветится показатель  $t$

10. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе начать работу с п. 1.

$V$  R1 —  $\Sigma p_i y_i$ , R2 —  $\Sigma p_i x_i^2$ , R4 —  $p_x$ , R5 —  $\bar{x}$ , R7 —  $p_y$ ,  
 R8 —  $y$ .

### Контрольный пример:

$p_1$  — 2;  $x_1$  — 5;  $p_2$  — 1;  $x_2$  — 7;  $p_3$  — 3;  $x_3$  — 9;  $p_4$  — 4;  $x_4$  —  
 — 10;  $p_x$  = 10;  $\bar{x}$  = 8, 4;  $S_x^-$  = 0.63595946.

$p_1$  — 1;  $y_1$  — 2;  $p_2$  — 1;  $y_2$  — 3;  $p_3$  — 3;  $y_3$  — 6;  $p_4$  — 2;  $y_4$  — 8;  
 $p_y$  = 7;  $\bar{y}$  = 5.5714285;  $S_y'$  = 0.86896613;  $t$  = 2.6935077.

### 5.16. Вычисление t-критерия Стьюдента по показателям средних арифметических и их стандартных ошибок

Иногда в распоряжении исследователя имеются уже подсчитанные ранее средние арифметические и их стандартные ошибки и нет надобности снова вводить все показатели рядов. Предлагаемая ниже программа дает

возможность сразу, имея готовые данные, сравнить их по критерию  $t$  Стьюдента на достоверность различий.

Для расчета, кроме средней арифметической  $\bar{x}$  и ее стандартной ошибки  $S_{\bar{x}}$ , необходимо иметь количество вариантов в данной выборке (ряду) —  $n_x$ , а также аналогичные показатели в сравниваемом ряду ( $\bar{y}$ ,  $S_{\bar{y}}$  и  $n_y$ ).

Расчет обычно проводят по формуле (5.6). Для простоты вычислений для данной программы мы использовали несколько измененную формулу:

$$t = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) \cdot \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y}}}{\sqrt{\frac{S_x^2 n_x (n_x - 1) + S_y^2 n_y (n_y - 1)}{n_x + n_y - 2}}}$$

После нахождения показателя  $t$  по таблице  $t$ -распределения Стьюдента (см. табл. 2 приложения) находят показатель достоверности  $P$  при степенях свободы  $n_x + n_y - 2$ .

Вычисления проводят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

**F ПРГ;** 00.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 03.  $\times$  12; 04.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 05.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 06. + 10; 07.  $\div$  13; 08.  $F\sqrt{21}$ ; 09. С/П 50; 10. С/П 50; 11. — 11; 12.  $\times$  12; 13.  $x \rightarrow \Pi$  а 4—; 14. С/П 50; 15.  $F x^2$  22; 16.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 17.  $\times$  12; 18.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 19. 1 01; 20. — 11; 21.  $\times$  12; 22. С/П 50; 23.  $F x^2$  22; 24.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 25.  $\times$  12; 26.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 27. 1 01; 28. — 11; 29.  $\times$  12; 30. + 10; 31.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 32.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 33. + 10; 34. 2 02; 35. — 11; 36.  $\div$  13; 37.  $F\sqrt{21}$ ; 38.  $\Pi \rightarrow x$  а 6—; 39.  $\leftrightarrow$  14; 40.  $\div$  13; 41. С/П 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать  $n_x$  В/О С/П
2. Набрать  $n_y$  С/П
3. Набрать  $\bar{x}$  С/П
4. Набрать  $\bar{y}$  С/П
5. Набрать  $S_{\bar{x}}$  С/П
6. Набрать  $S_{\bar{y}}$  С/П— высветится показатель  $t$ .

### Контрольный пример:

$n_x = 12$ ;  $n_y = 15$ ;  $\bar{x} = 6,5$ ;  $\bar{y} = 4,5$ ;  $S_{\bar{x}} = 0,65$ ;  $S_{\bar{y}} = 0,45$ ;  
 $t = 2.6042859$ .

### 5.17. Сравнение средних арифметических двух выборок по критерию Z

Кроме критерия t Стьюдента, сравнение двух средних арифметических можно провести и другим методом с использованием величины нормированного отклонения Z, которую обычно вычисляют по следующей формуле:

$$Z = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$$

Затем по таблице (см. приложение 3), используя показатель Z при числе степеней свободы, равном  $n_x + n_y - 2$ , находим вероятность P. Если  $P \geq 0,95$ , то расхождение между двумя средними следует признать неслучайным и существенным, т. е. налицо статистически достоверное различие двух средних арифметических.

Для определения показателя Z приводим две программы.

Первая программа дает возможность вычислить средние арифметические, их стандартные ошибки и показатель Z при наличии данных двух выборок ( $x_i$  и  $y_i$ ).

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 02.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 03.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 06. F  $x^2 22$ ; 07.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 10.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 11.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 12. + 10; 13.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 14. К П  $\rightarrow x 4 Г4$ ; 15.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 16. БП 51; 17. 04 04; 18.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 19.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 20.  $\div 13$ ; 21.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 22. С/П 50; 23.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 24. F  $x^2 22$ ; 25.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 26.  $\div 13$ ; 27.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 28.  $\leftrightarrow 14$ ; 29. - 11; 30.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 31. 1 01; 32. - 11; 33.  $\div 13$ ; 34. F  $\sqrt{21}$ ; 35.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 36.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 37. F  $\sqrt{21}$ ; 38.  $\div 13$ ; 39. С/П 50; 40. F  $x \neq 0 57$ ; 41. 50 50; 42.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 43.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 44.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 45.  $x \rightarrow П$



в 6L; 46. П→х 4 64; 47. х→П с 4С; 48. БП 51; 49. 00 00; 50. П→х а 6—; 51. П→х 5 65; 52. — 11; 53. F x<sup>2</sup> 22; 54. F√ 21; 55. П→х b 6L; 56. F x<sup>2</sup> 22; 57. П→х с 6С; 58. ÷ 13; 59. П→х 6 66; 60. F x<sup>2</sup> 22; 61. П→х 4 64; 62. ÷ 13; 63. + 10; 64. F√ 21; 65. ÷ 13; 66. С/П 50; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1$  С/П — высветится 1,  
 $x_2$  С/П — высветится 2,  
.....  
 $x_n$  С/П — высветится  $p_x$
3. Набрать БП 18 С/П — высветится  $\bar{x}$
4. Набрать С/П — высветится  $S_x$
5. Набрать С/П — высветится 0
6. Набрать  $y_1$  С/П — высветится 1,  
 $y_2$  С/П — высветится 2  
.....  
 $y_n$  С/П — высветится  $p_y$
7. Набрать БП 18 С/П — высветится  $\bar{y}$
8. Набрать С/П — высветится  $S_y$
9. Набрать О С/П — высветится показатель Z
10. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу начать с п. 1.  
В R4 —  $p_y$ , в R5 —  $\bar{y}$ , в R6 —  $\sigma_y$ , в Ra —  $\bar{x}$ , в Rb —  $\sigma_x$ ,  
в Rc —  $p_x$

### Контрольный пример:

$x_1$  — 5;  $x_2$  — 7;  $x_3$  — 9;  $\bar{x}_4$  — 10;  $p_x$  = 4;  $\bar{x}$  = 7,75;  $S_x$  = 1.1086778;  
 $y_1$  — 2;  $y_2$  — 4;  $y_3$  — 6;  $y_4$  — 8;  $p_y$  = 4;  $\bar{y}$  = 5;  $S_y$  = 1.2909944;  
Z = 1.616017.

Вторая программа может быть использована в тех случаях, когда у исследователя имеются уже подсчитанные показатели  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ,  $S_x$  и  $S_y$ .

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. С/П 50; 01. — 11; 02. F x<sup>2</sup> 22; 03. F√ 21; 04. С/П 50; 05. F x<sup>2</sup> 22; 06. С/П 50; 07. F x<sup>2</sup> 22; 08. + 10; 09. F√ 21; 10. ÷ 13; 11. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О

2. Набрать  $\bar{x}$  С/П,  $\bar{y}$  С/П.
3. Набрать  $S_{\bar{x}}$  С/П,  $S_{\bar{y}}$  С/П — высветится показатель Z.
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$\bar{x} = 5$ ;  $\bar{y} = 2$ ;  $S_{\bar{x}} = 1,5$ ;  $S_{\bar{y}} = 0,5$ ;  $Z = 1.8973666$ .

### 5.18. Оценка достоверности различий двух серий наблюдений, проведенных в одной и той же группе обследуемых (разностный метод)

Нередко исследователь изучает разные показатели на одной и той же группе больных, экспериментальных животных. Например, при назначении каких-либо лекарственных средств исследуют показатели до и после приема их, изучают влияние каких-либо воздействий, изменений в зависимости от времени суток, времени года и т. д. Учитывая, что исходные данные у разных особей могут быть различными, обработка обычным способом, т. е. изучение различий средних показателей, не выявит достоверных изменений, так как будет достаточно большой разброс данных. В подобных случаях лучше всего воспользоваться разностным методом, т. е. для каждого испытуемого найти различие между опытным и контрольным показателем  $\Delta x_i$ , рассчитать среднюю величину этого различия  $\Delta \bar{x}$ , стандартную ошибку этой средней  $\Delta S_{\bar{x}}$  и t-критерий Стьюдента, а затем по табл. 2 приложения определить показатель достоверности P этих различий.

Среднюю величину различий обычно находят по формуле:

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Sigma(x_2 - x_1)}{n},$$

где  $\Delta \bar{x}$  — средняя величина различий между опытным показателем и контрольным;  $x_2$  — опытный показатель;  $x_1$  — показатель в контроле,  $n$  — количество испытуемых (число пар наблюдений).

Стандартную ошибку этой средней можно рассчитать по формуле:

$$\Delta S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma (x_2 - x_1)^2 - \frac{[\Sigma (x_2 - x_1)]^2}{n}}{n(n-1)}}$$

Критерий t Стьюдента рассчитывают по формуле:

$$t = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta S_{\bar{x}}}$$

При нахождении в табл. 2 приложения значений P нужно учитывать, что n—это число разностей между опытным и контрольным показателем (число пар), и поэтому число степеней свободы должно быть равно n—1. Если при этом уровень значимости  $P < 0,05$ , значит различия статистически достоверны.

Расчеты можно проводить по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Cx OG; 01. x→П 1 41; 02. x→П 2 42; 03. x→П 4 44; 04. C/П 50; 05. B↑ OE; 06. C/П 50; 07. — 11; 08. B↑ OE; 09. П→x 1 61; 10. + 10; 11. x→П 1 41; 12. F ⊙ 25; 13. F x<sup>2</sup> 22; 14. П→x 2 62; 15. + 10; 16. x→П 2 42; 17. К П→x 4 Г4; 18. П→x 4 64; 19. БП 51; 20. 04 04; 21. П→x 1 61; 22. П→x 4 64; 23. ÷ 13; 24. C/П 50; 25. П→x 2 62; 26. П→x 1 61; 27. Fx<sup>2</sup> 22; 28. П→x 4 64; 29. ÷ 13; 30. — 11; 31. П→x 4 64; 32. ÷ 13; 33. П→x 4 64; 34. 1 01; 35. — 11; 36. ÷ 13; 37. F√ 21; 38. C/П 50; 39. ÷ 13; 40. C/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать последовательно пары значений  $x_2$  и  $x_1$   
 $x_2$  С/П,  $x_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $x_1$  С/П — высветится 2  
 . . . . .  
 $x_2$  С/П,  $x_1$  С/П — высветится n
3. Набрать БП 21 С/П — высветится  $\Delta \bar{x}$
4. Набрать С/П — высветится  $\Delta S_{\bar{x}}$
5. Набрать С/П — высветится показатель t
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x_1$  4, 3, 2, 2  $\Delta \bar{x} = 2$ ,  $\Delta S_{\bar{x}} = 4.0824828$ ,  $t = 4.8989796$   $x_2$  7, 5, 7, 5, 3, 4.

## 5.19. Вычисление показателя асимметрии и эксцесса

Для характеристики той или другой выборки служат показатели асимметрии и эксцесса. Показатель асимметрии характеризует симметричность распределения полученных эмпирических данных определенной выборки. Если распределение симметрично, то показатель асимметрии  $A=0$ . Если склон кривой распределения расположен справа от оси симметрии, то  $A>0$ , если слева —  $A<0$ .

Показатель эксцесса характеризует вершину кривой распределения. Для нормального распределения показатель эксцесса  $E=0$ . Если полученная кривая распределения имеет более острую вершину, чем у нормального распределения, то  $E>0$ , если вершина более плоская, чем у нормального распределения, то  $E<0$ .

Вычислить показатель асимметрии можно по формуле:

$$A = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^3}{\sqrt{\left[ \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right]^3}},$$

где  $n$  — количество данных в изучаемой выборке;  $x_i$  — отдельные показатели данной выборки;  $\bar{x}$  — средняя арифметическая выборки.

Для удобства программирования эта формула была преобразована и получила следующий вид:

$$A = \frac{\sum x_i^3 + 3\bar{x}(\sum x_i - \sum x_i^2) - n\bar{x}^3}{\sqrt{\frac{1}{n} (\sum x_i^2 - 2\bar{x}\sum x_i + n\bar{x}^2)^3}}.$$

Показатель эксцесса вычисляют по формуле:

$$E = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^4}{\left[ \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} - 3.$$

Для удобства программирования эту формулу также можно преобразовать и придать ей вид:

$$E = \frac{[\sum x_i^4 - 4\bar{x}(\sum x_i^3 + \bar{x}^2 \sum x_i) + 6\bar{x}^2 \sum x_i^2 + n\bar{x}^4] n}{(\sum x_i^2 - 2\bar{x}\sum x_i + n\bar{x}^2)^2} - 3.$$

Приведенная ниже программа позволяет вычислить сразу оба показателя — показатель асимметрии и показатель эксцесса.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. С/П 50; 01.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 02.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 03. + 10; 04.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 05.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 06. F  $x^2 22$ ; 07.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 10. 3 03; 11.  $П \rightarrow \bar{x} 6 66$ ; 12. F  $\bar{x}^y 24$ ; 13.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 14. + 10; 15.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 16. 4 04; 17.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 18. F  $x^y 24$ ; 19.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 20. + 10; 21.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 22. К П  $\rightarrow x 5 \Gamma 5$ ; 23.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 24. БП 51; 25. 00 00; 26.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 27.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 28.  $\div 13$ ; 29.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 30. 3 03; 31.  $\times 12$ ; 32.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 33.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 34.  $\times 12$ ; 35.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 36.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 37. — 11; 38.  $\times 12$ ; 39.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 40. F  $x^2 22$ ; 41.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 42.  $\times 12$ ; 43.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 44.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 45.  $\times 12$ ; 46. — 11; 47.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 48. + 10; 49.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 50.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 51. 2 02; 52.  $\times 12$ . 53. — 11; 54.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 55. + 10; 56.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 57. 3 03; 58.  $\leftrightarrow 14$ ; 59. F  $x^y 24$ ; 60.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 61.  $\div 13$ ; 62. F  $\sqrt{\quad} 21$ ; 63.  $\leftrightarrow 14$ ; 64. F  $\emptyset 25$ ; 65.  $\div 13$ ; 66. С/П 50; 67.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 68.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 69.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 70.  $\times 12$ ; 71.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 72. + 10; 73.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 74.  $\times 12$ ; 75. 4 04; 76.  $\times 12$ ; 77. — 11; 78. 6 06; 79.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 80. F  $x^2 22$ ; 81.  $\times 12$ ; 82.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 83.  $\times 12$ ; 84. + 10; 85.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 86.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 87. F  $x^2 22$ ; 88.  $\times 12$ ; 89. + 10; 90.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 91.  $\times 12$ ; 92.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 93. F  $x^2 22$ ; 94.  $\div 13$ ; 95. 3 03; 96. — 11; 97. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Обнулить регистры с 1-го по 5-й, для чего набрать Сх,  $x \rightarrow П 1$ ,  $x \rightarrow П 2$ ,  $x \rightarrow П 3$ ,  $x \rightarrow П 4$ ,  $x \rightarrow П 5$ .
2. Набрать В/О С/П — высветится 0
3. Ввести последовательно все данные изучаемого ряда  
 $x_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П — высветится 2  
 . . . . .  
 $x_n$  С/П — высветится n
4. Набрать БП 26 С/П — высветится показатель А
5. Набрать С/П — высветится показатель Е
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x_1 - 1$ ;  $x_2 - 2$ ;  $x_3 - 4$ ;  $n = 3$ ;  $A = 3.8180221 - 01$ ;  $E = 1.5000015$ .

ИССЛЕДОВАНИЕ СТЕПЕНИ СООТВЕТСТВИЯ  
ЭМПИРИЧЕСКИХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ  
ПО РАЗЛИЧНЫМ КРИТЕРИЯМ

---

**6.1. Определение степени соответствия  
эмпирических и теоретических данных  
по критерию  $\chi^2$**

В практической работе врача и при медико-биологических исследованиях нередко возникает необходимость определить соответствие (согласие или различие) эмпирического и теоретического распределения или двух и более эмпирических распределений между собой, т. е. оценить соответствие фактических данных предлагаемой гипотезе. Это соответствие обычно измеряется особым показателем, обозначаемым как критерий  $\chi^2$  (хи-квадрат). По этому критерию удастся определить, имеется ли согласие или налицо различие в эмпирическом, т. е. полученном исследователем, и теоретическом распределениях.

Можно проследить, например, влияние лекарственного средства действия его при введении в разное время суток, изменение каких-либо показателей под влиянием каких-то воздействий и т. д. В этих случаях полученные результаты вводят в таблицу в зависимости от количества исследуемых факторов. В связи с этим подсчеты критерия  $\chi^2$  будут несколько различаться. После получения критерия  $\chi^2$  исследователю необходимо определить согласие эмпирического распределения с теоретическим или различие их друг от друга. В данном случае необходимо испытание так называемой нулевой гипотезы. По табл. 4 приложения при рассчитанном числе степени свободы (см. далее) находят теоретический показатель  $\chi^2$  при  $P < 0,05$ . Если полученный в ходе расчетов эмпирический показатель равен или меньше этой величины, «нулевая» гипотеза не отвергается, т. е. в данном случае эмпирическое и теоретическое распределения не различаются, если вычисленный показатель больше полученного из таблицы при  $P < 0,05$ , значит «нулевая» гипотеза отвергается и эмпирическое распределение статистически достоверно отличается от теоретического, значит

данное воздействие статистически достоверно изменяет результат исследования. Вместе с тем критерий  $\chi^2$  свидетельствует только о наличии согласия или различия между двумя распределениями, но не может служить их мерой. Для определения силы связи следует использовать методы корреляционного, регрессионного или дисперсионного анализов.

### 6.1.1. Вычисление критерия $\chi^2$ по четырехпольной таблице

Например, необходимо решить, оказывает ли профилактическое действие прививка против кори на заболеваемость корью детей детского сада. Для этого показатели заболевших и незаболевших детей заносим в специальную таблицу (табл. 6.1.).

Таблица 6.1. Заболеваемость корью у привитых и непривитых детей

Группа детей	Заболели	Не заболели
Непривитые	30	78
Привитые	15	120

Если эти цифры заменить буквами, то таблица будет иметь вид

a	b
c	d

В полученной таблице  $a$  — заболели непривитые,  $b$  — не заболели непривитые,  $c$  — заболели привитые,  $d$  — не заболели привитые.

По количеству колонок для цифр, а их четыре, такая таблица носит название четырехпольной. Вычисление критерия в этом случае производят по формуле:

$$\chi^2 = \frac{(ad - bc)^2 n}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}, \quad (6.1)$$

где  $n = a + b + c + d$ . Эта формула действительна, если ни один из показателей  $a, b, c, d$  не меньше 4. В тех случаях,

когда один или несколько из этих показателей меньше 4, в данную формулу вводят поправку Йейтса. Формула приобретает следующий вид:

$$\chi^2 = \frac{(ad - bc - \frac{n}{2})^2 n}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)} \quad (6.2)$$

Расчет критерия  $\chi^2$  по четырехпольной таблице можно провести по приведенной ниже программе. Если все показатели  $a, b, c, d$  больше 4, расчет производят по формуле 6.1. В тех случаях, когда хоть один из показателей меньше 4, применяют формулу 6.2. Этот анализ введен в программу. Если один из показателей меньше 4, а общее число наблюдений меньше 30, расчет необходимо проводить по критерию Фишера (см. раздел 10.1). После получения показателя критерия  $\chi^2$  нужно оценить его. Для четырехпольной таблицы число степеней свободы  $S=1$ . Таким образом, при достоверном различии ( $P < 0,05$ ) критерий  $\chi^2$  должен быть больше 3,84, а при  $P < 0,01$ , этот показатель должен быть больше 6,63 (см. табл. 4 приложения).

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. С/П 50; 01.  $x \rightarrow$  П 1 41; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow$  П 2 42; 04. + 10; 05. С/П 50; 06.  $x \rightarrow$  П 3 43; 07. + 10; 08. С/П 50; 09.  $x \rightarrow$  П 4 44; 10. + 10; 11.  $x \rightarrow$  П 5 45; 12. П  $\rightarrow$  x 1 61; 13. П  $\rightarrow$  x 2 62; 14. + 10; 15. П  $\rightarrow$  x 3 63; 16. П  $\rightarrow$  x 4 64; 17. + 10; 18.  $\times$  12; 19. П  $\rightarrow$  x 1 61; 20. П  $\rightarrow$  x 3 63; 21. + 10; 22.  $\times$  12; 23. П  $\rightarrow$  x 2 62; 24. П  $\rightarrow$  x 4 64; 25. + 10; 26.  $\times$  12; 27.  $x \rightarrow$  П 6 46; 28. П  $\rightarrow$  x 1 61; 29. П  $\rightarrow$  x 4 64; 30.  $\times$  12; 31. П  $\rightarrow$  x 2 62; 32. П  $\rightarrow$  x 3 63; 33.  $\times$  12; 34. — 11; 35.  $x \rightarrow$  П 7 47; 36. П  $\rightarrow$  x 1 61; 37. ПП 53; 38. 63 63; 39. П  $\rightarrow$  x 2 62; 40. ПП 53; 41. 63 63; 42. П  $\rightarrow$  x 3 63; 43. ПП 53; 44. 63 63; 45. П  $\rightarrow$  x 4 64; 46. ПП 53; 47. 63 63; 48. П  $\rightarrow$  x 7 67; 49. F  $x^2$  22; 50. П  $\rightarrow$  x 5 65; 51.  $\times$  12; 52. П  $\rightarrow$  x 6 66; 53.  $\div$  13; 54. БП 51; 55. 00 00; 56. П  $\rightarrow$  x 7 67; 57. П  $\rightarrow$  x 5 65; 58. 2 02; 59.  $\div$  13; 60. — 11; 61. БП 51; 62. 49 49; 63. 4 04; 64. — 11; 65. F  $x \geq 0$  59; 66. 56 56; 67. В/О 52; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать  $Sx$  В/О ППГ
2. Набрать величину  $a$  С/П,  $b$  С/П,  $c$  С/П,  $d$  С/П — высветится показатель  $\chi^2$



3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

В R1 — а, в R2 — b, в R3 — с, в R4 — d, в R5 — п

**Контрольные примеры (проверять оба!):**

$$\begin{array}{c|cc|c} a & 30 & 78 & b \\ \hline & 15 & 120 & d \\ \hline c & & & \end{array} \quad \chi^2 = 11.045454$$

Ввиду того что этот показатель значительно превышает величину 6,63, значит различие достоверно,  $P < 0,01$ . Рассчитан пример, приведенный в начале данного раздела (расчет проводится по формуле 6.1).

$$\begin{array}{c|cc|c} a & 5 & 25 & b \\ \hline & 9 & 1 & d \\ \hline c & & & \end{array} \quad \chi^2 = 21.098901$$

(Расчет проводится по формуле 6.2 с поправкой Йейтса.)

### 6.1.2. Вычисление критерия $\chi^2$ по многопольной таблице $3 \times 2$

Критерий  $\chi^2$  при группировке данных в таблицу  $3 \times 2$  вычисляют в случае, если необходимо решить вопрос о влиянии препарата на какие-то показатели. Рассмотрим влияние какого-либо лекарственного средства на содержание лейкоцитов в крови. Обследовали группу людей, не получавших лечения, и группу больных, которым вводили препарат. Результаты обследования заносим в табл. 6.2.

Таблица 6.2. Влияние препарата на содержание лейкоцитов в крови, в  $1 \text{ мм}^3$

Группа обследованных	Содержание лейкоцитов		
	4000—5000	6000—7000	8000—9000
Нелеченые	a	c	e
Леченые	b	d	f

В таблице под буквами а, с, е понимаются показатели (количество человек) первой серии (контроль), а под буквами b, d, f — второй серии (влияние препарата). Эту же таблицу можно записать иначе:

a	c	e
b	d	f

Расчет критерия  $\chi^2$  в данном случае, как и во всех других случаях, в том числе и для четырехпольной таблицы, проводят по следующей общей формуле:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(\mathcal{E}_i - E_i)^2}{E_i},$$

где  $\mathcal{E}_i$  — эмпирическое значение каждой полученной величины;  $E_i$  — теоретическое (ожидаемое) рассчитанное значение данной величины.

Расчитать критерий  $\chi^2$  для таблицы  $3 \times 2$  обычным методом трудоемко, а многочисленные сокращения величин резко уменьшают точность расчетов. Приведенная ниже программа значительно облегчает обработку полученного материала. После расчета показателя  $\chi^2$  необходимо сравнить его с показателем теоретического распределения по табл. 4 приложения при соответствующем числе степеней свободы  $s = (3 - 1) \cdot (2 - 1) = 2$ . Если полученный показатель критерия  $\chi^2$  равен или меньше 5,99, «нулевая» гипотеза не отвергается, т. е. эмпирическое и теоретическое распределения не различаются. Если же показатель  $\chi^2$  больше 5,99, значит «нулевую» гипотезу следует отвергнуть. Различие в данном случае достоверно со степенью достоверности  $P < 0,05$ . Если показатель  $\chi^2$  больше 9,21, значит  $P < 0,01$ .

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. 1 01; 01. 0 00; 02. x → П 0 40; 03. С/П 50; 04. К  $\bar{x}$  → П 0 L0; 05. С/П 50; 06. К x → П 0 L0; 07. + 10; 08. К x → П 0 L0; 09. П → x 0 60; 10. 1 01; 11. — 11; 12. F x = 0 5E; 13. 03 03; 14. П → x 9 69; 15. П → x 6 66; 16. П → x 3 63; 17. + 10; 18. + 10; 19. x → П b 4L; 20. П → x 8 68; 21. П → x 5 65; 22. + 10; 23. П → x 2 62; 24. + 10; 25. x → П с 4С; 26. + 10; 27. x → П а 4—; 28. П → x 7 67; 29. П → x а 6—; 30. ÷ 13; 31. x → П 7 47;

32. П → x 4 64; 33. П → x a 6—; 34. ÷ 13; 35. x → П 4 44; 36. П → x 1 61; 37. П → x a 6—; 38. ÷ 13; 39. x → П 1 41; 40. Сх ОГ; 41. П → x 9 69; 42. П → x 7 67; 43. ПП 53; 44. 69 69; 45. П → x 6 66; 46. П → x 4 64; 47. ПП 53; 48. 69 69; 49. П → x 3 63; 50. П → x 1 61; 51. ПП 53; 52. 69 69; 53. П → x c 6С; 54. x → П b 4L; 55. F ⊙ 25; 56. П → x 8 68; 57. П → x 7 67; 58. ПП 53; 59. 69 69; 60. П → x 5 65; 61. П → x 4 64; 62. ПП 53; 63. 69 69; 64. П → x 2 62; 65. П → x 1 61; 66. ПП 53; 67. 69 69; 68. С/П 50; 69. П → x b 6L; 70. × 12; 71. x → П 0 40; 72. — 11; 73. F x<sup>2</sup> 22; 74. П → x 0 60; 75. ÷ 13; 76. + 10; 77. В/О 52; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 10
2. Набрать исходные данные по столбцам a С/П, b С/П, c С/П, d С/П, e С/П, f С/П — высветится показатель  $\chi^2$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
В R2 — f, в R3 — 1, в R5 — d, в R6 — c, в R8 — b, в R9 — a

### Контрольный пример:

a	c	e
1	3	5
2	4	6
b	d	f

1. В/О С/П — высвечивается 10
2. 1 С/П, 2 С/П, 3 С/П, 4 С/П, 5 С/П, 6 С/П — высвечивается 1.4141419—01.  
Время вычисления около 35 с.

#### 6.1.3. Вычисление критерия $\chi^2$ по многопольной таблице $2 \times 3$

Такая таблица может получиться при изучении воздействия, например, двух доз препарата на какие-то показатели или влияния каких-то условий опыта и т. д. В этом случае таблица будет иметь следующий вид:

a	b
c	d
e	f

Здесь ab, cd, ef — сравниваемые на идентичность законов распределения выборки. Расчеты в этом случае проводятся по общей формуле, приведенной в предыдущем разделе. После получения показателя критерия  $\chi^2$  необходимо, как и прежде, испытать его на «нулевую» гипотезу, сравнив с теоретическим распределением (см. табл. 4 приложения). В этом случае число степеней свободы  $S=2$ , поэтому, для того чтобы отвергнуть «нулевую» гипотезу, необходимо, чтобы показатель критерия  $\chi^2$  был больше 5,99 ( $P<0,05$ ), или, еще лучше, больше 9,21 ( $P<0,01$ ).

Расчет проводят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. 1 01; 01. 0 00; 02.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 03. С/П 50; 04. К  $x \rightarrow \Pi$  0 L0; 05. С/П 50; 06. К  $x \rightarrow \Pi$  0 L0; 07. + 10; 08. К  $x \rightarrow \Pi$  0 L0; 09.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 10. 1 01; 11. — 11; 12. F  $x=0$  5E; 13. 03 03; 14.  $\Pi \rightarrow x$  9 69; 15.  $\Pi \rightarrow x$  6 66; 16.  $\Pi \rightarrow x$  3 63; 17. + 10; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow \Pi$  b 4L; 20.  $\Pi \rightarrow x$  8 68; 21.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 22. + 10; 23.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 24. + 10; 25.  $x \rightarrow \Pi$  c 4C; 26. + 10; 27.  $x \rightarrow \Pi$  a 4—; 28.  $\Pi \rightarrow x$  b 6L; 29.  $\Pi \rightarrow x$  a 6—; 30.  $\div$  13; 31.  $x \rightarrow \Pi$  b 4L; 32.  $\Pi \rightarrow x$  c 6C; 33.  $\Pi \rightarrow x$  a 6—; 34.  $\div$  13; 35.  $x \rightarrow \Pi$  c 4C; 36. Сx ОГ; 37.  $\Pi \rightarrow x$  9 69; 38.  $\Pi \rightarrow x$  7 67; 39. ПП 53; 40. 65 65; 41.  $\Pi \rightarrow x$  6 66; 42.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 43. ПП 53; 44. 65 65; 45.  $\Pi \rightarrow x$  3 63; 46.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 47. ПП 53; 48. 65 65; 49.  $\Pi \rightarrow x$  c 6C; 50.  $x \rightarrow \Pi$  b 4L; 51. F  $\odot$  25; 52.  $\Pi \rightarrow x$  8 68; 53.  $\Pi \rightarrow x$  7 67; 54. ПП 53; 55. 65 65; 56.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 57.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 58. ПП 53; 59. 65 65; 60.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 61.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 62. ПП 53; 63. 65 65; 64. С/П 50; 65.  $\Pi \rightarrow x$  b 6L; 66.  $\times$  12; 67.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 68. — 11; 69. F  $x^2$  22; 70.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 71.  $\div$  13; 72. + 10; 73. В/О 52; F АВТ

## Работа с программой

1. Набрать В/О С/П — высветится 10
2. Набрать по строкам данные таблицы  
а С/П, б С/П, с С/П, d С/П, e С/П, f С/П — высветится показатель критерия  $\chi^2$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

В R2 — f, в R3 — 1, в R5 — d, в R6 — c, в R8 — b, в R9 — a

## Контрольный пример:

a	1	2	b
c	3	4	d
e	5	6	f

1. В/О С/П — высвечивается 10
2. 1 С/П, 2 С/П, 3 С/П, 4 С/П, 5 С/П, 6 С/П — высвечивается 1.4141416—01.

Время вычисления около 35 с.

### *6.1.4. Вычисление критерия $\chi^2$ по многопольной таблице размером $n \times m$ (общий случай)*

При нахождении критерия  $\chi^2$  могут быть и другие размеры таблиц, например  $3 \times 3$ ,  $3 \times 4$ ,  $2 \times 4$ ,  $4 \times 4$  и более громоздкие. На все возможные случаи составлять программы нецелесообразно. Поэтому приводим программу, по которой можно провести расчеты критерия  $\chi^2$  при компоновке данных в любую многопольную таблицу. Следует учитывать, что микрокалькулятор имеет ограниченные возможности, поэтому для такой многопольной таблицы полностью запрограммировать весь вычислительный процесс невозможно. Однако приводимая ниже программа значительно облегчит вычислительную работу. При работе с этой программой сначала нужно составить таблицу, куда свести все имеющиеся данные (табл. 6.3). Кроме того, необходимо рассчитать в каждой строке и в каждом столбце сумму имеющихся элементов таблицы. Эти расчеты можно произвести на микрокалькуляторе в автоматическом режиме.

В таблице  $\Sigma_{\text{общ}}$  — общая сумма элементов таблицы (она равна как при вычислении по строкам, так и по столбцам). Эту величину следует вводить первой в микрокалькулятор.  $\Sigma_{\text{строка } 1}$ ,  $\Sigma_{\text{строка } 2}$  ...  $\Sigma_{\text{строка } m}$  — это суммы всех элементов по строкам.  $\Sigma_{\text{столбец } 1}$ ,  $\Sigma_{\text{столбец } 2}$  ...  $\Sigma_{\text{столбец } n}$  — суммы всех элементов по столбцам.

После составления данной таблицы и вычисления всех сумм можно приступить к работе по программе и рассчитать величину критерия  $\chi^2$ . Следует быть очень внимательным при введении данных в микрокалькулятор. Сна-

Таблица 6.3. Общий вид многопольной таблицы для проведения расчетов критерия  $\chi^2$

Отдельные показатели				Суммарные показатели
$x_{11}$	$x_{21}$	...	$x_{n1}$	$\Sigma_1$ строка
$x_{12}$	$x_{22}$	...	$x_{n2}$	$\Sigma_2$ строка
...	...	...	...	.....
$x_{1m}$	$x_{2m}$	...	$x_{nm}$	$\Sigma_m$ строка
$\Sigma_1$ столбец	$\Sigma_2$ столбец	...	$\Sigma_n$ столбец	$\Sigma_{общ.}$

чала после набора БП 18 следует набрать общую сумму ( $\Sigma_{общ}$ ) и С/П, а затем вводить другие данные таблицы по строкам. Прежде всего вводят сумму элементов вводимой строки (например,  $\Sigma_1$  строка) С/П, затем первый показатель строки ( $x_{11}$ ) С/П, далее сумму элементов в данном столбце (здесь  $\Sigma_1$  столбец), С/П, затем второй элемент ( $x_{21}$ ) С/П, сумму элементов второго столбца ( $\Sigma_2$  столбец) С/П и так далее до тех пор, пока не будут введены все элементы первой строки. Затем после набора В/О С/П аналогично вводят элементы других строк.

После обработки последнего элемента последней строки высветится показатель критерия  $\chi^2$ . При испытании «нулевой» гипотезы следует найти теоретический показатель критерия  $\chi^2$  при данном числе степеней свободы по табл. 4 приложения. Вычислить число степени свободы можно по формуле  $C = (n - 1) \cdot (m - 1)$ , где  $n$  — число столбцов,  $m$  — число строк. Если полученный показатель будет равен или меньше показателя таблицы при  $P < 0,05$ , «нулевая» гипотеза верна. В случае, если вычисленный показатель будет больше найденного в таблице, «нулевую» гипотезу следует отвергнуть, т. е. расчеты указывают на различия эмпирических и теоретических данных по критерию  $\chi^2$ .

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00 С/П 50; 01.  $x \rightarrow$  П 1 41; 02. С/П 50; 03. С/П 50; 04. П  $\rightarrow$  x 0 60; 05.  $\div$  13; 06. П  $\rightarrow$  x 1 61; 07.  $\times$  12; 08.  $x \rightarrow$  П 2 42; 09. — 11; 10. F  $\chi^2$  22; 11. П  $\rightarrow$  x 2 62; 12.  $\div$  13; 13. П  $\rightarrow$  x 3 63; 14. + 10;

15.  $x \rightarrow \text{П } 3 \text{ } 43$ ; 16. БП 51; 17. 02 02; 18.  $x \rightarrow \text{П } 0 \text{ } 40$ ;  
 19. Сх 0Г; 20.  $x \rightarrow \text{П } 3 \text{ } 43$ ; 21. БП 51; 22. 00 00; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 18  $\Sigma_{\text{общ}}$  С/П.
2. Осуществить построчный ввод таблицы
  - 2.1. Набрать сумму элементов в строке ( $\Sigma_i^{\text{строка}}$ ), С/П
  - 2.2. Набрать очередной элемент строки (начиная с первого)  $x_{ij}$  С/П
  - 2.3. Набрать сумму элементов данного столбца ( $\Sigma_i^{\text{столбец}}$ ) С/П
  - 2.4. Повторить с п. 2.2
3. После ввода всех элементов строки набрать В/О С/П и продолжить ввод элементов следующей строки с п. 2.1
4. После введения последнего элемента таблицы ( $x_{nm}$ ) высветится показатель критерия  $\chi^2$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

Для понимания правильной работы с программой хорошо ознакомьтесь с контрольным примером.

### Контрольный пример:

1	2	3	6
5	6	7	18
9	10	11	30
15	18	21	54

1. БП 18, 54, С/П
2. 6 С/П
- 1 С/П, 15 С/П, 2 С/П, 18 С/П, 3 С/П, 21 С/П В/О СП, 18 С/П 5 С/П, 15 С/П, 6 С/П, 18 С/П, 7 С/П, 21 С/П, В/О С/П, 30 С/П 9 С/П, 15 С/П, 10 С/П, 18 С/П, 11 С/П, 21 С/П — высвечивается показатель  $\chi^2 = 5.4857136$ —
01. С  $(3-1) \cdot (3-1) = 4$ .

#### 6.1.5. Вычисление критерия $\chi^2$ для двух эмпирических распределений

Выше мы привели программы для определения критерия  $\chi^2$  с целью выявления степени соответствия эмпирического и теоретического распределений. Иногда в ме-

дико-биологических исследованиях необходимо сравнить два эмпирических распределения между собой и решить, не принадлежат ли они к одной совокупности. Для лучшего понимания принципа расчетов приведем простой пример. Необходимо решить, имеются ли различия в росте мужчин двух областей (например, Европейской части страны и Сибири). Провели обследование и полученные результаты занесли в табл. 6.4.

Таблица 6.4. Количество мужчин разного роста в двух областях

Рост, см	Количество обследованных	
	в области А (первая серия)	в области Б (вторая серия)
150—159	3 000	5 000
160—169	20 000	32 000
170—179	36 000	54 000
180—189	17 000	20 000

Если теперь цифры в таблице заменить соответствующими символами, то таблица примет следующий вид (табл. 6.5).

Таблица 6.5. Общий вид таблицы для вычисления критерия  $\chi^2$  для двух эмпирических распределений

Значение	Частота в первой серии	Частота во второй серии
$x_1$	$f_1(x_1)$	$f_2(x_1)$
$x_2$	$f_1(x_2)$	$f_2(x_2)$
...	...	...
$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$

Расчет показателя критерия  $\chi^2$  проводят по общей формуле:

$$\chi^2 = \frac{1}{n_1 n_2} \sum \frac{f_1 n_2 - f_2 n_1}{f_1 + f_2},$$

где  $f_1$  и  $f_2$  — частота появления одинаковых признаков (значений) в первом и втором ряду;  $n_1$  и  $n_2$  — общее число признаков (значений) в этих рядах.



Для составления оптимальной программы мы несколько видоизменили эту формулу:

$$\chi^2 = \frac{n_2}{n_1} \sum \frac{f_1^2}{f_1 + f_2} - 2 \sum \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} + \frac{n_1}{n_2} \sum \frac{f_2^2}{f_1 + f_2}.$$

Представленная ниже программа дает возможность быстро рассчитать критерий  $\chi^2$  для двух эмпирических распределений. В микрокалькулятор вводят последовательно по строкам показатели  $f_1$  и  $f_2$ , нажимая после каждого введения клавишу С/П. Для испытания «нулевой» гипотезы число степеней свободы  $S = K - 1$ , где  $K$  — количество строк в таблице. Оценка полученного значения критерия  $\chi^2$  проводится как и в предыдущих случаях, описанных в данной главе выше.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх ОГ; 01. x→П 0 40; 02. x→П 1 41; 03. x→П 4 44; 04. x→П 5 45; 05. x→П 6 46; 06. П→x 0 60; 07. С/П 50; 08. x→П 2 42; 09. + 10; 10. x→П 0 40; 11. П→x 1 61; 12. С/П 50; 13. x→П 3 43; 14. + 10; 15. x→П 1 41; 16. П→x 2 62; 17. F x<sup>2</sup> 22; 18. П→x 2 62; 19. П→x 3 63; 20. + 10; 21. ÷ 13; 22. В↑ ОЕ; 23. П→x 4 64; 24. + 10; 25. x→П 4 44; 26. F ○ 25; 27. П→x 2 62; 28. ÷ 13; 29. П→x 3 63; 30. × 12; 31. В↑ ОЕ; 32. П→x 6 66; 33. + 10; 34. x→П 6 46; 35. F ○ 25; 36. П→x 2 62; 37. ÷ 13; 38. П→x 3 63; 39. × 12; 40. П→x 5 65; 41. + 10; 42. x→П 5 45; 43. БП 51; 44. 06 06; 45. П→x 1 61; 46. П→x 0 60; 47. ÷ 13; 48. x→П 7 47; 49. П→x 4 64; 50. × 12; 51. 2 02; 52. П→x 6 66; 53. × 12; 54. — 11; 55. П→x 7 67; 56. F 1/x 23; 57. П→x 5 65; 58. × 12; 59. + 10; 60. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

Вначале свести данные экспериментов или наблюдений в таблицу.

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Набрать первый показатель  $f_1(x_1)$  первой строки С/П  
второй показатель  $f_2(x_1)$  первой строки С/П  
первый показатель  $f_1(x_2)$  второй строки С/П  
второй показатель  $f_2(x_2)$  второй строки С/П  
.....  
первый показатель  $f_1(x_k)$  последней строки С/П  
второй показатель  $f_2(x_k)$  последней строки С/П

3. Набрать БП 45 С/П — высветится показатель  $\chi^2$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

	$f_1$	$f_2$
$x_1$	1	2
$x_2$	3	4
$x_3$	5	6

1. В/О С/П — высвечивается 0
  2. 1 С/П; 2 С/П;  
3 С/П; 4 С/П;  
5 С/П; 6 С/П
  3. БП 45 С/П — высвечивается 1.414139—01.
- В данном примере число степеней свободы  $C = 3 - 1 = 2$ .

### 6.2. Приближенная проверка гипотезы о нормальном распределении с помощью асимметрии и эксцесса

Часто необходимо решить вопрос, отвечает ли данная выборка закону о нормальном распределении. Для приближенной проверки гипотезы о нормальном распределении можно воспользоваться показателями асимметрии и эксцесса. Ранее (см. раздел 5.19) мы представили программу для вычисления показателей асимметрии и эксцесса. Для приближенной проверки гипотезы о нормальном распределении необходимо рассчитать средние квадратические отклонения этих показателей по формулам:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \text{ и}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}$$

где  $\sigma_A$  — среднее квадратическое отклонение показателя асимметрии;  $\sigma_E$  — среднее квадратическое отклонение показателя эксцесса;  $n$  — объем выборки.

Если показатели асимметрии и эксцесса в два и более раз превышают показатели их средних квадратических отклонений, значит гипотезу о нормальности распределения данной выборки следует отвергнуть. В этом случае необходимо попытаться использовать для анализа полученных результатов и непараметрические методы анализа.

Расчет средних квадратических отклонений показателей асимметрии и эксцесса можно провести по приводимой ниже программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 01. 1 01; 02. — 11; 03.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 04. 6 06; 05.  $\times$  12; 06.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 07. 1 01; 08. + 10; 09.  $\div$  13; 10.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 11. 3 03; 12. + 10; 13.  $x \rightarrow \Pi$  3 43; 14.  $\div$  13; 15. **F**  $\sqrt$  21; 16. **C/П** 50; 17. 2 02; 18. 4 04; 19.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 20.  $\times$  12; 21.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 22. 2 02; 23. — 11; 24.  $\times$  12; 25.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 26. 3 03; 27. — 11; 28.  $\times$  12; 29.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 30. **F**  $x^2$  22; 31.  $\div$  13; 32.  $\Pi \rightarrow x$  3 63; 33.  $\div$  13; 34.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 35. 5 05; 36. + 10; 37.  $\div$  13; 38. **F**  $\sqrt$  21; 39. **C/П** 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О, п, С/П — высветится показатель  $\sigma_A$
2. Набрать С/П — высветится показатель  $\sigma_E$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

п — 4;  $\sigma_A = 7.1713716-01$ ;  $\sigma_E = 5.8191436-01$ .

### 6.3. Исследование степени соответствия эмпирических и теоретических данных по критерию Колмогорова

Нормальное распределение случайной величины встречается в природе очень часто. В связи с этим при отсутствии оснований предполагать, что случайная величина распределена не нормально, в первую очередь необходимо проверить закон распределения на нормальность. Сравнение нужно проводить со стандартным нормальным распределением  $\Phi(x, 0, 1)$ :

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение;  $M$  — математическое ожидание случайной величины.

Для стандартного нормального распределения  $\sigma=1$ ,  $M=0$ .

Вычисление следует проводить следующим образом. Сначала все показатели, т. е. значения случайной величины  $x_i$ , располагают в порядке возрастания, а под ними записывают частоту появления этих признаков  $k_i$  и расчет производят по критерию Колмогорова:

$$\frac{\text{Значения } x: x_1, x_2, \dots, x_n}{\text{Частота } k: k_1, k_2, \dots, k_n}$$

Для дальнейших расчетов необходимо вычислить среднюю арифметическую  $\bar{x}$  и сумму всех частот  $\sum k_i$ . Это можно сделать, используя микрокалькулятор в автоматическом режиме или по программам, приведенным в главе 5.

На основании полученных данных с помощью приведенной ниже программы I можно рассчитать теоретические значения по формуле:

$$x'_i = \frac{x_i}{\bar{x}} - 1,$$

а также значение функции распределения по формуле:

$$F^*(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^i k_j}{\sum k},$$

$$F^*(x_n) = 1,$$

где  $\sum k$  — общее количество наблюдений;  $\sum_{j=1}^i k_j$  — общее число наблюдений  $x \leq x_i$ .

Кроме того, необходимо найти по теоретическим значениям  $x'_i$ , теоретические значения функции распределения, используя табл. 5 приложения. Полученные данные заносят в специальную таблицу (табл. 6.6).

Таблица 6.6. Общий вид таблицы для внесения данных теоретического значения функции распределения

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$x'_i$	$x'_1$	$x'_2$	...	$x'_n$
$F^*(x_i)$	$F^*(x_1)$	$F^*(x_2)$	...	$F^*(x_n)$
$F(x'_i)$	$F(x'_1)$	$F(x'_2)$	...	$F(x'_n)$

Таким образом, вторая и третья строки рассчитываются с помощью программы I.

### ПРОГРАММА I

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 06. С/П 50; 07.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 08.  $\div 13$ ; 09. 1 01; 10. — 11; 11. С/П 50; 12.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 13. + 10; 14.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 15.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 16  $\div 13$ ; 17. БП 51; 18. 06 06; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — выветится 0
2. Набрать  $\Sigma k_1$  С/П
3. Набрать  $\bar{x}$  С/П
4. Осуществить ввод исходной таблицы по столбцам
  - $x_1$  С/П — выветится показатель  $x'_1$ , записать этот показатель во вторую таблицу
  - $k_1$  С/П — выветится показатель  $F^*(x_1)$ , записать этот показатель во вторую таблицу
  - $x_2$  С/П — выветится показатель  $x'_2$ , записать в таблицу
  - $k_2$  С/П — выветится показатель  $F^*(x_2)$ , записать в таблицу
  - .....
  - $x_n$  С/П — выветится показатель  $x'_n$ , записать в таблицу
  - $k_n$  С/П — выветится показатель  $F^*(x_n) = 1$ , записать в таблицу
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работы продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

x	6	7	11	12
k	3	4	6	3

$$\bar{x} = 9$$

$$e_k = 16$$

$$x'_1 = -3.333333-01 \quad F^*(x_1) = 1.875-01$$

$$x'_2 = -2.222222-01 \quad F^*(x_2) = 4.375-01$$

$$x'_3 = 2.222222-01 \quad F^*(x_3) = 8.125-01$$

$$x'_4 = 3.333333-01 \quad F^*(x_4) = 1.$$

Для дальнейшей работы по программе II рассмотрим, как заполнить последнюю строку табл. 6.6, т. е. показате-

ли  $F(x_1)$ . Внесем полученные в контрольном примере данные, округлив их (табл. 6.7).

Таблица 6.7. Таблицы для расчетов по второй программе

$x_1$	6	7	11	12
$x'_1$	-0,33	-0,22	0,22	0,33
$F^*(x_1)$	0,187	0,437	0,812	1
$F(x'_1)$	0,371	0,413	0,587	0,629

Находим показатель из табл. 5 приложения первого значения  $x_1$ . Он равен  $-0,33$ . Без учета знака показатель будет  $0,629$ . Учитывая, что это число отрицательное, отнимем его от 1 и получим  $0,371$ , это число заносим в таблицу. Аналогичным образом поступаем и с другими числами. Показатели положительных чисел сразу заносим в таблицу.

После составления таблицы находим необходимый показатель  $\lambda$  по формуле:

$$\lambda = G \sqrt{n}, \quad G = \max |F^*(x_1) - F(x'_1)|.$$

По показателю  $\lambda$  находят значение вероятности  $P(\lambda)$  для оценки меры расхождения по этому критерию. Если  $\lambda \leq 0,5$ , различий по критерию Колмогорова нет, если  $0,5 < \lambda \leq 0,8$ , то оценку расхождения нужно проверить еще по какому-либо критерию. В случае, если  $\lambda > 0,8$ , различия имеются. Значения  $P(\lambda)$  можно получить из табл. 6 приложения.

Вычисления показателя  $\lambda$  можно провести по программе II.

## ПРОГРАММА II

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow \Pi$  4 44; 02.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 03. С/П 50; 04. С/П 50; 05. — 11; 06.  $Fx^2$  22; 07.  $F\sqrt{\quad}$  21; 08.  $V \uparrow$  ОЕ; 09.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 10. — 11; 11.  $Fx \geq 0$  59; 12. 15 15; 13.  $F \odot$  25; 14.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 15. К  $\Pi \rightarrow x$  4 Г4; 16.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 17. БП 51; 18. 03 03; 19.  $F\sqrt{\quad}$  21; 20.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 21.  $\times$  12; 22. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/О С/П — высветится 0
2. Ввести попарно значения  $F^*(x_1)$  и  $F(x'_1)$  из таблицы  
 $F^*(x_1)$  С/П,  $F(x'_1)$  СП — высветится 1  
 $F^*(x_2)$  С/П,  $F(x'_2)$  С/П — высветится 2

$F^*(x_n) C/P, F(x'_n) C/P$  — высветится п

3. Набрать БП 19, С/П — высветится показатель  $\lambda$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

Вводить данные составленной таблицы предыдущего контрольного примера:

$$\lambda = 7,42 - 01.$$

## Глава 7

### КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

---

В медицинских и биологических исследованиях можно наблюдать наличие связей между отдельными признаками, явлениями. Так, у детей масса тела, рост, пульс, дыхание, количество форменных элементов крови и т. п. изменяются в зависимости от возраста. При других исследованиях можно наблюдать также определенные связи. Изменения диуреза обусловлены изменениями клубочковой фильтрации и канальцевой реабсорбции, пульс меняется при изменениях артериального дыхания, температуры тела и т. д. Для получения количественной характеристики этой связи в статистических исследованиях широко используется корреляционный анализ, определяющий связь между двумя какими-либо признаками. Количественной характеристикой такой связи является коэффициент корреляции  $r_{xy}$  (индекс  $xy$  указывает на связь признака  $x$  с признаком  $y$ , которую характеризует коэффициент  $r$ ).

Корреляционная связь может быть положительной (прямой), когда оба признака меняются в одном направлении (повышение диуреза связано с увеличением скорости клубочковой фильтрации, учащение пульса с повышением температуры тела и т. д.), и отрицательной (обратной), когда развитие одного явления связано с ослаблением другого (повышение диуреза зависит от снижения канальцевой реабсорбции, повышение артериального давления ведет к урежению пульса и т. д.). Для характеристики вида связи перед коэффициентом корреляции обычно ставят соответствующий знак; знак  $+$  обычно опускают. Если знак отсутствует, значит корреляционная связь

положительная (прямая). При отрицательной (обратной) связи ставят знак — (минус).

### 7.1. Вычисление коэффициента корреляции

Для расчета коэффициента корреляции следует выписать попарно все показатели: сначала первый показатель — обозначим его  $x_i$ , затем связанный с ним второй показатель  $y_i$ ; количество пар показателей  $x$  и  $y$  обозначим  $n$ . Формула для расчета коэффициента корреляции имеет вид

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right) \left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right)}}. \quad (7.1)$$

Вычисления коэффициента корреляции можно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 02.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 03.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 04.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 05.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 06.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 07. С/П 50; 08.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 09.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 10. + 10; 11.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 12.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 13. F  $x^2 22$ ; 14.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 15. + 10; 16.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 17. С/П 50; 18.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 19.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 20. + 10; 21.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 22.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 23. F  $x^2 22$ ; 24.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 25. + 10; 26.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 27.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 28.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 29.  $\times 12$ ; 30.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 31. + 10; 32.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 33. К  $П \rightarrow x Г6$ ; 34.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 35. БП 51; 36. 07 07; 37.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 38.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 39.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 40.  $\times 12$ ; 41.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 42.  $\div 13$ ; 43. — 11; 44.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 45.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 46.  $\times 12$ ; 47.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 48. F  $x^2 22$ ; 49. — 11; 50.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 51.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 52.  $\times 12$ ; 53.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 54. F  $x^2 22$ ; 55. — 11; 56.  $\times 12$ ; 57. F  $\sqrt{21}$ ; 58.  $\div 13$ ; 59.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 60. 1 01; 61. — 11; 62.  $\times 12$ ; 63. С/П 50; F АВТ.

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0.
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$ .  
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2  
 . . . . .  
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$
3. Набрать БП 37 С/П — высветится  $r_{xy}$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.



## Контрольный пример:

x	y
2	5
4	7
6	9
8	10

1. В/0, С/П — высвечивается 0.
2. 2 С/П, 5 С/П — высвечивается 1  
4 С/П, 7 С/П — высвечивается 2  
6 С/П, 9 С/П — высвечивается 3  
8 С/П, 10 С/П — высвечивается 4
3. БП 37, С/П — высвечивается  $r_{xy} = 7.4233368 - 01$

### 7.2. Вычисление коэффициента корреляции при сгруппированных данных

Иногда при получении исходных данных исследователь видит однотипные показатели, их объединяют, группируют. Некоторые пары показателей повторяются несколько раз. Чтобы не вводить в микрокалькулятор несколько раз одни и те же показатели, расчет можно проводить по специальной программе, в которой учтено повторение каждой пары данных определенное количество раз. Принципиально эта программа мало отличается от предыдущей, однако вводится уже не пара показателей, а три цифры —  $x$ ,  $y$  и  $p$  (число повторений). При этом расчет производят по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i p_i - \frac{\sum x_i p_i \sum y_i p_i}{n}}{\sqrt{\left( \sum x_i^2 p_i - \frac{(\sum x_i p_i)^2}{n} \right) \left( \sum y_i^2 p_i - \frac{(\sum y_i p_i)^2}{n} \right)}}$$

Вычисления производят по следующей программе.

#### ПРОГРАММА:

F ПРГ; 00. Сх ОГ; 01.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 02.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 03.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 04.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 05.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 06.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 07. С/П 50; 08.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 09. С/П 50; 10.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 11.  $\times 12$ ; 12.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 13. + 10; 14.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 15.  $П \rightarrow x 6$

66; 16. F  $x^2$  22; 17. П  $\rightarrow$  x 7 67; 18.  $\times$  12; 19. П  $\rightarrow$  x 4 64; 20. + 10; 21. x  $\rightarrow$  П 4 44; 22. С/П 50; 23. x  $\rightarrow$  П 3 43; 24. П  $\rightarrow$  x 7 67; 25.  $\times$  12; 26. П  $\rightarrow$  x 2 62; 27. + 10; 28. x  $\rightarrow$  П 2 42; 29. П  $\rightarrow$  x 3 63; 30. F  $x^2$  22; 31. П  $\rightarrow$  x 7 67; 32.  $\times$  12; 33. П  $\rightarrow$  x 1 61; 34. + 10; 35. x  $\rightarrow$  П 1 41; 36. П  $\rightarrow$  x 3 63; 37. П  $\rightarrow$  x 6 66; 38.  $\times$  12; 39. П  $\rightarrow$  x 7 67; 40.  $\times$  12; 41. П  $\rightarrow$  x 9 69; 42. + 10; 43. x  $\rightarrow$  П 9 49; 44. П  $\rightarrow$  x 7 67; 45. П  $\rightarrow$  x 8 68; 46. + 10; 47. x  $\rightarrow$  П 8 48; 48. БП 51; 49. 07 07; 50. П  $\rightarrow$  x 9 69; 51. П  $\rightarrow$  x 5 65; 52. П  $\rightarrow$  x 2 62; 53.  $\times$  12; 54. П  $\rightarrow$  x 8 68; 55.  $\div$  13; 56. - 11; 57. П  $\rightarrow$  x 8 68; 58. 1 01; 59. - 11; 60.  $\times$  12; 61. П  $\rightarrow$  x 8 68; 62. П  $\rightarrow$  x 4 64; 63.  $\times$  12; 64. П  $\rightarrow$  x 5 65; 65. F  $x^2$  22; 66. - 11; 67. П  $\rightarrow$  x 8 68; 68. П  $\rightarrow$  x 1 61; 69.  $\times$  12; 70. П  $\rightarrow$  x 2 62; 71. F  $x^2$  22; 72. - 11; 73.  $\times$  12; 74. F  $\sqrt{21}$ ; 75.  $\div$  13; 76. С/П 50; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести показатели p, x и y  
 $p_1$  С/П,  $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П  
 $p_2$  С/П,  $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П  
 $\dots$   
 $p_n$  С/П,  $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П.
3. Набрать БП 50 С/П — высветится показатель  $\gamma_{xy}$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

p	x	y
2	2	5
3	4	7
4	6	9

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 2 С/П, 2 С/П, 5 С/П — высвечивается 2
3. 3 С/П, 4 С/П, 7 С/П — высвечивается 5
4. 4 С/П, 6 С/П, 9 С/П — высвечивается 9
5. БП 50 С/П — высвечивается  $\gamma_{xy} = 8.888892 - 01$ .

Получив коэффициент корреляции по одной из приведенных программ, необходимо оценить, является ли данная корреляционная связь статистически значимой. Для этого можно использовать табл. 7 приложения, где

приведены число степеней свободы  $K = n - 2$  и значения коэффициента корреляции при  $P < 0,05$  и  $P < 0,01$ .

### 7.3. Вычисление коэффициента корреляции, стандартной ошибки коэффициента корреляции и критерия его достоверности

По приведенной ниже программе можно вычислить коэффициент корреляции  $r_{xy}$ , стандартную ошибку этого коэффициента корреляции  $S_r$  и показатель достоверности коэффициента корреляции по  $t$ -критерию Стьюдента. Если по  $t$ -критерию Стьюдента  $P < 0,05$ , значит нулевая гипотеза отвергается и полученный коэффициент корреляции указывает на то, что между признаками  $x$  и  $y$  существует достоверная корреляционная связь. Провести оценку можно по табл. 2 приложения.

Коэффициент корреляции в данной программе рассчитывают по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x\sigma_y}.$$

Эта формула получается после преобразования формулы 7.1.

Ошибку коэффициента корреляции на микрокалькуляторе рассчитывают по формуле:

$$S_r = \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n - 1}},$$

если количество пар  $x$  и  $y$  равно или больше 30 и равно или меньше 100 ( $30 \leq n \leq 100$ ). Если количество пар меньше 30 ( $n < 30$ ), то расчет надо проводить по формуле:

$$S_r = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}.$$

Показатель  $t$ -критерия Стьюдента рассчитывают по формуле:

$$t = \frac{r_{xy}}{S_r}.$$

Степень достоверности можно найти по табл. 2 приложения при степени свободы  $K = n - 2$ .

#### ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow \Pi 1 41$ ; 02.  $x \rightarrow \Pi 2 42$ ; 03.  $x \rightarrow \Pi 3 43$ ; 04.  $x \rightarrow \Pi 4 44$ ; 05.  $x \rightarrow \Pi 5 45$ ; 06.  $x \rightarrow \Pi 6 46$ ; 07.

С/П 50; 08.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 09.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 10.  $+ 10$ ; 11.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 12.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 13.  $F x^2 22$ ; 14.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 15.  $+ 10$ ; 16.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 17. С/П 50; 18.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 19.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 20.  $+ 10$ ; 21.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 22.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 23.  $F x^2 22$ ; 24.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 25.  $+ 10$ ; 26.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 27.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 28.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 29.  $\times 12$ ; 30.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 31.  $+ 10$ ; 32.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 33. К П  $\rightarrow x 6 Г6$ ; 34.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 35. БП 51; 36. 07 07; 37.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 38.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 39.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 40.  $\times 12$ ; 41.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 42.  $\div 13$ ; 43.  $- 11$ ; 44.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 45.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 46.  $\times 12$ ; 47.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 48.  $F x^2 22$ ; 49.  $- 11$ ; 50.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 51.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 52.  $\times 12$ ; 53.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 54.  $F x^2 22$ ; 55.  $- 11$ ; 56.  $\times 12$ ; 57.  $F \sqrt{21}$ ; 58.  $\div 13$ ; 59.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 60. 1 01; 61.  $- 11$ ; 62.  $\times 12$ ; 63.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 64. С/П 50; 65.  $F x^2 22$ ; 66. 1 01; 67.  $\leftrightarrow 14$ ; 68.  $- 11$ ; 69.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 70. 1 01; 71.  $- 11$ ; 72.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 73. 3 03; 74. 0 00; 75.  $- 11$ ; 76.  $F x \geq 0 59$ ; 77. 83 83; 78.  $F \circ 25$ ; 79.  $F \sqrt{21}$ ; 80.  $\div 13$ ; 81. БП 51; 82. 90 90; 83.  $F \circ 25$ ; 84. 1 01; 85.  $- 11$ ; 86.  $\div 13$ ; 87.  $F \sqrt{21}$ ; 88.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 89.  $\leftrightarrow 14$ ; 90. С/П 50; 91.  $\div 13$ ; 92. С/П 50; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$   
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$
3. Набрать БП 37 С/П — высветится  $g_{xy}$
4. Набрать С/П — высветится  $S_r$
5. Набрать С/П — высветится  $t$
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x$	$y$
2	5
4	7
6	9
8	10

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 2 С/П, 5 С/П — высвечивается 1

- 4 С/П, 7 С/П — высвечивается 2  
 6 С/П, 9 С/П — высвечивается 3  
 8 С/П, 10 С/П — высвечивается 4  
 3. БП 37 С/П — высвечивается  $r_{xy} = 7.4233368 - 01$   
 4. С/П, высвечивается  $S_r = 4.7378301 - 01$   
 5. С/П, высвечивается  $t = 1.566822$ .

#### 7. 4. Определение критерия достоверности коэффициента корреляции с помощью метода «зет» Фишера

При малых выборках определение показателя  $t$  по приведенным ранее формулам, как правило, бывает ошибочным в связи с асимметрией распределения. Для большей точности Фишер предложил критерий  $t$  находить с использованием показателя «зет» ( $Z$ ), а не коэффициента корреляции. Показатель  $Z$  находят обычно по составленным Фишером таблицам, однако его можно рассчитать по формуле:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}}.$$

Найдя  $Z$ , можно определить показатель  $t$  по формуле:

$$t = z \sqrt{n - 3}.$$

Расчет достоверности коэффициента корреляции по этому методу можно производить как в случаях очень малых выборок, так и при большом массиве наблюдений. Во всех случаях получают очень точные результаты, потому что показатель  $Z$  при увеличении количества наблюдений очень быстро приближается к нормальному распределению. Получив показатель  $t$  по таблице 2 приложения при числе степеней свободы  $K = n - 2$ , находят показатель  $P$ . При  $P < 0,05$  коэффициент корреляции указывает на статистически достоверную корреляционную связь между признаками  $x$  и  $y$ .

Вычислить показатели  $Z$  и  $t$  можно по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 01. 1 01; 02. + 10; 03. 1 01; 04.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 05. — 11; 06.  $\div 13$ ; 07. **F** ln 18; 08. 2 02; 09.  $\div 13$ ; 10. С/П 50; 11.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 12. 3 03; 13. — 11; 14. **F**  $\sqrt{21}$ ; 15.  $\times 12$ ; 16. С/П 50; **F** АВТ.

## Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $r_{xy}$  С/П — высветится показатель Z
3. Набрать n С/П — высветится показатель t
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

## Контрольный пример:

$r_{xy}=0,78$ ;  $n=8$ ;  $Z=1.0453705$ ;  $t=2.3375194$ .

## 7.5. Оценка разности между коэффициентами корреляции

Нередко возникает необходимость сравнить два коэффициента корреляции и оценить, имеется ли достоверное различие двух сравниваемых групп признаков. Например, при определении корреляционной связи у лабораторных животных между диурезом и канальцевой реабсорбцией весной получили один коэффициент корреляции, а осенью — другой, несколько отличающийся от первого. Чтобы оценить, является ли это различие, связанное с изменением сезона, значимым, проводят оценку разности между коэффициентами корреляции. Это удастся только в случае перевода коэффициента корреляции в число Z. В общем виде формула для расчета показателя достоверности разности между коэффициентами корреляции имеет вид:

$$t = \frac{\frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r_1}{1-r_1} \right) - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r_2}{1-r_2} \right)}{\sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}}$$

Если полученный показатель t равен или больше показателя, найденного из таблицы Стьюдента при  $P=0,05$  и степени свободы  $K=n_1+n_2-2$ , следует считать, что эти коэффициенты корреляции различаются статистически. В противном случае можно считать, что обе выборки не отличаются друг от друга.

Расчет проводят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. ПП 53; 01. 16 16; 02. С/П 50; 03. ПП 53; 04. 16 16; 05. — 11; 06. С/П 50; 07. ПП 53; 08. 27 27; 09. С/П 50; 10. ПП 53; 11. 27 27; 12. + 10; 13. F√ 21; 14. ÷ 13; 15. С/П

50; 16.  $x \rightarrow \Pi$  0 40; 17. 1 01; 18. + 10; 19. 1 01; 20.  $\Pi \rightarrow x$  0 60; 21. — 11; 22.  $\div$  13; 23. F ln 18; 24. 2 02; 25.  $\div$  13; 26. B/0 52; 27. 3 03; 28. — 11; 29. F  $1/x$  23; 30. B/0 52; F АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать B/0
2. Набрать  $r_1$  C/П,  $r_2$  C/П
3. Набрать  $p_1$  C/П,  $p_2$  C/П — высветится показатель  $t$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Cx и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$r_1 = 0,75$ ;  $r_2 = 0,55$ ;  $p_1 = 20$ ;  $p_2 = 30$ ;  $t = 1.1452138$ .

## 7.6. Вычисление коэффициентов множественной корреляции

При статистической обработке результатов экспериментальных или клинических исследований очень часто оказывается, что признак  $x$  может зависеть не только от признака  $y$ , но также и от другого признака  $z$ . Характерным примером может быть зависимость диуреза от изменений скорости клубочковой фильтрации и канальцевой реабсорбции. Описываемый метод вычисления коэффициентов множественной корреляции позволяет сделать заключение, какая связь (зависимость) является главной. В этом случае предполагают, что один из признаков не меняется даже при наличии связи между другими признаками.

Будет ли корреляционная связь между диурезом ( $x$ ) и канальцевой реабсорбцией ( $z$ ), если клубочковая фильтрация ( $y$ ) остается неизменной. В этом случае мы будем рассчитывать коэффициент частной корреляции  $r_{xz(y)}$ . С другой стороны, нас будет интересовать, будет ли достоверна корреляционная связь между диурезом ( $x$ ) и клубочковой фильтрацией ( $y$ ) при условии, что канальцевая реабсорбция ( $z$ ) не меняется. Теперь получим коэффициент частной корреляции  $r_{xy(z)}$ . Могут быть случаи и расчета коэффициента частной корреляции  $r_{yz(x)}$ . Везде в скобках мы ставим индекс признака, который, как мы предполагаем, меняться не будет.

Сначала по одной из приведенных ранее программ необходимо рассчитать коэффициенты корреляции  $r_{xy}$ ,  $r_{xz}$  и  $r_{yz}$ . Коэффициенты множественной корреляции рассчитывают по формулам:

$$r_{xy(z)} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}}, \quad (7.2)$$

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{yz}^2)}}, \quad (7.3)$$

$$r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{xz}^2)}}, \quad (7.4)$$

Все эти многочисленные расчеты можно выполнить по одной программе, получив сразу все три коэффициента множественной корреляции.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. x → П 1 41; 01. С/П 50; 02. x → П 2 42; 03. С/П 50; 04. x → П 3 43; 05. ПП 53; 06. 15 15; 07. П → x 2 62; 08. П → x 1 61; 09. П → x 3 63; 10. ПП 53; 11. 15 15; 12. П → x 3 63; 13. П → x 1 61; 14. П → x 2 62; 15. x → П 4 44; 16. F 25; 17. x → П 5 45; 18. П → x 4 64; 19. × 12; 20. — 11; 21. 1 01; 22. П → x 4 64; 23. F x<sup>2</sup> 22; 24. — 11; 25. 1 01; 26. П → x 5 65; 27. F x<sup>2</sup> 22; 28. — 11; 29. × 12; 30. F/ 21; 31. ÷ 13; 32. С/П 50; 33. В/0 52; **F** АВТ.

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $r_{xy}$  СП,  $r_{xz}$  СП,  $r_{yz}$  СП — высветится показатель  $r_{xy(z)}$
3. Набрать С/П — высветится показатель  $r_{xz(y)}$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $r_{yz(x)}$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$r_{xy} = 0,12$ ;  $r_{xz} = 0,25$ ;  $r_{yz} = 0,8$ ;  $r_{xy(z)} = -1.3770607 - 01$ ;  
 $r_{xz(y)} = 2.5853486 - 01$ ;  $r_{yz(x)} = 8.0104099 - 01$ .

### 7.7. Вычисление коэффициентов множественной корреляции, критерия оценки их достоверности $t$ и совокупного коэффициента корреляции $r_{xyz}$

В данном разделе приведена программа для вычислений коэффициентов множественной корреляции, которые находят по формулам 7.2, 7.3 и 7.4, а также критерия достоверности  $t$  для оценки нулевой гипотезы, т. е.



предположения о независимости варьирования двух признаков при исключении влияния третьего. В случае, если полученный показатель  $t$  равен или больше показателя, найденного по табл. 2 приложения при числе степеней свободы  $K = n - 3$  и уровня вероятности  $P < 0,05$ , нулевая гипотеза отвергается — показатель  $t$  при этом рассчитывается по формуле:

$$t = \frac{r\sqrt{n-3}}{\sqrt{1-r^2}},$$

где  $r$  — соответствующий коэффициент множественной корреляции;  $n$  — объем выборки.

Кроме того, предлагаемая программа позволяет рассчитать совокупный коэффициент корреляции, т. е. корреляционную связь между тремя учитываемыми признаками  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Совокупный коэффициент корреляции  $r_{xyz}$  всегда имеет положительный знак. Этот коэффициент рассчитывают по формуле:

$$r_{xyz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}}.$$

Все эти показатели можно рассчитать по программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 6 46; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow$  П 1 41; 03. С/П 50; 04.  $x \rightarrow$  П 2 42; 05. С/П 50; 06.  $x \rightarrow$  П 3 43; 07. ПП 53; 08. 21 21; 09. П  $\rightarrow$   $x$  2 62; 10. П  $\rightarrow$   $x$  1 61; 11. П  $\rightarrow$   $x$  3 63; 12. ПП 53; 13. 21 21; 14. П  $\rightarrow$   $x$  3 63; 15. П  $\rightarrow$   $x$  1 61; 16. П  $\rightarrow$   $x$  2 62; 17. ПП 53; 18. 21 21; 19. БП 51; 20. 54 54; 21.  $x \rightarrow$  П 4 44; 22. FО 25; 23.  $x \rightarrow$  П 5 45; 24. П  $\rightarrow$   $x$  4 64; 25.  $\times$  12; 26. — 11; 27. 1 01; 28. П  $\rightarrow$   $x$  4 64; 29. F  $x^2$  22; 30. — 11; 31. 1 01; 32. П  $\rightarrow$   $x$  5 65; 33. F  $x^2$  22; 34. — 11; 35.  $\times$  12; 36. F√ 21; 37.  $\div$  13; 38. В↑ 0Е; 39. С/П 50; 40. П  $\rightarrow$   $x$  6 66; 41. 3 03; 42. — 11; 43. F√ 21; 44.  $\times$  12; 45.  $\leftrightarrow$  14; 46. F  $x^2$  22; 47. 1 01; 48.  $\leftrightarrow$  14; 49. — 11; 50. F√ 21; 51.  $\div$  13; 52. С/П 50; 53. В/0 52; 54. П  $\rightarrow$   $x$  1 61; 55. F  $x^2$  22; 56. П  $\rightarrow$   $x$  2 62; 57. F  $x^2$  22; 58. + 10; 59. 2 02; 60. П  $\rightarrow$   $x$  1 61; 61.  $\times$  12; 62. П  $\rightarrow$   $x$  2 62; 63.  $\times$  12; 64. П  $\rightarrow$   $x$  3 63; 65.  $\times$  12; 66. — 11; 67. 1 01; 68. П  $\rightarrow$   $x$  3 63; 69. F  $x^2$  22; 70. — 11; 71.  $\div$  13; 72. F√ 21; 73. С/П 50; **F АВТ.**

### Работа с программой:

1. Набрать В/0, п, С/П
2. Набрать  $r_{xy}$  СП,  $r_{xz}$  СП,  $r_{yz}$  СП — высветится показатель  $r_{xy(z)}$ .

3. Набрать С/П — высветится показатель  $t_{r_{xy(z)}}$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $r_{xz(y)}$
5. Набрать С/П — высветится показатель  $t_{r_{xz(y)}}$
6. Набрать С/П — высветится показатель  $r_{yz(x)}$
7. Набрать С/П — высветится показатель  $t_{r_{yz(x)}}$
8. Набрать С/П — высветится показатель  $r_{xyz}$
9. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе ра-  
боту продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$p=20$ ;  $r_{xy}=0,75$ ;  $r_{xz}=0,35$ ;  $r_{yz}=0,8$ ;  
 $r_{xy(z)}=8.3622481-01$ ;  $t_{r_{xy(z)}}=6.2872467$ ;  $r_{xz(y)}=$   
 $=-6.2994079-01$ ;  $t_{r_{xz(y)}}=-3.3442802$ ;  $r_{yz(x)}=8.674928-$   
 $01$ ;  $t_{r_{yz(x)}}=7.1902032$ ;  $r_{xyz}=8.5796917-01$ .

### 7.8. Вычисление коэффициента корреляции между качественными признаками (расчет тетрагорического показателя связи)

Существует метод определения коэффициента корреляции между качественными признаками. Это случай, когда признаки, явления не могут быть измерены и не распределяются в вариационный ряд. Чаще всего подобный метод используют при наличии альтернативных признаков: выжил или умер, заболел или остался здоров и т. д. При подготовке к расчетам все показатели должны быть сведены в четырехпольную таблицу, т. е. должны быть разделены на четыре части, и обозначаются латинскими буквами а, b, с и d. В группу а рекомендуется ввести число объектов, имеющих оба признака (+ +), в группу b — число объектов, имеющих первый признак, но не имеющих второго (+ —), в группу с — число объектов, не имеющих первого признака, но имеющих второй (— +), а в группу d — число объектов, не имеющих обоих признаков (— —). На основании этой таблицы [Минцер О. П. и др., 1982] можно рассчитать так называемый тетрагорический показатель связи по формуле:

a	b
c	d

$$r_a = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}}$$

Среднюю ошибку этого коэффициента определяют по формуле:

$$S_r = \frac{1 - r_a^2}{\sqrt{n}}$$

Достоверность этого коэффициента корреляции между качественными признаками рассчитывают по отношению его к средней ошибке:

$$t = \frac{r_a}{S_r}$$

Примером для расчета этого коэффициента может служить оценка заболеваемости привитых и непривитых людей. Не заболели привитые — а, заболели привитые — b, не заболели непривитые — с, заболели непривитые — d. Зная коэффициент корреляции и общее количество случаев, можно рассчитать показатель критерия  $\chi^2$  по формуле:

$$\chi^2 = nr_a^2$$

Об этом показателе подробно см. раздел 6.1.1.

Рассчитать коэффициент корреляции, который в данном случае иногда называют коэффициентом ассоциации, его ошибку, показатель достоверности и показатель критерия  $\chi^2$  можно по приведенной ниже программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. x→П 1 41; 01. С/П 50; 02. x→П 2 42; 03. + 10; 04. x→П 5 45; 05. С/П 50; 06. x→П 3 43; 07. С/П 50; 08. x→П 4 44; 09. + 10; 10. x→П 6 46; 11. × 12; 12. П→x 1 61; 13. П→x 3 63; 14. + 10; 15. × 12; 16. П→x 2 62; 17. П→x 4 64; 18. + 10; 19. × 12; 20. F√ 21; 21. П→x 1 61; 22. П→x 4 64; 23. × 12; 24. П→x 2 62; 25. П→x 3 63; 26. × 12; 27. — 11; 28. ↔ 14; 29. ÷ 13; 30. x→П 0 40; 31. С/П 50; 32. 1 01; 33. П→x 0 60; 34. F x<sup>2</sup> 22; 35. — 11; 36. П→x 5 65; 37. П→x 6 66; 38. + 10; 39. x→П 7 47; 40. ÷ 13; 41. F√ 21; 42. С/П 50; 43. ÷ 13; 44. С/П 50; 45. П→x 7 67; 46. П→x 0 60; 47. F x<sup>2</sup> 22; 48. × 12; 49. С/П 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать а С/П, в С/П, с С/П, d С/П — высветится показатель г<sub>a</sub>

3. Набрать С/П — высветится показатель  $S_r$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $t$
5. Набрать С/П — высветится показатель критерия  $\chi^2$
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$a = 15$ ;  $b = 6$ ;  $c = 17$ ;  $d = 18$ ;  $r_a = 2.2360679-01$ ;  
 $S_r = 1.2694909-01$ ;  $t = 1.7613894$ ;  $\chi^2 = 2.7999998$ .

### **7.9. Расчет полихорического показателя связи (коэффициента сопряженности)**

В тех случаях, когда качественные признаки имеют более двух градаций, связь между признаками необходимо оценивать с помощью полихорического показателя связи, который в некоторых руководствах называется коэффициентом сопряженности [Лакин Г., 1973]. Данным методом можно обрабатывать, например, степень тяжести заболевания со степенью поражения кроветворного аппарата (по нескольким градациям), разные степени физиологических состояний и функциональные показатели каких-либо систем организма (тоже по нескольким градациям). Следует помнить, что это метод изучения корреляционной связи между качественными признаками. Вначале необходимо данные исследований свести в специальную таблицу, результаты которой затем вводить в микрокалькулятор для расчетов. Для примера приводим табл. 7.1, в которую сведены данные экспериментов на животных (крысы): животным вводили различные дозы препарата ЛЕМ-50 и изучали диуретическую реакцию — увеличение мочеотделения в процентах к исходному уровню.

Аналогичным образом составляются и другие таблицы, если имеется другая градация признака, например большее или меньшее количество используемых доз, большее или меньшее количество градаций по диурезу и т. д.

Далее приводятся несколько программ для расчетов полихорического показателя связи для двух признаков, но с разным количеством градаций:  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$ ,  $3 \times 3$  и для общего случая, когда этих градаций может быть значительно больше.

Микрокалькулятор позволяет производить расчеты максимально только по трем градациям в каждом при-

Таблица 7.1. Изменение мочеотделения у крыс под влиянием различных доз препарата ЛЕМ-50

Доза	Количество животных, у которых мочеотделение увеличилось			
	на 50%	на 100%	на 150%	Всего
5 мг/кг	35	6	4	45
10 мг/кг	28	17	8	53
15 мг/кг	13	18	27	58
Итого ...	76	41	39	156

знаке ( $3 \times 3$ ), поэтому при расчете этого показателя для большего количества градаций необходимо сделать несколько расчетов вручную, а затем полученные данные вводить в микрокалькулятор.

Полихорические показатели связи обычно рассчитывают по приведенным ниже формулам, однако вначале составляют соответствующую таблицу (табл. 7.2).

Таблица 7.2. Общий вид таблицы группировки данных для расчета полихорического показателя связи

Градация второго признака	Градация первого признака				$n_j$
	1	2	...	$K_1$	
1	$n_{11}$	$n_{21}$	...	$n_{K_1 1}$	$n_j^{(1)}$
2	$n_{12}$	$n_{22}$	...	$n_{K_1 2}$	$n_j^{(2)}$
...	...	...	...	...	...
$K_2$	$n_{1K_2}$	$n_{2K_2}$	...	$n_{K_1 K_2}$	$n_j^{(K_2)}$
$n_i$	$n_i^1$	$n_i^2$	...	$n_i^{K_1}$	$n$

В табл. 7.2  $n$  — общее число наблюдений, равное  $n = \sum_{ij} n_{ij}$ ;  $n_{ij}$  — число наблюдений, соответствующее одновременно  $i$ -й градации первого признака и  $j$ -й градации второго признака;  $n_j^{(k)}$  — сумма элементов столбца, номер которого равен  $j$ :  $n_j^{(k)} = \sum_i n_{ij}$ ;

$n_j^{(1)}$  — сумма элементов строки, номер которой равен  $i$ :

$$n_j = \sum_i n_{ij}.$$

Полихорический показатель связи вычисляют по формуле:

$$\rho = \frac{a - 1}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}, \quad (7.5)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — число градаций первого и второго признаков соответственно. Показатель  $a$  вычисляют по формуле:

$$a = \sum_i \frac{\sum_j \frac{n_{ij}^2}{n_j}}{n_i}.$$

Достоверность полихорического показателя связи можно определить с помощью показателя критерия  $\chi^2$ , который рассчитывают по формуле:  $\chi^2 = n(a - 1)$ , а затем по табл. 4 приложения можно оценить степень достоверности этого показателя.

### 7.9.1. Расчет полихорического показателя связи по двум градациям первого признака и по трем градациям второго признака (2×3)

Прежде необходимо составить таблицу, в которую вносят все полученные результаты (табл. 7.3). Она будет похожа на табл. 7.2, но в ней будет не три, а только две графы повышения диуреза, например на 50% и на 100%.

Таблица 7.3. Общий вид таблицы группировки данных для расчета полихорического показателя связи по двум градациям первого признака и по трем градациям второго признака

Градация второго признака	Градация первого признака	
	1	2
1	$a_1$	$b_1$
2	$a_2$	$b_2$
3	$a_3$	$b_3$

Полихорический показатель связи в этом случае можно вычислить по формуле:

$$\rho = \frac{a-1}{\sqrt{2}}.$$

Расчет можно произвести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00 С $\bar{x}$  0Г; 01. x→П d 4Г; 02. С/П 50; 03. x→П 8 48; 04. x→П 7 47; 05. x→П 6 46; 06. x→П 5 45; 07. x→П 4 44; 08. x→П 3 43; 09. + 10; 10. + 10; 11. x→П b 4L; 12. П→x 6 66; 13. П→x 7 77; 14. П→x 8 68; 15. + 10; 16. + 10; 17. x→П a 4—; 18. 9 09; 19. x→П 1 41; 20. 6 06; 21. x→П 2 42; 22. 4 04; 23. x→П 0 40; 24. FLO 5Г; 25. 28 28; 26. БП 51; 27. 55 55; 28. К П→x 1 Г1; 29. В↑ 0Е; 30. К П→x 2 Г2; 31. В↑ 0Е; 32. F ⊙ 25; 33. + 10; 34. x→П с 4С; 35. ↔ 14; 36. Fx<sup>2</sup> 22; 37. ↔ 14; 38. ÷ 13; 39. П→x a 6—; 40. ÷ 13; 41. П→x d 6Г; 42. + 10; 43. x→П d 4Г; 44. F ⊙ 25; 45. F x<sup>2</sup> 22; 46. П→x с 6С; 47. ÷ 13; 48. П→x b 6L; 49. ÷ 13; 50. П→x d 6Г; 51. + 10; 52. x→П d 4Г; 53. БП 51; 54. 24 24; 55. 1 01; 56. — 11; 57. x→П 9 59; 58. 2 02; 59. F√ 21; 60. ÷ 13; 61. С/П 50; 62. П→x 9 69; 63. П→x a 6—; 64. П→x b 6L; 65. + 10; 66. × 12; 67. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Набрать по столбцам элементы таблицы a<sub>1</sub> ПП, a<sub>2</sub> ПП, a<sub>3</sub> ПП, b<sub>1</sub> ПП, b<sub>2</sub> ПП, b<sub>3</sub> СП — высветится показатель ρ
3. Набрать С/П — высветится показатель χ<sup>2</sup>
4. Для дальнейшей работы и при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

a<sub>1</sub>—1; a<sub>2</sub>—2; a<sub>3</sub>—3; b<sub>1</sub>—4; b<sub>2</sub>—5; b<sub>3</sub>—6; ρ=9.4280672—03;  
χ<sup>2</sup>=2.799993—01.

#### 7.9.2. Расчет полихорического показателя связи по трем градациям первого признака и по двум градациям второго признака (3×2)

Для расчета этого показателя также необходимо составить таблицу и внести в нее полученные результаты (табл. 7.4). Она будет похожа на табл. 7.3, в которой при-

Таблица 7.4. Общий вид таблицы группировки данных для расчета полихорического показателя связи по трем градациям первого признака и по двум градациям второго признака

Градация второго признака	Градация первого признака		
	1	2	3
1	$a_1$	$b_1$	$c_1$
2	$a_2$	$b_2$	$c_2$

ведены данные о диуретическом действии препарата, только в ней будет всего две графы изучения доз (например, 5 и 10 мг/кг).

Формула для вычисления полихорического показателя связи аналогична приведенной выше. Расчет можно произвести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 02.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 03. С/П 50; 04.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 05.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 06.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 07.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 08.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 09.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 10. + 10; 11.  $x \rightarrow П с 4С$ ; 12.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 13.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 14. + 10; 15.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 16.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 17.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 20.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 21.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 22.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 23. + 10; 24. + 10; 25.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 26.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 27.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 28. ПП 53; 29. 67 67; 30.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 31.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 32. ПП 53; 33. 67 67; 34.  $П \rightarrow x с 6С$ ; 35.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 36. ПП 53; 37. 67 67; 38.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 39.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 40. + 10; 41.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 42. + 10; 43.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 44.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 45.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 46. ПП 53; 47. 67 67; 48.  $П \rightarrow x в 6L$ ; 49.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 50. ПП 53; 51. 67 67; 52.  $П \rightarrow x с 6С$ ; 53.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 54. ПП 53; 55. 67 67; 56. 1 01; 57. — 11; 58.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 59. 2 02; 60. F√ 21; 61. ÷ 13; 62. С/П 50; 63.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 64.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 65. × 12; 66. С/П 50; 67. В↑ 0Е; 68.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 69. + 10; 70.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 71. F○ 25; 72. F  $x^2$  22; 73.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 74. ÷ 13; 75. ↔ 14; 76. ÷ 13; 77.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 78. + 10; 79.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 80. В/0 52; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Вводить данные таблицы по столбцам  $a_1$  ПП,  $a_2$  ПП,  $b_1$  ПП,  $b_2$  ПП,  $c_1$  ПП,  $c_2$  С/П — высветится показатель  $\rho$
3. Набрать С/П — высветится показатель  $\chi^2$



4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$a_1=1$ ;  $a_2=2$ ;  $b_1=3$ ;  $b_2=4$ ;  $c_1=5$ ;  $c_2=6$ ;  $\rho=4.7616572-03$ ;  
 $\chi^2=1.41414-01$ .

*7.9.3. Расчет полихорического показателя связи по трем градациям первого признака и по трем градациям второго признака (3×3)*

Данные эксперимента или результаты исследований вносят в таблицу для расчета этого показателя (табл. 7.5).

Таблица 7.5. Общий вид таблицы группировки данных для расчета полихорического показателя связи по трем градациям первого признака и по трем градациям второго признака

Градация второго признака	Градация первого признака		
	1	2	3
1	$a_1$	$b_1$	$c_1$
2	$a_2$	$b_2$	$c_2$
3	$a_3$	$b_3$	$c_3$

Полихорический показатель связи вычисляют по формуле 7.5. Вычисление можно произвести по следующей программе.

**ПРОГРАММА**

F ПРГ; 00. x→П 9 49; 01. x→П 8 48; 02. x→П 7 47; 03. x→П 6 46; 04. x→П 5 45; 05. x→П 4 44; 06. x→П 3 43; 07. x→П 2 42; 08. x→П 1 41; 09. + 10; 10. + 10; 11. x→П с 4С; 12. ↔ 14; 13. П→х 5 65; 14. П→х 6 66; 15. + 10; 16. + 10; 17. x→П b 4; 18. + 10; 19. П→х 9 69; 20. П→х 8 68; 21. П→х 7 67. 22. + 10; 23. + 10; 24. x→П a 4—; 25. + 10; 26. x→П d 4Г; 27. П→х 9 69; 28. П→х 6 66; 29. П→х 3 63; 30. + 10; 31. + 10; 32. x→П 0 40; 33. Сх 0Г; 34. П→х a 6—; 35. П→х 9 69; 36. ПП 53; 37. 91 91; 38. П→х b 6L;; 39. П→х 6 66; 40. ПП 53; 41. 91 91; 42. П→х с 6С; 43. П→х 3 63; 44. ПП 53; 45. 91 91; 46. П→х 8 68; 47. П→х 5 65; 48. + 10; 49. П→х

2 62; 50. + 10; 51.  $x \rightarrow \Pi 0 40$ ; 52.  $\leftrightarrow 14$ ; 53.  $\Pi \rightarrow x a 6 -$ ;  
 54.  $\Pi \rightarrow x 8 68$ ; 55.  $\Pi\Pi 53$ ; 56. 91 91; 57.  $\Pi \rightarrow x b 6L$ ; 58.  
 $\Pi \rightarrow x 5 65$ ; 59.  $\Pi\Pi 53$ ; 60. 91 91; 61.  $\Pi \rightarrow x c 6C$ ; 62.  
 $\Pi \rightarrow x 2 62$ ; 63.  $\Pi\Pi 53$ ; 64. 91 91; 65.  $\Pi \rightarrow x 7 67$ ; 66.  $\Pi \rightarrow x$   
 4 64; 67. + 10; 68.  $\Pi \rightarrow x 1 61$ ; 69. + 10; 70.  $x \rightarrow \Pi 0 40$ ;  
 71.  $\leftrightarrow 14$ ; 72.  $\Pi \rightarrow x a 6 -$ ; 73.  $\Pi \rightarrow x 7 67$ ; 74.  $\Pi\Pi 53$ ; 75.  
 91 91; 76.  $\Pi \rightarrow x b 6L$ ; 77.  $\Pi \rightarrow x 4 64$ ; 78.  $\Pi\Pi 53$ ; 79. 91 91;  
 80.  $\Pi \rightarrow x c 6C$ ; 81.  $\Pi \rightarrow x 1 61$ ; 82.  $\Pi\Pi 53$ ; 83. 91 91; 84.  
 1 01; 85. — 11; 86. 2 02; 87.  $\div 13$ ; 88.  $C/\Pi 50$ ; 89.  $\Pi \rightarrow x d$   
 6Г; 90.  $C/\Pi 50$ ; 91.  $F x^2 22$ ; 92.  $\leftrightarrow 14$ ; 93.  $\div 13$ ; 94.  $\Pi \rightarrow x$   
 0 60; 95.  $\div 13$ ; 96. + 10; 97.  $B/0 52$ ;  $F ABT$

### Работа с программой:

1. Набрать  $B/0$
2. Набрать по столбцам сверху вниз показатели таблицы  $a_1 \Pi\Pi$ ,  $a_2 \Pi\Pi$ ,  $a_3 \Pi\Pi$ ,  $b_1 \Pi\Pi$ ,  $b_2 \Pi\Pi$ ,  $b_3 \Pi\Pi$ ,  $c_1 \Pi\Pi$ ,  $c_2 \Pi\Pi$ ,  $c_3 C/\Pi$  — высветится показатель  $\rho$
3. Набрать  $C/\Pi$  — высветится показатель  $n$  (мощность выборки)
4. Набрать 2,  $\times$ ,  $\times$  — высветится показатель  $\chi^2$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$a_1=1$ ;  $a_2=2$ ;  $a_3=3$ ;  $b_1=4$ ;  $b_2=5$ ;  $b_3=6$ ;  $c_1=7$ ;  $c_2=8$ ;  $c_3=9$ ;  
 $\rho=5.2083-03$ ;  $n=45$ ;  $\chi^2=4.68747-01$ .

#### *7.9.4. Расчет полихорического показателя связи в случае, когда один или оба признака имеют больше трех градаций*

Описываемый программируемый микрокалькулятор не может вместить необходимую для подобных расчетов информацию. Следовательно, полностью автоматизировать процесс вычислений невозможно. Поэтому расчеты требуют предварительной подготовки.

Прежде всего надо составить таблицу. В нее вносят все необходимые данные, затем вручную (можно с помощью микрокалькулятора в автоматическом режиме) рассчитывают сумму по столбцам и по строкам и вычисляют общее число наблюдений (см. табл. 7.1). Общий вид — табл. 7.2. Вводить в микрокалькулятор цифры следует в таком порядке: сначала первую цифру строки, затем сумму случаев, приведенных в данной строке, а затем

сумму цифр, приведенных в данном столбце. После каждого вводимого числа следует нажимать оператор С/П.

Расчеты полихорического показателя связи производят по формуле 7. 5. Вычисление необходимо проводить по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F ПРГ;** 00. С/П 50; 01.  $F x^2$  22; 02. С/П 50; 03.  $\div$  13; 04. С/П 50; 05.  $\div$  13; 06.  $+$  10; 07. БП 51; 08. 00 00; 09.  $\leftrightarrow$  14; 10. 1 01; 11.  $-$  11; 12.  $x \rightarrow$  П 1 41; 13.  $\leftrightarrow$  14; 14. 1 01; 15.  $-$  11; 16. С/П 50; 17.  $x \rightarrow$  П 3 43; 18. 1 01; 19.  $-$  11; 20.  $\times$  12; 21.  $F \sqrt{\quad}$  21; 22.  $\div$  13; 23. С/П 50; 24. П  $\rightarrow$  x 1 61; 25.  $\leftrightarrow$  14; 26.  $\times$  12; 27. С/П 50; **F АВТ.**

### Работа с программой:

1. Набрать Сх В/0 С/П — высветится 0

2. Набрать  $n_{11}$  С/П,  $n_{12}^1$  С/П,  $n_{13}^1$  С/П  
 $n_{21}$  С/П,  $n_{22}^2$  С/П,  $n_{23}^2$  С/П

$n_{1K_2}$  С/П,  $n_{jK_2}^1$  С/П,  $n_{i1}^1$  С/П

$n_{K_1K_2}$  С/П,  $n_{jK_2}^{K_2}$  С/П,  $n_{i1}^{(K_1)}$  С/П

3. Набрать БП 09,  $K_1$  С/П

4. Набрать  $K_2$  С/П — высветится  $\rho$

5. Набрать  $n$  С/П — высветится показатель  $\chi^2$

6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работоту продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

1	2	3	4	10
5	6	7	8	26
9	10	11	12	42
15	18	21	24	78

1. Сх В/0 С/П

2. 1 С/П, 10 С/П, 15 С/П  
 2 С/П, 10 С/П, 18 С/П  
 3 С/П, 10 С/П, 21 С/П  
 4 С/П, 10 С/П, 24 С/П  
 5 С/П, 26 С/П, 15 С/П

- 6 С/П, 26 С/П, 18 С/П
- 7 С/П, 26 С/П, 21 С/П
- 8 С/П, 26 С/П, 24 С/П
- 9 С/П, 42 С/П, 15 С/П
- 10 С/П, 42 С/П, 18 С/П
- 11 С/П, 42 С/П, 21 С/П
- 12 С/П, 42 С/П, 24 С/П

3. БП 09 4 С/П.

4. 3 С/П — высвечивается  $\rho = 5.1594011 - 03$ .

5. 78 С/П — высвечивается  $\chi^2 = 9.857562 - 01$ .

### 7.10. Расчет коэффициента нелинейной корреляции — $\eta$ (корреляционного отношения), его ошибки — $m_\eta$ и показателя достоверности по t-критерию Стьюдента

Часто исследователь обнаруживает, что корреляционная связь между изучаемыми признаками отсутствует, так как коэффициент корреляции  $r_{xy}$  оказывается значительно меньше единицы (приближается к нулю). Это указывает на то, что в данном случае отсутствует прямолинейная корреляционная связь. Однако это не значит, что связи между этими двумя признаками нет. Возможно, между ними существует выраженная (т. е. статистически достоверная) нелинейная корреляционная связь. Оценивать в этом случае связь между признаками следует по коэффициенту нелинейной корреляции  $\eta$ , который точнее, чем коэффициент корреляции, отражает степень этой связи.

Если при анализе выборки неизвестно, какая между двумя признаками существует связь, следует рассчитывать коэффициент нелинейной корреляции и коэффициент корреляции. В случае если эти два коэффициента равны или близки по значению, значит связь прямолинейна. Если эти коэффициенты различаются значительно, то в данном случае связь нелинейна и оценивать ее следует по корреляционному отношению или по коэффициенту нелинейной корреляции.

Вычисляют коэффициент нелинейной корреляции  $\eta_{y/x}$  (эта игрек по икс) по формуле:

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_y^2}},$$

при этом

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_{y/x}^2 = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{y}_j - \bar{y})^2,$$

где  $n$  — число членов в выборке;  $n_j$  — число членов в  $j$ -й группировке;  $\bar{y}_j$  — среднее в группе.

С помощью математических преобразований формула коэффициента нелинейной корреляции приобретает вид:

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^k \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_l} y_j\right)^2}{n_j} - \frac{\left(\sum_{l=1}^k \sum_{j=1}^{n_l} y_j\right)^2}{n}}{\sum_{l=1}^n y_l^2 - \frac{\left(\sum_{l=1}^n y_l\right)^2}{n}}},$$

где  $k$  — число групп  $y$  и  $x$ ;  $\sum_{j=1}^{n_l} y_j$  — сумма элементов в  $l$ -й группе;  $n_j$  — число элементов в группе;  $n$  — общее число  $y$ -ов;  $\sum_{l=1}^n y_l^2$  — сумма квадратов всех  $y$ -ов;  $\sum_{l=1}^n y_l$  — сумма всех  $y$ -ов.

Аналогичным образом рассчитывают коэффициент  $\eta_{x/y}$ . Среднюю ошибку этих коэффициентов можно определить по формуле:

$$m_\eta = \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{n}}.$$

Оценить достоверность полученного коэффициента нелинейной корреляции можно по  $t$ -критерию Стьюдента, который вычисляют по формуле:

$$t = \eta \sqrt{\frac{n-2}{1-\eta^2}}.$$

Получив показатель  $t$ , можно по табл. 2 приложения при числе степеней свободы  $K=n-2$  найти показатель достоверности коэффициента. При  $P < 0,05$  этот коэффи-

циент указывает на наличие достоверной нелинейной корреляционной связи.

Если значения коэффициентов  $\eta_{y/x}$  и  $\eta_{x/y}$  равны или близки, то в данном случае имеет место прямолинейная связь. Коэффициент корреляции  $r_{xy}$  в этом случае также равен или близок этим коэффициентам.

Рассчитывать эти коэффициенты по приведенным формулам вручную — трудоемкая задача. Микрокалькулятор значительно упрощает эти расчеты.

Вычисление корреляционного отношения осуществляются следующим образом. Сначала проводят анализ выборки. Предположим, дана следующая выборка:

x	2	4	6	8	4	6	2	6
y	4	8	8	7	4	10	6	12

Число элементов в этой выборке  $n=8$ .

Сначала следует ранжировать данную выборку в порядке возрастания элементов  $x$ . При этом она примет следующий вид:

x	2	2	4	4	6	6	6	8
y	4	6	4	8	10	8	12	7

Можно отметить, что в верхнем ряду цифр ( $x$ ) имеются одинаковые показатели. Сгруппируем показатели  $y$  по одинаковым  $x$ :

x	2		4		6		8
y	4	6	4	8	10	8	12

Теперь эти группы  $y$ -ов можно вводить в микрокалькулятор. В этом случае мы получим коэффициент  $\eta_{y/x}$ , его среднюю ошибку  $m_{\eta}$  и показатель достоверности  $t_{\eta}$ .

Чтобы получить коэффициент  $\eta_{x/y}$ , следует ранжировать выборку по показателям  $y$ , т. е. вначале ранжировать их в порядке возрастания, а затем сгруппировать

показатели  $x$  по группам. В этом случае в микрокалькулятор вводят сгруппированные показатели  $x$ -ов.

Расчеты проводят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00.  $P \rightarrow x$  3 63; 01.  $F x^2$  22; 02.  $P \rightarrow x$  5 65; 03.  $\div$  13; 04.  $P \rightarrow x$  6 66; 05.  $+$  10; 06.  $x \rightarrow P$  6 46; 07.  $Sx$  0Г; 08. **БП** 51; 09. 15 15; 10.  $Sx$  0Г; 11.  $x \rightarrow P$  0 40; 12.  $x \rightarrow P$  1 41; 13.  $x \rightarrow P$  4 44; 14.  $x \rightarrow P$  6 46; 15.  $x \rightarrow P$  3 43; 16.  $x \rightarrow P$  5 45; 17. **С/П** 50; 18.  $x \rightarrow P$  7 47; 19.  $P \rightarrow x$  0 60; 20.  $+$  10; 21.  $x \rightarrow P$  0 40; 22.  $P \rightarrow x$  7 67; 23.  $P \rightarrow x$  3 63; 24.  $+$  10; 25.  $x \rightarrow P$  3 43; 26.  $P \rightarrow x$  7 67; 27.  $F x^2$  22; 28.  $P \rightarrow x$  1 61; 29.  $+$  10; 30.  $x \rightarrow P$  1 41; 31. **К П**  $\rightarrow x$  4 Г4; 32. **К П**  $\rightarrow x$  5 Г5; 33.  $P \rightarrow x$  4 64; 34. **БП** 51; 35. 17 17; 36.  $P \rightarrow x$  6 66; 37.  $P \rightarrow x$  0 60; 38.  $F x^2$  22; 39.  $P \rightarrow x$  4 64; 40.  $\div$  13; 41.  $x \rightarrow P$  7 47; 42.  $-$  11; 43.  $P \rightarrow x$  1 61; 44.  $P \rightarrow x$  7 67; 45.  $-$  11; 46.  $\div$  13; 47. **F√** 21; 48. **С/П** 50; 49.  $x \rightarrow P$  2 42; 50.  $F x^2$  22; 51. 1 01; 52.  $\leftrightarrow$  14; 53.  $-$  11; 54.  $x \rightarrow P$  7 47; 55.  $P \rightarrow x$  4 64; 56. **F√** 21; 57.  $\div$  13; 58. **С/П** 50; 59.  $P \rightarrow x$  4 64; 60. 2 02; 61.  $-$  11; 62.  $P \rightarrow x$  7 67; 63.  $\div$  13; 64. **F√** 21; 65.  $P \rightarrow x$  2 62; 66.  $\times$  12; 67. **С/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать **БП** 10 **С/П** — высветится 0
2. Набирать значения нижней строки ранжированного и сгруппированного ряда  $y_1$  **С/П**,  $y_2$  **С/П**..., после ввода последнего элемента группы набрать **В/0 С/П**. Если в группе один элемент, после его набора нажать **С/П**, а затем **В/0 С/П** (см. контрольный пример).
3. После набора всех данных набрать **БП** 36 **С/П** — высветится показатель  $\eta_{y/x}$ .
4. Набрать **С/П** — высветится  $m_\eta$ .
5. Набрать **С/П** — высветится  $t_\eta$ .
6. При ошибке ввода до нажатия **С/П** набрать **Sx** и повторить ввод. Если клавиша **С/П** нажата, повторить с п. 1.
7. Для дальнейшей работы продолжить ее с п. 1.

### Контрольный пример:

$x$	2	4	6	8
$y$	4 6	4 8	10 8 12	7

1. БП 10 С/П.
2. 4 С/П, 6 С/П, В/0 С/П  
4 С/П, 8 С/П, В/0 С/П  
10 С/П, 8 С/П, 12 С/П, В/0 С/П  
7 С/П, В/0 С/П
3. БП 36 С/П — высвечивается  $\eta_{y/x} = 8.1602283 - 01$
4. С/П — высвечивается  $m_{\eta} = 1.1812455 - 01$ .
5. С/П — высвечивается  $t_{\eta} = 3.4580823$ .

## Глава 8

### РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

---

Описанный в предыдущей главе корреляционный анализ позволяет определить степень сопряженности между признаками, направление и форму существующей между ними связи. Однако корреляционный анализ не позволяет предсказать изменения одного из связанных признаков при изменениях другого. Регрессионный анализ позволяет по величине одного признака ( $x$ ) находить ожидаемое значение другого признака ( $y$ ), связанного с ним корреляционной связью. Другими словами, регрессия позволяет предсказывать поведение одного из параметров при целенаправленном изменении другого.

Для проведения регрессионного анализа имеющиеся данные необходимо определенным образом сгруппировать в вариационный ряд в порядке возрастания  $x$  при определении регрессии  $x$  на  $y$  или в порядке возрастания  $y$  при определении регрессии  $y$  на  $x$ . После такой группировки необходимо решить вопрос о наиболее вероятном виде регрессии: линейная, гиперболическая, степенная, показательная, параболическая. Затем решают, по какой программе проводить расчеты. В конце данной главы приведены специальные программы, которые позволяют точно определить вид регрессии. После решения вопроса о виде регрессии можно вычислить коэффициенты регрессии в соответствии с ее видом. В данной главе приведены также программы для расчета линии регрессии, т. е. расчета показателей  $x$  по  $y$  или показателей  $y$  по  $x$ , чтобы их можно было перенести на график и провести соответствующую линию регрессии.



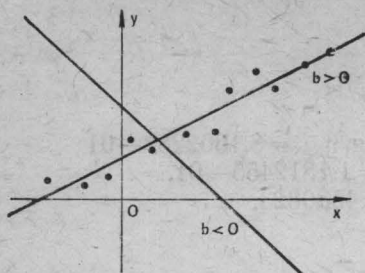


Рис. 8.1. Линейная регрессия. Точками отмечены отдельные показатели.

### 8.1. Вычисление показателей линейной регрессии

Как отмечалось, связь между различными биологическими признаками может быть различной. Если зависимость является линейной, то ее можно выразить формулой:  $y = a + bx$ , где  $y$  — ожидаемое значение переменной величины, соответствующее определенному значению переменной  $x$ ;  $a$  — свободный член уравнения;  $b$  — показатель пропорциональности, называемый часто коэффициентом регрессии. Линия регрессии в этом случае будет иметь вид, изображенный на рис. 8.1.

Для определения параметров этого уравнения ( $a$  и  $b$ ) используют следующие формулы

$$a = \frac{\Sigma y - b \Sigma x}{n},$$

$$b = \frac{n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}.$$

Расчеты можно произвести, используя следующую программу.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 02.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 03.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 04.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 05.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 06. С/П 50; 07.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 08.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 09. + 10; 10.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 11.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 12. F  $x^2 22$ ; 13.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 14. + 10; 15.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 16. С/П 50; 17.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 18.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 19. + 10; 20.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 21.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 22.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 23.  $\times 12$ ; 24.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 25. + 10; 26.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 27. К  $П \rightarrow x 4 Г4$ ; 28.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 29. БП 51; 30. 06 06; 31.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 32.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 33.  $\times 12$ ; 34.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 35.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 36.  $\times 12$ ; 37. — 11; 38.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 39.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 40.  $\times 12$ ; 41.  $П \rightarrow x 0 60$ ;

42. F  $x^2$  22; 43. — 11; 44.  $\div$  13; 45. C/П 50; 46. П  $\rightarrow$  x 0 60;  
 47.  $\times$  12; 48. П  $\rightarrow$  x 1 61; 49.  $\leftrightarrow$  14; 50. — 11; 51. П  $\rightarrow$  x 4  
 64; 52.  $\div$  13; 53. C/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 C/П — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений (x, y) из вариационного ряда  $x_1$  C/П,  $y_1$  C/П — высветится 1  
 $x_2$  C/П,  $y_2$  C/П — высветится 2  
 $x_n$  C/П,  $y_n$  C/П — высветится n
3. Набрать БП 31 C/П — высветится коэффициент регрессии b
4. Набрать C/П — высветится свободный член уравнения a
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе продолжить работу с п. 1.

### Контрольный пример:

x	y
1	3
1,5	3,15
2	3,6
4	4

1. В/0 C/П — высвечивается 0
2. 1 C/П, 3 C/П — высвечивается 1  
 1,5 C/П, 3, 15 C/П — высвечивается 2  
 2 C/П, 3,6 C/П — высвечивается 3  
 4 C/П, 4 C/П — высвечивается 4
3. БП 31 C/П — высвечивается  $b_{y/x} = 3.2891566 - 01$ .
4. C/П — высвечивается  $a_{y/x} = 2.7385542$

В этом случае уравнение регрессии будет иметь вид:  
 $y = 2,7385542 + 0,32891566 x$ .

Если необходимо рассчитать параметры регрессии x по y, то можно воспользоваться этой же программой, только записать вариационный ряд в порядке возрастания y, и введение исходных данных необходимо начинать с y. В нашем примере показатели y находятся в порядке возрастания, поэтому можно воспользоваться этим же контрольным примером.

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 1 С/П — высвечивается 1
  - 3, 15 С/П, 1,5 С/П — высвечивается 2
  - 3,6 С/П, 2 С/П — высвечивается 3
  - 4 С/П, 4 С/П — высвечивается 4
3. БП 31 С/П — высвечивается  $b_{x/y} = 2.7659574$
4. С/П — высвечивается  $a_{x/y} = -7.3829785$ .

## 8.2. Вычисление параметров линейной регрессии $x$ по $y$ и $y$ по $x$

В тех случаях, когда имеется взаимное влияние связанных между собой признаков, можно проводить определение параметров регрессии  $x$  по  $y$  и, наоборот,  $y$  по  $x$ . Удобнее воспользоваться специальной программой, позволяющей сразу определять соответствующие параметры.

### ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 02.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 03.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 04.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 05.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 06.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 07. С/П 50; 08.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 09.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 10. + 10; 11.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 12.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 13.  $F x^2 22$ ; 14.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 15. + 10; 16.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 17. С/П 50; 18.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 19.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 20. + 10; 21.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 22.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 23.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 24.  $\times 12$ ; 25.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 26. + 10; 27.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 28.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 29.  $F x^2 22$ ; 30.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 31. + 10; 32.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 33. К  $П \rightarrow x 4 Г 4$ ; 34.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 35. БП 51; 36. 07 07; 37.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 38.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 39.  $\times 12$ ; 40.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 41.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 42.  $\times 12$ ; 43. — 11; 44.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 45.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 46.  $\times 12$ ; 47.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 48.  $F x^2 22$ ; 49. — 11; 50.  $\div 13$ ; 51. С/П 50; 52.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 53.  $\times 12$ ; 54.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 55.  $\leftrightarrow 14$ ; 56. — 11; 57.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 58.  $\div 13$ ; 59. С/П 50; 60.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 61.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 62.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 63.  $\leftrightarrow 14$ ; 64.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 65.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 66.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 67.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 68.  $\leftrightarrow 14$ ; 69.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 70. БП 51; 71. 37 37; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$ 
  - $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1
  - $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2
  - ...
  - $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$

3. Набрать БП 37 С/П — высветится показатель  $b_{y/x}$ .
4. Набрать С/П — высветится показатель  $a_{y/x}$ .
5. Набрать С/П — высветится показатель  $b_{x/y}$ .
6. Набрать С/П — высветится показатель  $a_{x/y}$ .
7. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

x	y
3	4
6	8
8	9

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 4 С/П — высвечивается 1  
6 С/П, 8 С/П — высвечивается 2  
8 С/П, 9 С/П — высвечивается 3
3. БП 37 С/П — высвечивается  $b_{y/x} = 1.0263157$
4. С/П — высвечивается  $a_{y/x} = 1.1842113$
5. С/П — высвечивается  $b_{x/y} = 9.2857142-01$ .
6. С/П — высвечивается  $a_{x/y} = 8.3333333-01$ .

### 8.3. Вычисление коэффициентов линейной регрессии и ее доверительной зоны

В случаях, если, кроме параметров линейной регрессии  $a$  и  $b$ , необходимо вычислить доверительную зону линии регрессии, т. е. тот интервал, в пределах которого могут располагаться варианты, находящиеся в границах доверительного интервала, можно воспользоваться специальной программой. Эта же программа позволяет определить величину  $D = 3\sigma_{y/x}$ . С вероятностью 0,997 случайное значение  $y$  находится в зоне  $\hat{y} \pm 3\sigma_{y/x}$ , где  $\hat{y}$  — вычисленное по регрессии значение  $y$ , а  $\sigma_{y/x}$  — среднеквадратическое отклонение  $y$ , которое можно вычислить по формуле:

$$\sigma_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y}_x)^2}{n - 2}},$$

где  $\bar{y}_x$  — среднее арифметическое значение  $y$ ;  $n$  — число пар наблюдений.

Полученную величину  $D$  откладывают выше и ниже

проведенной линии регрессии, т. е. находят доверительную зону линии регрессии.

Расчеты проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00. **Cx** 0Г; 01.  $x \rightarrow П$  0 40; 02.  $x \rightarrow П$  1 41; 03.  $x \rightarrow П$  2 42; 04.  $x \rightarrow П$  3 43; 05.  $x \rightarrow П$  3 44; 06.  $x \rightarrow П$  7 47; 07. **C/П** 50; 08.  $x \rightarrow П$  5 45; 09.  $П \rightarrow x$  0 60; 10. + 10; 11.  $x \rightarrow П$  0 40; 12.  $П \rightarrow x$  5 65; 13.  $F x^2$  22; 14.  $П \rightarrow x$  3 63; 15. + 10; 16.  $x \rightarrow П$  3 43; 17. **C/П** 50; 18.  $x \rightarrow П$  6 46; 19.  $П \rightarrow x$  1 61; 20. + 10; 21.  $x \rightarrow П$  1 41; 22.  $П \rightarrow x$  6 66; 23.  $П \rightarrow x$  5 65; 24.  $\times$  12; 25.  $П \rightarrow x$  2 62; 26. + 10; 27.  $x \rightarrow П$  2 42; 28.  $П \rightarrow x$  6 66; 29.  $F x^2$  22; 30.  $П \rightarrow x$  7 67; 31. + 10; 32.  $x \rightarrow П$  7 47; 33. **K П**  $\rightarrow x$  4 Г4; 34.  $П \rightarrow x$  4 64; 35. **БП** 51; 36. 07 07; 37.  $П \rightarrow x$  4 64; 38.  $П \rightarrow x$  2 62; 39.  $\times$  12; 40.  $П \rightarrow x$  0 60; 41.  $П \rightarrow x$  1 61; 42.  $\times$  12; 43. - 11; 44.  $П \rightarrow x$  4 64; 45.  $П \rightarrow x$  3 63; 46.  $\times$  12; 47.  $П \rightarrow x$  0 60; 48.  $F x^2$  22; 49. - 11; 50.  $\div$  13; 51. **C/П** 50; 52.  $П \rightarrow x$  0 60; 53.  $\times$  12; 54.  $П \rightarrow x$  1 61; 55.  $\leftrightarrow$  14; 56. - 11; 57.  $П \rightarrow x$  4 64; 58.  $\div$  13; 59. **C/П** 50; 60.  $П \rightarrow x$  7 67; 61.  $П \rightarrow x$  1 61; 62.  $F x^2$  22; 63.  $П \rightarrow x$  4 64; 64.  $\div$  13; 65. - 11; 66.  $П \rightarrow x$  4 64; 67. 2 02; 68. - 11; 69.  $\div$  13; 70.  $F\sqrt{}$  21; 71. 3 03; 72.  $\times$  12; 73. **C/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 **C/П** — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$   
 $x_1$  **C/П**,  $y_1$  **C/П** — высветится 1  
 $x_2$  **C/П**,  $y_2$  **C/П** — высветится 2  
.....  
 $x_n$  **C/П**,  $y_n$  **C/П** — высветится  $n$
3. Набрать **БП** 37 **C/П** — высветится показатель  $b_{y/x}$
4. Набрать **C/П** — высветится показатель  $a_{y/x}$
5. Набрать **C/П** — высветится показатель **D**
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x	y
3	4
6	8
8	9

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 4 С/П — высвечивается 1  
6 С/П, 8 С/П — высвечивается 2  
8 С/П, 9 С/П — высвечивается 3
3. БП 37 С/П — высвечивается  $b_{y/x} = 1.0263157$
4. С/П — высвечивается  $a_{y/x} = 1.1842113$
5. С/П — высвечивается  $D = 11.224972$ .

#### 8.4. Вычисление показателей гиперболической регрессии

Нередко при графическом изображении наблюдений можно заметить, что регрессия нелинейна, при этом линия регрессии может иметь вид гиперболы (рис 8.2). В этом случае линию регрессии следует рассчитывать по формуле:

$$y = \frac{a}{x} + b.$$

Параметры  $a$  и  $b$  можно рассчитать по следующим формулам:

$$a = \frac{\Sigma y - bn}{\Sigma \frac{1}{x}},$$

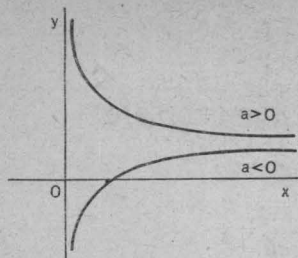
$$b = \frac{\frac{\Sigma y}{\Sigma \frac{1}{x}} - \Sigma \frac{y}{x}}{\frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}} + \Sigma \frac{1}{x}}.$$

Расчет этих параметров можно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow$  П 0 40; 02.  $x \rightarrow$  П 1 41; 03.  $x \rightarrow$  П 2 42; 04.  $x \rightarrow$  П 4 44; 05. С/П 50; 06.  $x \rightarrow$  П 3 43; 07. F 1/x 23; 08. П  $\rightarrow$  x 0 60; 09. + 10; 10.  $x \rightarrow$  П 0 40; 11. С/П 50; 12.  $x \rightarrow$  П 5 45; 13. П  $\rightarrow$  x 3 63; 14.  $\div$  13; 15. П  $\rightarrow$  x 2 62; 16. + 10; 17.  $x \rightarrow$  П 2 42; 18. П  $\rightarrow$  x 5 65; 19. П  $\rightarrow$  x 1 61; 20. + 10; 21.  $x \rightarrow$  П 1 41; 22. К П  $\rightarrow$  x 4 Г4; 23. П  $\rightarrow$  x 4 64; 24. БП 51; 25. 05 05; 26. П  $\rightarrow$  x 1 61; 27. П  $\rightarrow$  x 0 60; 28.  $\div$  13; 29. П  $\rightarrow$  x 2 62; 30. - 11; 31. П  $\rightarrow$  x 4 64; 32. П  $\rightarrow$  x 0 60; 33.  $\div$  13; 34. П  $\rightarrow$  x 0 60; 35. + 10; 36.  $\div$  13; 37. С/П 50; 38.

Рис. 8.2. Гиперболическая регрессия.



П → x 4 64; 39. × 12; 40. П → x 1 61; 41. ↔ 14; 42. — 11;  
43. П → x 0 60; 44. ÷ 13; 45. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$   
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$
3. Набрать БП 26 С/П — высветится показатель  $b_{y/x}$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $a_{y/x}$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

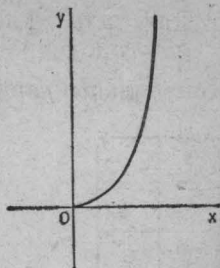
$x$	$y$
1	8
3	4
5	2

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 8 С/П — высвечивается 1  
3 С/П, 4 С/П — высвечивается 2  
5 С/П, 2 С/П — высвечивается 3
3. БП 26 С/П — высвечивается  $b_{y/x} = -1.7275743-01$
4. С/П высвечивается  $a_{y/x} = 9.4684384$ .

### 8.5. Вычисление показателей регрессии степенной функции

Если линия регрессии описывается степенной функцией (рис. 8.3), то формула регрессии имеет вид:  $y = ax^b$ .

Рис. 8.3. Регрессия степенной функции.



Путем логарифмирования она преобразуется в уравнение:

$$\operatorname{lg} y = \operatorname{lg} a + b \operatorname{lg} x.$$

Показатели  $a$  и  $b$  можно рассчитать по следующим формулам:

$$a = 10^{\frac{\sum \operatorname{lg} y \sum (\operatorname{lg} x)^2 - \sum (\operatorname{lg} x \operatorname{lg} y) \sum \operatorname{lg} x}{n \sum (\operatorname{lg} x)^2 - (\sum \operatorname{lg} x)^2}},$$

$$b = \frac{n \sum (\operatorname{lg} x \operatorname{lg} y) - \sum \operatorname{lg} x \sum \operatorname{lg} y}{n \sum (\operatorname{lg} x)^2 - (\sum \operatorname{lg} x)^2}.$$

Естественно, что расчеты этих показателей степенной функции легче всего провести по программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01. x→П 0 40; 02. x→П 1 41; 03. x→П 2 42; 04. x→П 3 43; 05. x→П 4 44; 06. С/П 50; 07. F lg 17; 08. x→П 5 45; 09. П→x 0 60; 10. + 10; 11. x→П 0 40; 12. П→x 5 65; 13. F x<sup>2</sup> 22; 14. П→x 2 62; 15. + 10; 16. x→П 2 42; 17. С/П 50; 18. F lg 17; 19. x→П 6 46; 20. П→x 1 61; 21. + 10; 22. x→П 1 41; 23. П→x 5 65; 24. П→x 6 66; 25. × 12; 26. П→x 3 63; 27. + 10; 28. x→П 3 43; 29. К П→x 4 Г4; 30. П→x 4 64; 31. БП 51; 32. 06 06; 33. П→x 1 61; 34. П→x 2 62; 35. × 12; 36. П→x 3 63; 37. П→x 0 60; 38. × 12; 39. - 11; 40. П→x 4 64; 41. П→x 2 62; 42. × 12; 43. П→x 0 60; 44. F x<sup>2</sup> 22; 45. - 11; 46. x→П 5 45; 47. ÷ 13; 48. F 10<sup>x</sup> 15; 49. С/П 50; 50. П→x 4 64; 51. П→x 3 63; 52. × 12; 53. П→x 0 60; 54. П→x 1 61; 55. × 12; 56. - 11; 57. П→x 5 65; 58. ÷ 13; 59. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно значения  $x$  и  $y$   
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$ .
3. Набрать ВП 33 С/П — высветится показатель  $a$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $b$



5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

x	y
1	2
2	8
3	18

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 2 С/П — высвечивается 1  
2 С/П, 8 С/П — высвечивается 2  
3 С/П, 18 С/П — высвечивается 3
3. Б/П 33 С/П — высвечивается  $a = 2.0000001$
4. С/П — высвечивается  $b = 1.99999999$ .

### 8.6. Вычисление коэффициентов регрессии показательной функции

В тех случаях, когда данную зависимость можно описать уравнением показательной функции  $y = ab^x$ , линия регрессии имеет вид, изображенный на рис. 8.4. Показатели регрессии  $a$  и  $b$  в этом случае можно рассчитать по следующим формулам:

$$a = 10^{\frac{\sum lgy - lgb \sum x}{n}}$$

$$b = 10^{\frac{n \sum (x lgy) - \sum x \sum lgy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}}$$

Вычисления можно произвести по приводимой ниже программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сx 0Г; 01. x → П 0 40; 02. x → П 1 41; 03. x → П 2 42; 04. x → П 3 43; 05. x → П 4 44; 06. С/П 50; 07. x → П 5 45; 08. П → x 0 60; 09. + 10; 10. x → П 0 40; 11. П → x 5 65; 12. F x<sup>2</sup> 22; 13. П → x 1 61; 14. + 10; 15. x → П 1 41; 16. С/П 50; 17. F lg 17; 18. x → П 6 46; 19. П → x 2 62; 20. + 10; 21. x → П 2 42; 22. П → x 5 65; 23. П → x 6 66; 24. ×

- 12; 25. П → x 3 63; 26. + 10; 27. x → П 3 43; 28. К П → x 4 Г4; 29. П → x 4 64; 30. БП 51; 31. 06 06; 32. П → x 4 64; 33. П → x 3 63; 34. × 12; 35. П → x 0 60; 36. П → x 2 62; 37. × 12; 38. — 11; 39. П → x 4 64; 40. П → x 1 61; 41. × 12; 42. П → x 0 60; 43. F x<sup>2</sup> 22; 44. — 11; 45. ÷ 13; 46. x → П 5 45; 47. F 10<sup>x</sup> 15; 48. С/П 50; 49. П → x 2 62; 50. П → x 5 65; 51. П → x 0 60; 52. × 12; 53. — 11; 54. П → x 4 64; 55. ÷ 13; 56. F 10<sup>x</sup> 15; 57. С/П 50; F АВТ

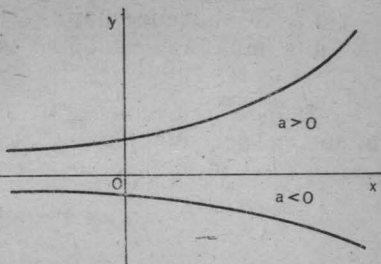


Рис. 8.4. Регрессия показательной функции.

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$   
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П — высветится 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П — высветится 2  
 . . . . .  
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится  $n$
3. Набрать БП 32 С/П — высветится показатель  $b$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $a$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x$	$y$
-1	0,5
2	6
3	15

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. -1 С/П, 0,5 С/П — высвечивается 1  
 2 С/П, 6 С/П — высвечивается 2  
 3 С/П, 15 С/П — высвечивается 3
3. БП 32 С/П — высвечивается  $b = 2.328497$
4. С/П — высвечивается  $a = 1.1524883$ .

## 8.7. Вычисление параметров регрессии для параболической функции

Иногда при нанесении точек в системе координат кривая регрессии приобретает вид параболы (рис. 8.5). В этом случае уравнение регрессии будет иметь вид:

$$y = a + bx + cx^2,$$

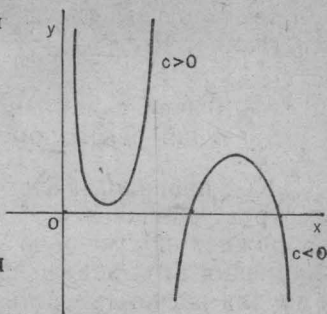
где,  $a$ ,  $b$  и  $c$  — параметры уравнения, которые необходимо вычислить.

Таким образом, необходимо решить систему уравнений с тремя неизвестными. Учитывая громоздкость формул для определения этих параметров уравнения, здесь их не приводим. Желающим ознакомиться с ними предлагаем соответствующую литературу [Лакин Г. Ф., 1973; Урбах В. Ю., 1975; Дьяконов В. П., 1985]. Приводим программу, которая позволяет сразу определить показатели  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow \text{П } a \ 4-$ ; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow \text{П } b \ 4L$ ; 03. 1 01; 04.  $x \rightarrow \text{П } c \ 4C$ ; 05.  $x \rightarrow \text{П } d \ 4Г$ ; 06. ПП 53; 07. 79 79; 08.  $\text{П} \rightarrow x \ 3 \ 63$ ; 09.  $x \rightarrow \text{П } 4 \ 44$ ; 10. 5 05; 11.  $x \rightarrow \text{П } d \ 4Г$ ; 12. ПП 53; 13. 81 81; 14.  $\text{П} \rightarrow x \ b \ 6L$ ; 15.  $x \rightarrow \text{П } c \ 4C$ ; 16. ПП 53; 17. 79 79; 18. С/П 50; 19. ПП 53; 20. 26 26; 21. ПП 53; 22. 32 32; 23. ПП 53; 24. 37 37; 25. С/П 50; 26.  $\text{П} \rightarrow x \ 6 \ 66$ ; 27.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 28.  $\text{В} \uparrow \ 0E$ ; 29. ПП 53; 30. 74 74; 31.  $x \rightarrow \text{П } 6 \ 46$ ; 32.  $\text{П} \rightarrow x \ 3 \ 63$ ; 33.  $\text{П} \rightarrow x \ 2 \ 62$ ; 34. ПП 53; 35. 73 73; 36.  $x \rightarrow \text{П } 3 \ 43$ ; 37.  $\text{П} \rightarrow x \ 8 \ 68$ ; 38.  $\text{П} \rightarrow x \ 7 \ 67$ ; 39.  $x \rightarrow \text{П } a \ 4-$ ; 40. ПП 53; 41. 73 73; 42.  $x \rightarrow \text{П } 7 \ 47$ ; 43.  $\text{П} \rightarrow x \ 9 \ 69$ ; 44.  $\text{П} \rightarrow x \ a \ 6-$ ; 45.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 46. ПП 53; 47. 74 74; 48.  $x \rightarrow \text{П } 8 \ 48$ ; 49.  $\text{П} \rightarrow x \ a \ 6-$ ; 50.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 51.  $\div \ 13$ ; 52.  $x \rightarrow \text{П } 9 \ 49$ ; 53.  $\text{П} \rightarrow x \ 5 \ 65$ ; 54.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 55. ПП 53; 56. 73 73; 57.  $x \rightarrow \text{П } a \ 4-$ ; 58.  $\text{П} \rightarrow x \ 4 \ 64$ ; 59.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 60.  $\div \ 13$ ; 61.  $x \rightarrow \text{П } 5 \ 45$ ; 62.  $\text{П} \rightarrow x \ 2 \ 62$ ; 63.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 64.  $\div \ 13$ ; 65.  $x \rightarrow \text{П } 4 \ 44$ ; 66.  $\text{П} \rightarrow x \ a \ 6-$ ; 67.  $x \rightarrow \text{П } 2 \ 42$ ; 68.  $\text{П} \rightarrow x \ 3 \ 63$ ; 69.  $x \rightarrow \text{П } 1 \ 41$ ; 70.  $\text{П} \rightarrow x \ 6 \ 66$ ; 71.  $x \rightarrow \text{П } 3 \ 43$ ; 72.  $\text{В}/0 \ 52$ ; 73.  $\text{П} \rightarrow x \ 2 \ 62$ ; 74.  $\times \ 12$ ; 75.  $\text{П} \rightarrow x \ 1 \ 61$ ; 76.  $\div \ 13$ ; 77.  $- \ 11$ ; 78.  $\text{В}/0 \ 52$ ; 79. ПП 53; 80. 83 83; 81. ПП 53; 82. 83 83; 83.  $\text{П} \rightarrow x \ c \ 6C$ ; 84.  $\text{К } \text{П} \rightarrow x \ d \ ГГ$ ; 85.  $+ \ 10$ ; 86.  $\text{К } x \rightarrow \text{П } d \ LГ$ ; 87.  $\text{П} \rightarrow x \ c \ 6C$ ; 88.  $\text{П} \rightarrow x \ a \ 6-$ ; 89.  $\times \ 12$ ; 90.  $x \rightarrow \text{П } c \ 4C$ ; 91.  $\text{П} \rightarrow x \ d \ 6Г$ ; 92. 1 01; 93.  $+ \ 10$ ; 94.  $x \rightarrow \text{П } d \ 4Г$ ; 95.  $\text{В}/0 \ 52$ ; F АВТ

Рис. 8.5. Регрессия параболической функции.



**Работа с программой:**

1. Набрать Сх,  $x \rightarrow \Pi 0$ ,  $x \rightarrow \Pi 1$   
 $x \rightarrow \Pi 2$ ,  $x \rightarrow \Pi 3$ ,  $x \rightarrow \Pi 4$ ,  
 $x \rightarrow \Pi 5$ ,  $x \rightarrow \Pi 6$ ,  $x \rightarrow \Pi 7$ ,  
 $x \rightarrow \Pi 8$ ,  $x \rightarrow \Pi 9$

(обнуление регистров памяти с R0 до R9)

2. Набрать В/0 — высветится 0

3. Ввести последовательно пары значений  $x$  и  $y$

$x_1$  С/П,  $y_1$  С/П, В/0 — высветится 10

$x_2$  С/П,  $y_2$  С/П, В/0 — высветится 10

.....  
 $x_n$  С/П,  $y_n$ , С/П, С/П

(После последней пары цифр В/0 не набирать!)

4. Набрать  $\Pi \rightarrow x 7$  — высветится показатель  $a$
5. Набрать  $\Pi \rightarrow x 8$  — высветится показатель  $b$
6. Набрать  $\Pi \rightarrow x 9$  — высветится показатель  $c$
7. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$x$	$y$
1	6
2	17
3	34
4	57

1. Сх,  $x \rightarrow \Pi 0$ ,  $x \rightarrow \Pi 1$ ,  $x \rightarrow \Pi 2$ ,  $x \rightarrow \Pi 3$ ,  $x \rightarrow \Pi 4$ ,  $x \rightarrow \Pi 5$ ,  
 $x \rightarrow \Pi 6$ ,  $x \rightarrow \Pi 7$ ,  $x \rightarrow \Pi 8$ ,  $x \rightarrow \Pi 9$
2. В/0 — высвечивается 0
3. 1 С/П, 6 С/П, В/0 — высвечивается 10  
 2 С/П, 17, С/П, В/0 — высвечивается 10  
 3 С/П, 34 С/П, В/0 — высвечивается 10  
 4 С/П, 57 С/П, С/П — высвечивается 129
4.  $\Pi \rightarrow x 7$  — высвечивается  $a = 1$
5.  $\Pi \rightarrow x 8$  — высвечивается  $b = 2$
6.  $\Pi \rightarrow x 9$  — высвечивается  $c = 3$

Время обсчета каждой введенной пары значений  $x$  и  $y$  составляет 45 с.

### 8.8. Вычисление теоретических значений регрессии

Как правило, исследователь после нахождения параметров уравнения регрессии не ограничивается этим, а изображает полученную зависимость графически. Для облегчения этой задачи приводим пять небольших программ для расчета теоретической линии регрессии. В этих программах сначала вводят показатели  $a$  и  $b$ , а затем выбранные значения  $x$ , по которым и рассчитывают соответствующий показатель  $y$ . Найденные точки наносят на график и соединяют.

В связи с тем что для всех этих программ одна инструкция, она будет приведена после всех четырех программ.

#### Линейная регрессия:

Ф ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow П$  1 41; 03. С/П 50; 04.  $П \rightarrow x$  1 61; 05.  $\times$  12; 06.  $П \rightarrow x$  0 60; 07. + 10; 08. БП 51; 09. 03 03; F АВТ

#### Гиперболическая регрессия:

Ф ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow П$  1 41; 03. С/П 50; 04.  $П \rightarrow x$  0 60; 05.  $\leftrightarrow$  14; 06.  $\div$  13; 07.  $П \rightarrow x$  1 61; 08. + 10; 09. БП 51; 10. 03 03; F АВТ

#### Степенная регрессия:

Ф ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow П$  1 41; 03. С/П 50; 04.  $П \rightarrow x$  1 61; 05.  $\leftrightarrow$  14; 06. F  $x^y$  24; 07.  $П \rightarrow x$  0 60; 08.  $\times$  12; 09. БП 51; 10. 03 03; F АВТ

#### Показательная регрессия:

Ф ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow П$  1 41; 03. С/П 50; 04.  $П \rightarrow x$  1 61; 05. F  $x^y$  24; 06.  $П \rightarrow x$  0 60; 07.  $\times$  12; 08. БП 51; 09. 03 03; F АВТ

#### Работа с программами:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $a$  С/П,  $b$  С/П
3. Набрать первое значение  $x_1$  С/П — высветится показатель  $y_1$   
 $x_2$  С/П — высветится показатель  $y_2$

.....  
последнее значение  $x_n$  С/П — высветится по-  
казатель  $y_n$

4. Для дальнейшей работы с другими показателями  $a$  и  $b$  при ошибке в их наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$a=5; b=6; x=3.$

Линейная регрессия  $y=23.$

Гиперболическая регрессия  $y=7.6666666.$

Степенная регрессия  $y=3644.9971.$

Показательная регрессия  $y=1079.9997.$

**Параболическая регрессия:**

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 0 40; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow$  П 1 41; 03. С/П 50; 04.  $x \rightarrow$  П 2 42; 05. С/П 50; 06.  $V \uparrow$  0E; 07. П  $\rightarrow$  x 1 61; 08.  $\times$  12; 09.  $\leftrightarrow$  14; 10. F  $x^2$  22; 11. П  $\rightarrow$  x 2 62; 12.  $\times$  12; 13. + 10; 14. П  $\rightarrow$  x 0 60; 15. + 10; 16. БП 51; 17. 05 05;

**F АВТ**

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0

2. Набрать  $a$  С/П,  $b$  С/П,  $c$  С/П

3. Набрать первое значение  $x_1$  С/П — высветится  $y_1$   
второе значение  $x_2$  С/П — высветится  $y_2$

.....  
последнее значение  $x_n$  С/П — высветится  $y_n$

4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе показателей  $a, b, c$  работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$a=5; b=6; c=7; x=3; y=86.$

**8.9. Идентификация регрессии  
неизвестного вида**

В начале главы мы предлагали, прежде чем проводить расчеты параметров регрессии, решить вопрос о наиболее вероятном виде регрессии. Однако часто это бывает затруднено, так как даже при простом нанесении точек на график нередко невозможно по их распределению сделать правильный выбор. Приводим специальные программы для этой цепи.

По имеющимся в распоряжении исследователя показателям  $x$  и  $y$  необходимо вычислить параметры  $a$  и  $b$  уравнений, используя программы для определения ли-

нейной, гиперболической, степенной, показательной регрессии и параметры  $a$ ,  $b$  и  $c$  уравнения параболической регрессии. Затем по программам, приведенным ниже, учитывая все вычисленные параметры и значения  $x$  и  $y$ , находят величину ошибки регрессии:  $D_1$  — для линейной регрессии,  $D_2$  — для гиперболической,  $D_3$  — для степенной,  $D_4$  — для показательной и  $D_5$  — для параболической регрессии. Полученные показатели необходимо сравнить. Наименьший из них покажет, по какой функции распределяются анализируемые данные, т. е. какой вид регрессии следует использовать. В этих расчетах:

$$D = \Sigma (y_1 - \hat{y})^2,$$

где  $y_1$  — выборочное значение,  $\hat{y}$  — значение  $y$ , вычисленное по  $x_1$  с помощью данного уравнения регрессии.

Программа I предназначена для определения показателей  $D_1, D_2, D_3$  и  $D_4$ .

### ПРОГРАММА I

Ф ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 02.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 03.  $x \rightarrow П c 4C$ ; 04.  $x \rightarrow П d 4Г$ ; 05. 9 09; 06.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 07. С/П 50; 08. К  $x \rightarrow П 0 L0$ ; 09.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 10. 1 01; 11. — 11; 12.  $Fx-0 5E$ ; 13. 07 07; 14. С/П 50; 15.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 16. С/П 50; 17.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 18.  $\leftrightarrow 14$ ; 19.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 20.  $\times 12$ ; 21.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 22. + 10; 23.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 24. — 11; 25.  $F x^2 22$ ; 26.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 27.  $\div 10$ ; 28.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 29.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 30.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 31. + 13; 32.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 33. + 10; 34.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 35. — 11; 36.  $F x^2 22$ ; 37.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 38. + 10; 39.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 40.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 41.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 42.  $F x^y 24$ ; 43.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 44.  $\times 12$ ; 45.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 46. — 11; 47.  $F x^2 22$ ; 48.  $П \rightarrow x c 6C$ ; 49. + 10; 50.  $x \rightarrow П c 4C$ ; 51.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 52.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 53.  $F x^y 24$ ; 54.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 55.  $\times 12$ ; 56.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 57. — 11; 58.  $F x^2 22$ ; 59.  $П \rightarrow x d 6Г$ ; 60. + 10; 61.  $x \rightarrow П d 4Г$ ; 62. БП 51; 63. 14 14; 64.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 65. С/П 50; 66.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 67. С/П 50; 68.  $П \rightarrow x c 6C$ ; 69. С/П 50; 70.  $П \rightarrow x d 6Г$ ; 71. С/П 50; **ФАВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 9
2. Ввести параметры уравнений различных видов регрессии:
  - а С/П, b С/П (линейной)
  - а С/П, b С/П (гиперболической)

а С/П, в С/П (степенной)  
а С/П, в С/П (показательной)

3. Осуществить последовательно введение пар значений  
х и у:

$x_1$  С/П,  $y_1$  С/П

$x_2$  С/П,  $y_2$  С/П

$\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П

4. Набрать БП 64 С/П — высветится показатель  $D_1$

5. Набрать С/П — высветится показатель  $D_2$

6. Набрать С/П — высветится показатель  $D_3$

7. Набрать С/П — высветится показатель  $D_4$

8. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе ра-  
боту продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

x	y
1	4
2	7
3	19

По приведенным ранее программам по функции  
 $y = a + bx$   $a = -5$ ,  $b = 7,5$

$y = \frac{a}{x} + b$   $a = 15.170305$ ;  $b = 7.2925764 - 01$

$y = ax^b$   $a = 3.6126102$   $b = 1.3524982$

$y = ab^x$   $a = 1.7058605$   $b = 2.1794496$

1. В/0 С/П — высвечивается 9
2.  $-5$  С/П,  $7,5$  С/П,  $15.170305$  С/П,  $7.2925764 - 01$  С/П,  
 $3.6126102$  С/П,  $1.3524982$  С/П,  $1.7058605$  С/П.  $2.1794496$   
С/П — высвечивается 0.
3. 1 С/П, 4 С/П,  
2 С/П, 7 С/П,  
3 С/П, 19 С/П
4. БП 64 С/П — высвечивается показатель  $D_1 = 13.5$
5. С/П — высвечивается показатель  $D_2 = 317.93636$
6. С/П — высвечивается показатель  $D_3 = 14.321095$
7. С/П — высвечивается показатель  $D_4 = 3.0922069$

Программа П предназначена для определения по-  
казателя  $D_5$ .



## ПРОГРАММА II

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 06. С/П 50; 07.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 08. С/П 50; 09.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 10. F  $x^2 22$ ; 11. П  $\rightarrow x 3 63$ ; 12.  $\times 12$ ; 13. П  $\rightarrow x 4 64$ ; 14. П  $\rightarrow x 2 62$ ; 15.  $\times 12$ ; 16. + 10; 17. П  $\rightarrow x 1 61$ ; 18. + 10; 19. С/П 50; 20. - 11; 21. F  $x^2 22$ ; 22. П  $\rightarrow x 0 60$ ; 23. + 10; 24.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 25. БП 51; 26. 08 08; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Набрать а С/П, b С/П, с С/П (полученные из приведенной выше программы).
3. Осуществить последовательно введение пар значений  $x$  и  $y$ :  
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П — высветится показатель  $D_5$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример (тот же):

$a = 9.999992$ ;  $b = -10.499991$ ;  $c = 4.4999977$

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 9.99992 С/П, - 10.499991 С/П, 4.4999977 С/П
3. 1 С/П, 4 С/П, 2 С/П, 7 С/П, 3 С/П, 19 С/П — высвечивается  $D_5 = 6. - 12$ .

По результатам контрольных примеров наименьшее значение имеет показатель  $D_5$ . Значит, приведенные данные распределяются по параметрам параболической регрессии.

### 8.10. Определение нелинейности регрессионной зависимости

Нередко, вычертив график в прямоугольной системе координат  $x$  и  $y$ , исследователь затрудняется дать ответ, является ли данная зависимость линейной. Чтобы ответить на этот вопрос, можно не проводить расчеты (см. подраздел 8.9), а воспользоваться упрощенным методом. Суть метода заключается в том, что по средним величинам  $x$  для каждого значения  $y$  рассчитывают  $t$ -критерий Стьюдента, а затем сравнивают его с табличным значением

для числа степеней свободы  $K$ . Если рассчитанная величина  $t$  больше табличного значения, то данную регрессию следует считать нелинейной. Правда, использовать этот метод можно только в том случае, если  $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$ , т. е. если значения показателей последующего значения  $x$  отличаются от предыдущего на одинаковую величину.

$t$ -Критерий Стьюдента в случаях, когда каждому значению  $x$  соответствует одинаковое значение  $y$ , вычисляют по формуле:

$$t = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_3 - 2\bar{y}_2}{\sqrt{\frac{2\Sigma d^2}{n(n-1)}}},$$

где  $d = \Sigma (y_1 - \bar{y}_1)^2 + \Sigma (y_2 - \bar{y}_2)^2 + \Sigma (y_3 - \bar{y}_3)^2$ .

Если каждому значению  $x$  соответствует разное количество показателей  $y$ , расчет производят по формуле:

$$t = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_3 - 2\bar{y}_2}{\sqrt{\frac{2\Sigma d^2}{n_1 + n_2 + n_3 - 3} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} \right)}}.$$

В расчет достаточно взять три значения  $x$ . Для проведения расчетов сначала необходимо полученные данные свести в специальную таблицу (см. контрольный пример). При одинаковом числе  $y$ -ов число степеней свободы  $K = 3(n-1)$ , где  $n = n_1 = n_2 = n_3$ , при разном числе показателей  $y$ -ов число степеней свободы  $K = n_1 + n_2 + n_3 - 3$ .

Приведенная ниже программа позволяет вычислить показатель и число степеней свободы  $K$ .

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. П→х 1 61; 01. П→х 4 64; 02. ÷ 13; 03. К х→П 0 L0; 04. П→х 2 62; 05. П→х 1 61; 06. F х<sup>2</sup> 22; 07. П→х 4 64; 08. ÷ 13; 09. — 11; 10. П→х 3 63; 11. + 10; 12. х→П 3 43; 13. П→х 4 64; 14. К х→П 0 L0; 15. БП 51; 16. 28 28; 17. Сх 0Г; 18. х→П 1 41; 19. х→П 2 42; 20. х→П 3 43; 21. х→П 4 44; 22. х→П 5 45; 23. х→П 6 46; 24. х→П 7 47; 25. 1 01; 26. 4 04; 27. х→П 0 40; 28. Сх 0Г; 29. х→П 1 41; 30. х→П 2 42; 31. х→П 4 44; 32. С/П 50; 33. В↑ 0Е; 34. П→х 1 61; 35. + 10; 36. х→П 1 41; 37. ↔ 14; 38. F х<sup>2</sup> 22; 39. П→х 2 62; 40. + 10; 41. х→П 2 42; 42. К П→х 4 Г4; 43. П→х 4 64; 44. БП 51; 45. 32 32; 46. П→х d 6Г; 47. П→х 3 63; 48. + 10; 49. П→х b 6L; 50. — 11; 51. F Вх 0; 52. — 11; 53. х→П 0 40; 54. 2 02; 55. П→х 3 63; 56. × 12; 57. П→х с 6С; 58.

$P \rightarrow x$  а 6—; 59.  $P \rightarrow x$  8 68; 60. + 10; 61. + 10; 62. 3 03;  
 63. — 11; 64. С/П 50; 65.  $\div$  13; 66.  $P \rightarrow x$  с 6С; 67. F 1/x  
 23; 68.  $P \rightarrow x$  а 6—; 69. F 1/x 23; 70.  $P \rightarrow x$  8 68; 71. F 1/x  
 23; 72. + 10; 73. + 10; 74.  $\times$  12; 75. F  $\sqrt$  21; 76.  $P \rightarrow x$  0 60;  
 77.  $\leftrightarrow$  14; 78.  $\div$  13; 79. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 17 С/П — высветится 0
2. Ввести группы измерений у для  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  (последовательно через С/П)  $y_1$  С/П,  $y_2$  С/П . . . . .  $y_n$  С/П  
 После набора всех у-ов для  $x_1$  набрать В/0 С/П — высветится 0, затем аналогичным образом другие показатели у-ов для  $x_2$  и  $x_3$ .
3. Набрать БП 46 С/П — высветится показатель К (число степеней свободы)
4. Набрать С/П — высветится показатель t.
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x_1$	1	2	3
$x_2$	1		
$x_3$	3	5	

1. БП 17 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 2 С/П, 3 С/П, В/0 С/П  
 1 С/П, В/0 С/П  
 3 С/П, 5 С/П, В/0 С/П
3. БП 46 С/П — высвечивается показатель  $K=3$
4. С/П — высвечивается  $t=1.8090681$ .

### 8.11. Вычисление параметров двухфакторной линейной регрессии

В тех случаях, когда на результативный признак у оказывает влияние не один фактор  $x$ , а два и более факторов ( $x_1, x_2 . . . x_n$ ), например, на артериальное давление оказывает влияние работа сердца и тонус сосудов, на смерть — возраст, пол и т. д., удобнее вычислять линейную, так называемую множественную регрессию. Уравнение такой регрессии описывается формулой:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2.$$

Расчет коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , а также показателя  $a$  производится по формулам, приведенным в соответствующих руководствах [Урбах В. Ю., 1975]. Ввиду громоздкости здесь они не приводятся. Расчет их можно произвести по приведенной ниже программе, но предварительно полученные данные следует свести в таблицу (табл. 8.1).

Таблица 8.1. Общий вид таблицы группировки данных для расчета параметров двухфакторной линейной регрессии

Показатели $x$ и $y$					Средние данные
$x_1$	$x_1^1$	$x_1^2$	.....	$x_1^n$	$\bar{x}_1$
$x_2$	$x_2^1$	$x_2^2$	.....	$x_2^n$	$\bar{x}_2$
$y$	$y^1$	$y^2$	.....	$y^n$	$\bar{y}$

В табл. 8.1 приведены показатели  $x_1$  и  $x_2$  и соответствующие показатели  $y$ . Для проведения расчетов по программе необходимо для каждого показателя  $x$  ( $x_1$  и  $x_2$ ) и  $y$  вычислить их средние величины ( $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_2$  и  $\bar{y}$ ). Сделать это можно и по соответствующим программам (см., например, раздел 5.1). Средние величины и соответствующие отдельные показатели нужно вводить в микрокалькулятор.

ПРОГРАММА (только для микрокалькуляторов МК-54, МК-56 и БЗ-34)

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 01.  $Cx 0Г$ ; 02.  $K x \rightarrow П В \uparrow LE$ ; 03.  $F L 0 5Г$ ; 04.  $02 02$ ; 05.  $C/П 50$ ; 06.  $x \rightarrow П 9 49$ . 07.  $C/П 50$ ; 08.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 09.  $C/П 50$ ; 10.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 11.  $1 01$ . 12.  $0 00$ ; 13.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 14.  $C/П 50$ ; 15.  $ПП 53$ ; 16.  $45 45$ ; 17.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 18.  $C/П 50$ ; 19.  $ПП 53$ ; 20.  $45 45$ ; 21.  $\leftrightarrow 14$ ; 22.  $F Вx 0$ ; 23.  $\times 12$ ; 24.  $П \rightarrow x d 6Г$ ; 25.  $+ 10$ ; 26.  $x \rightarrow П d 4Г$ ; 27.  $\leftrightarrow 14$ ; 28.  $C/П 50$ ; 29.  $ПП 53$ ; 30.  $45 45$ ; 31.  $\leftrightarrow 14$ ; 32.  $F Вx 0$ ; 33.  $\times 12$ ; 34.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 35.  $+ 10$ ; 36.  $x \rightarrow П b 4L 37. \leftrightarrow 14$ ; 38.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 39.  $\times 12$ ; 40.  $П \rightarrow x c 6C$ ; 41.  $+ 10$ ; 42.  $x \rightarrow П c 4C$ ; 43.  $БП 53$ ; 44.  $11 11$ ; 45.  $K П \rightarrow x 0 L0$ ; 46.  $- 11$ ; 47.  $F x^2 22$ ; 48.  $В \uparrow 0E$ ; 49.  $K П \rightarrow x 0 L0$ ; 50.  $+ 10$ ; 51.  $K x \rightarrow П В \uparrow LE$ ; 52.  $F \circ 25$ ; 53.  $F \uparrow 21$ ; 54.  $В \uparrow 0E$ ; 55.  $K П \rightarrow x 0 L0$ ; 56.  $+ 10$ ; 57.  $K x \rightarrow П В \uparrow LE$ ; 58.  $F \circ 25$ ; 59.  $В/0 52$ ; 60.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 61.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 62.

$\times 12$ ; 63. П  $\rightarrow$  x d 6Г; 64. F  $x^2$  22; 65. — 11; 66. x  $\rightarrow$  П 0  
 40; 67. П  $\rightarrow$  x b 6L; 68. П  $\rightarrow$  x c 6C; 69. П  $\rightarrow$  x 5 65; 70. ПП  
 53; 71. 90 90; 72. x  $\rightarrow$  П 1 41; 73. С/П 50; 74. П  $\rightarrow$  x c 6C;  
 75. П  $\rightarrow$  x b 6; 76. П  $\rightarrow$  x 8 68; 77. ПП 53; 78. 90 90; 79.  
 x  $\rightarrow$  П 2 42; 80. С/П 50; 81. С/П 50; 82. П  $\rightarrow$  x 1 61; 83.  $\times$   
 12; 84. — 11; 85. С/П 50; 86. П  $\rightarrow$  x 2 62; 87.  $\times 12$ ; 88. —  
 11; 89. С/П 50; 90.  $\times 12$ ; 91.  $\leftrightarrow 14$ ; 92. П  $\rightarrow$  x d 6Г; 93.  $\times$   
 12; 94. — 11; 95. П  $\rightarrow$  x 0 60; 96.  $\div 13$ ; 97. В/0 52; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать 13 В/0 С/П — высветится 0
2. Набрать  $\bar{x}_1$  С/П,  $\bar{x}_2$  С/П,  $\bar{y}$  С/П — высветится 10
3. Ввести последовательно  $x_1$ ,  $x_2$  и  $y$  через С/П  
 $x_1^1$  С/П,  $x_2^1$  С/П,  $y^1$  С/П — высветится 10  
 $x_1^2$  С/П,  $x_2^2$  С/П,  $y^2$  С/П — высветится 10  
 $x_1^n$  С/П,  $x_2^n$  С/П,  $y^n$  С/П — высветится 10
4. Набрать БП 60 С/П — высветится показатель  $b_1$
5. Набрать С/П — высветится показатель  $b_2$
6. Набрать  $y^1$  С/П,  $x_1^1$  С/П,  $x_2^1$  С/П — высветится показате-  
 лять  $a$
7. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе ра-  
 боту продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$x_1$	1	2	3	$\bar{x}_1 = 2$
$x_2$	4	8	6	$\bar{x}_2 = 6$
$y$	15	29	25	$\bar{y} = 23$

1. 13 В/0 С/П — высвечивается 0
2. 2 С/П, 6 С/П, 23 С/П — высвечивается 10
3. 1 С/П, 4 С/П, 15 С/П — высвечиваются 10  
 2 С/П, 8 С/П, 29 С/П — высвечивается 10  
 3 С/П, 6 С/П, 25 С/П — высвечивается 10
4. БП 60 С/П — высвечивается  $b_1 = 2$
5. С/П — высвечивается  $b_2 = 3$
6. 15 С/П, 1 С/П, 4 С/П — высвечивается  $a = 1$ .  
 Из данного примера формула регрессии  $y = 1 + 2x_1 + 3x_2$ .

Метод дисперсионного анализа широко используется в медико-биологических исследованиях, так как он позволяет определить силу и достоверность влияния различных факторов, изучить действие на конечный результат нескольких факторов одновременно, а также роль каждого из них и сравнить их влияние между собой. С помощью этого метода можно исследовать «весомость» изучаемых факторов в конечном результате, а также определить значение случайных причин, не поддающихся контролю, в проявлении этого конечного результата, т. е. можно охарактеризовать причинно-следственные отношения в сложных процессах, зависящих от многих факторов.

В качестве примера можно проследить изменение различных параметров организма в зависимости от времени суток, изменение разных показателей при назначении какого-либо фармакологического препарата в различных дозах и т. д.

Дисперсионный анализ позволяет:

- определить достоверность вывода о влиянии данного фактора на результативный признак  $F$ ;
- оценить силу влияния этого фактора на результативный признак  $\eta_x^2$ ;
- определить ошибку оценки силы влияния фактора на результативный признак  $m\eta_x^2$ ;
- оценить достоверность силы влияния фактора на результативный признак  $F_\varphi$ .

### 9.1. Дисперсионный анализ однофакторного комплекса для малых групп

Однофакторным является комплекс, в котором учитывается влияние на результативный признак только одного какого-либо организованного фактора.

Расчеты проводят следующим образом. Так как изменения изучаемого признака  $x$  зависят как от организованных (контролируемых) факторов, так и от случайных, общая дисперсия  $D_y$  складывается из дисперсии, вызванной

организованными факторами  $D_x$ , так называемой факториальной дисперсии, и дисперсии, вызванной случайными факторами  $D_z$ , так называемой остаточной дисперсии, т. е.  $D_y = D_x + D_z$ .

В свою очередь

$$D_y = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{N},$$

$$D_x = \Sigma \frac{(\Sigma x_i)^2}{n_i} - \frac{(\Sigma x)^2}{N},$$

$$D_z = \Sigma x^2 - \Sigma \frac{(\Sigma x_i)^2}{n_i},$$

где  $N$  — общее число изучаемых факторов (всего  $x$ -ов);  $n_i$  — число значений факторов в группировке (по какой-либо градации результативного признака);  $\Sigma x$  — сумма всех значений фактора;  $\Sigma x_i$  — сумма значений фактора первой группировки;  $\Sigma x^2$  — сумма квадратов всех значений фактора.

Определить достоверность вывода о влиянии фактора на результативный признак  $F$  можно по формуле:

$$F = \frac{|D_x(N - a)|}{D_z(a - 1)},$$

где  $a$  — число градаций результативного признака.

Если полученное значение  $F$  больше табличного, то влияние данного фактора на результативный признак можно считать статистически достоверным. Табличное значение находят по табл. 8 приложения, где по горизонтали  $K_x = a - 1$ , а по вертикали  $K_z = N - a$ .

Дисперсионный анализ дает возможность не только установить достоверность, но и определить силу влияния регулируемых и нерегулируемых в данном случае факторов на результативный признак. Силу влияния фактора на результативный признак  $\eta_x^2$  можно определить по формуле:

$$\eta_x^2 = 1 - \frac{D_z}{D_y} \cdot \frac{N - 1}{N - a}.$$

Этот показатель позволяет оценить влияние организованных факторов на результативный признак. При умножении полученной величины на 100 получаем число, показывающее, сколько процентов реализации результативного признака от общего их числа обусловлено влиянием организованных факторов. При вычитании этого числа

из 100 получаем процент влияния на результативный признак случайных неучтенных факторов.

Ошибку оценки силы влияния фактора на результативный признак  $m\eta_x^2$  можно рассчитать по формуле:

$$m\eta_x^2 = (1 - \eta_x^2) \frac{a-1}{N-a}.$$

Достоверность оценки  $F_\varphi$  выборочного показателя  $\eta_x^2$  рассчитывают по формуле:

$$F_\varphi = \frac{\eta_x^2}{m\eta_x^2}.$$

Если  $F_\varphi$  оказывается равной или большей табличного значения, то данная оценка достоверна. Табличное значение находят по той же таблице (см. табл. 8 приложения) и аналогичным образом, как и показатель  $F$ . Этот показатель позволяет оценить достоверность значения  $\eta_x^2$ .

При проведении расчетов вначале необходимо все данные свести в таблицу. Предположим, мы задались целью проанализировать изменения диуреза в зависимости от времени суток (проба Зимницкого). Обследовано 4 человека, результаты получены в миллилитрах (табл. 9.1).

Таблица 9.1. Результаты определения пробы Зимницкого (в миллилитрах)

Время сбора мочи, ч	Обследованные			
	1-й	2-й	3-й	4-й
9	180	180	170	180
12	205	220	180	200
15	190	210	175	220
18	200	250	165	240
21	185	180	170	220
24	160	150	130	180
3	155	155	130	170
6	143	165	120	150

Представим табл. 9.1. в общем виде. Она примет вид табл. 9.2.



Таблица 9.2. Общий вид таблицы группировки данных для проведения дисперсионного анализа однофакторного комплекса

Градация признака	Групповые значения факторов
1	$x_1^1, x_2^1, \dots, x_1^1$
2	$x_1^2, x_2^2, \dots, x_1^2$
...	...
a	$x_1^a, x_2^a, \dots, x_1^a$

Для работы с приведенной ниже программой необходимо после набора БП 11 С/П набирать последовательно по строкам все групповые значения факторов  $x$ , причем после набора всех данных строки набирать В/0 С/П, а затем продолжать набор данных следующей строки и т. д. После набора всех данных необходимо набрать БП 38 С/П и — на индикаторе высветится показатель  $F$ , затем после набора С/П показатель  $\eta_x^2$ . Если умножить значение последнего на 100, т. е. перенести запятую на 2 знака вправо, получим процент влияния изучаемого (организованного) фактора; если эту величину вычесть из 100, получим процент влияния случайных (неорганизованных) факторов. Набрав С/П, получим ошибку показателя  $\eta_x^2$ . Затем набираем С/П — высвечивается достоверность оценки показателя  $\eta_x^2$ , которую можно оценить по таблице, как указано ранее.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. П→x 2 62; 01. F x<sup>2</sup> 22; 02. П→x 5 65; 03. ÷ 13; 04. П→x 7 67; 05. + 10; 06. x→П 7 47; 07. К П→x 6 Г6; 08. Сx 0Г; 09. БП 51; 10. 17 17; 11. Сx 0Г; 12. x→П 0 40; 13. x→П 1 41; 14. x→П 4 44; 15. x→П 6 46; 16. x→П 7 47; 17. x→П 2 42; 18. x→П 5 45; 19. С/П 50; 20. x→П 3 43; 21. П→x 0 60; 22. + 10; 23. x→П 0 40; 24. П→x 3 63; 25. П→x 2 62; 26. + 10; 27. x→П 2 42; 28. П→x 3 63; 29. F x<sup>2</sup> 22; 30. П→x 1 61; 31. + 10; 32. x→П 1 41; 33. К П→x 4 Г4; 34. К П→x 5 Г5; 35. П→x 4 64; 36. БП 51; 37. 19 19; 38. П→x 7 67; 39. П→x 0 60; 40. F x<sup>2</sup> 22; 41. П→x 4 64; 42. ÷ 13; 43. x→П 9 49; 44. — 11; 45 В↑

0E; 46. П→x 1 61; 47. П→x 9 69; 48. — 11; 49. x→П a 4—; 50. ↔ 14; 51. — 11; 52. x→П b 4L; 53. ÷ 13; 54. П→x 4 64; 55. П→x 6 66; 56. — 11; 57. x→П 9 49; 58. П→x 6 66; 59. 1 01; 60. — 11; 61. ÷ 13; 62. x→П 8 48; 63. × 12; 64. С/П 50; 65. 1 01; 66. П→x b 6L; 67. П→x a 6—; 68. ÷ 13; 69. П→x 4 64; 70. 1 01; 71. — 11; 72. × 12; 73. П→x 9 69; 74. ÷ 13; 75. x→П 9 49; 76. — 11; 77. С/П 50; 78. П→x 9 69; 79. П→x 8 68; 80. ÷ 13; 81. С/П 50; 82. ÷ 13; 83. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 11 С/П — высветится 0
2. Набрать  $x_1^1$  С/П,  $x_2^1$  С/П ...  $x_1^1$  С/П, В/0 С/П  
 $x_1^2$  С/П,  $x_2^2$  С/П ...  $x_1^2$  С/П, В/0 С/П  
 . . . . .  
 $x_1^a$  С/П,  $x_2^a$  С/П ..  $x_1^a$  С/П — высветится показатель N, набрать В/0, С/П
3. Набрать БП 38 С/П — высветится показатель F
4. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_x^2$
5. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\gamma_x}^2$
6. Набрать С/П — высветится показатель Fφ
7. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

1	8	9
2	9	10
3	11	13
4	7	8

1. БП 11 С/П — высвечивается 0
2. 8 С/П, 9 С/П — высвечивается 2; В/0 С/П — высвечивается 0  
 9 С/П, 10 С/П — высвечивается 4; В/0 С/П — высвечивается 0  
 11 С/П, 13 С/П — высвечивается 6; В/0 С/П — высвечивается 0; 7 С/П, 8 С/П — высвечивается 8; В/0 С/П — высвечивается 0
3. БП 38 С/П — высвечивается F=8.5237092

4. С/П — высвечивается  $\eta_x = 7.63285-01$
5. С/П — высвечивается  $m_x^2 = 1.7753623-01$
6. С/П — высвечивается  $F\varphi = 4.2993196.$

## 9.2. Дисперсионный анализ однофакторного комплекса для больших групп

Если в группах по градации признака есть повторяющиеся величины, лучше сгруппировать их, обозначив число повторений  $p_i$  (табл. 9.3).

Таблица 9.3. Общий вид таблицы группировки данных для проведения дисперсионного анализа однофакторного комплекса для больших групп

Градация признака	Значение фактора			
	Частота появления			
1	$\frac{x_1^1}{p_1^1}$	$\frac{x_2^1}{p_2^1}$	...	$\frac{x_1^1}{p_1^1}$
2	$\frac{x_1^2}{p_1^2}$	$\frac{x_2^2}{p_2^2}$	...	$\frac{x_1^2}{p_1^2}$
...	...	...	...	...
a	$\frac{x_1^a}{p_1^a}$	$\frac{x_2^a}{p_2^a}$	...	$\frac{x_1^a}{p_1^a}$

В табл. 9.3.  $x$  — значение фактора, а  $p$  — частота его повторения. Схема анализа в данном случае не меняется, только вместо  $\sum x^2$  будет использована  $\sum p x^2$ , т. е. сумма всех произведений квадратов значений фактора на частоты их появления, вместо  $\sum x_1$  —  $\sum p_1 x_1$ , т. е. сумма в группе произведений значений фактора на частоты их появления, вместо  $N$  будет использована  $\sum p$  — сумма всех частот, вместо  $p_i$  —  $\sum p_i$ , т. е. сумма частот в группе.

По приводимой программе можно произвести необходимые расчеты.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. П → x 2 62; 01. F x<sup>2</sup> 22; 02. П → x 5 65; 03. ÷ 13; 04. П → x 7 67; 05. + 10; 06. x → П 7 47; 07.

К П → x 6 Г6; 08. Сх 0Г; 09. БП 51; 10. 17 17; 11. Сх 0Г;  
 12. x → П 0 40; 13. x → П 1 41; 14. x → П 4 44; 15.  
 x → П 6 46; 16. x → П 7 47; 17. x → П 2 42; 18. x → П 5  
 45; 19. С/П 50; 20. x → П 3 43; 21. С/П 50; 22. x → П 9  
 49; 23. П → x 4 64; 24. + 10; 25. x → П 4 44; 26.  
 П → x 9 69; 27. П → x 3 63; 28. × 12; 29. x → П 8 48;  
 30. П → x 0 60; 31. + 10; 32. x → П 0 40; 33. П → x 8  
 68; 34. П → x 2 62; 35. + 10; 36. x → П 2 42; 37.  
 П → x 8 68; 38. П → x 3 63; 39. × 12; 40. П → x 1 61;  
 41. + 10; 42. x → П 1 41; 43. П → x 9 69; 44. П → x 5  
 65; 45. + 10; 46. x → П 5 45; 47. БП 51; 48. 19 19; 49.  
 П → x 7 67; 50. П → x 0 60; 51. F x<sup>2</sup> 22; 52. П → x 4 64;  
 53. С/П 50; 54. ÷ 13; 55. x → П 9 49; 56. — 11; 57. В↑  
 0Е; 58. П → x 1 61; 59. П → x 9 69; 60. — 11; 61.  
 x → П a 4—; 62. ↔ 14; 63. — 11; 64. x → П b 4L; 65.  
 ÷ 13; 66. П → x 4 64; 67. П → x 6 66; 68. — 11; 69  
 x → П 9 49; 70. П → x 6 66; 71. 1 01; 72. — 11; 73.  
 ÷ 13; 74. x → П 8 48; 75. × 12; 76. С/П 50; 77. 1 01;  
 78. П → x b 6L; 79. П → x a 6—; 80. ÷ 13; 81. П → x 4  
 64; 82. 1 01; 83. — 11; 84. × 12; 85. П → x 9 69; 86.  
 ÷ 13; 87. x → П 9 49; 88. — 11; 89. С/П 50; 90. П → x 9  
 69; 91. П → x 8 68; 92. ÷ 13; 93. С/П 50; 94. ÷ 13; 95.  
 С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 11 С/П — высветится 0
2. Вводить элементы составленной таблицы построчно:  
 $x_1^1$  С/П,  $p_1^1$  С/П,  $x_2^1$  С/П,  $p_2^1$  С/П...  $\bar{x}^1$  С/П,  $p_1^1$  С/П.  
 После набора всех данных строки набрать В/0 С/П.  
 Затем так же набирать данные второй строки и последующих строк:  
 $x_1^2$  С/П,  $p_1^2$  С/П,  $x_2^2$  С/П,  $p_2^2$  С/П...  
 $x_1^2$  С/П,  $p_1^2$  С/П, В/0 С/П  
 $x_1^a$  С/П,  $p_1^a$  С/П,  $x_2^a$  С/П,  $p_2^a$  С/П...  $\bar{x}_1^a$  С/П,  $p_1^a$  С/П.  
 В/0 С/П
3. После набора всех данных набрать БП 49 С/П — высветится N
4. Набрать С/П — высветится показатель F
5. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_x^2$
6. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_x^2}$
7. Набрать С/П — высветится показатель Fφ
8. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

## Контрольный пример:

1	10	12
	5	11
2	7	13
	40	15

1. БП 11 С/П — высвечивается 0
2. 10 С/П, 5 С/П, 12 С/П, 11 С/П, В/0, С/П, 7 С/П, 40 С/П, 13 С/П, 15 С/П, В/0 С/П
3. БП 49 С/П — высвечивается 71
4. С/П — высвечивается 15.779967
5. С/П — высвечивается 1.743333—01
6. С/П — высвечивается 1.1966184—02
7. С/П — высвечивается 14.568829.

### 9.3. Дисперсионный анализ двухфакторного ортогонального комплекса для малых групп

Двухфакторным комплекс называется потому, что здесь необходимо учитывать два фактора. Например, влияние препарата в разных дозах и различные возрастные группы обследуемых, изменение какого-то показателя в различное время суток и половые различия и т. д. Ортогональным называется такой комплекс, когда результаты наблюдений группируются по градациям признаков поровну. Если варианты группируются не поровну или непропорционально, такой комплекс называют неортогональным.

Рассмотрим расчеты по программам в случаях, когда имеются малые группы вариант, когда каждое значение можно обрабатывать последовательно без учета повторений этого числа. Для повторяющихся чисел будет приведена специальная программа.

Вначале все данные необходимо свести в таблицу. В каждой клетке таблицы должно быть одинаковое количество вариант (табл. 9.4).

Как и при однофакторном анализе, общая дисперсия равна сумме факториальной и остаточной, или случайной, дисперсии. В свою очередь факториальная дисперсия  $D_x$  состоит из дисперсий по фактору А ( $D_A$ ), по фактору В

Таблица 9.4. Общий вид таблицы группировки данных для проведения дисперсионного анализа двухфакторного ортогонального комплекса

Градации фактора В	Градации фактора А		
	1	2...	a
1	$x_{11}^1, x_{12}^1, \dots, x_{1K}^1$	...	$x_{1n}^1$
2	$x_{21}^2, x_{22}^2, \dots, x_{2K}^2$	...	$x_{2n}^2$
...	...	...	...
b	$x_{b1}^b, x_{b2}^b, \dots, x_{bK}^b$	...	$x_{bn}^b$

( $D_B$ ) и по взаимодействию этих факторов АВ ( $D_{AB}$ ).  
При этом

$$D_A = \sum \frac{(\sum x_A)^2}{n_A} - \frac{(\sum x)^2}{N},$$

$$D_B = \sum \frac{(\sum x_B)^2}{n_B} - \frac{(\sum x)^2}{N},$$

$$D_{AB} = D_x - D_A - D_B,$$

где  $x$  — варианты дисперсионного комплекса:  $\sum x_A$  — сумма вариантов по фактору А (по строке таблицы);  $\sum x_B$  — сумма вариантов по фактору В (по столбцу таблицы);  $n_A$  — число вариантов по фактору А, т. е. число  $x$ -ов в строке;  $n_B$  — число вариантов по фактору В, т. е. число  $x$ -ов в столбце;  $N$  — общее число вариантов дисперсионного комплекса.

$D_A$  и  $D_B$  отражают влияние каждого из факторов на результативный признак,  $D_{AB}$  — их совместное влияние.

Для проверки степени достоверности влияния всех факторов (А, В и АВ) на результативный признак вычисляют соответствующий показатель  $F$ :

$$F_A = \frac{D_A}{D_z} \cdot \frac{K_z}{K_A}, \quad F_B = \frac{D_B}{D_z} \cdot \frac{K_z}{K_B}, \quad F_{AB} = \frac{D_{AB}}{D_z} \cdot \frac{K_z}{K_{AB}},$$

где  $K$  — соответствующие показатели степени свободы:  $K_z = N - ab$ ,  $K_A = a - 1$ ,  $K_B = b - 1$ ,  $K_{AB} = (a - 1) \cdot (b - 1)$ .

После расчета показателей  $F$  достоверность влияния каждого из факторов определяют по табл. 8 приложения, где по горизонтали — показатель степени свободы  $K_z$ , а

по вертикали (крайний слева столбец) — соответственно  $K_A$ ,  $K_B$  или  $K_{AB}$ . Если вычисленный показатель равен или превышает соответствующий показатель таблицы, значит нулевую гипотезу следует отвергнуть, т. е. указанные факторы статистически достоверно оказывают влияние на результативный признак.

Силу влияния каждого из факторов вычисляют по формулам:

$$\eta_A^2 = \frac{D_A}{D_y}, \quad \eta_B^2 = \frac{D_B}{D_y}, \quad \eta_{AB}^2 = \frac{D_{AB}}{D_y}.$$

Умножив этот показатель на 100, получим показатель, показывающий, сколько процентов результативного признака обусловлено влиянием данного фактора.

Возможную ошибку показателя  $\eta$  рассчитывают по формулам:

$$m_{\eta_A^2} = (1 - \eta_A^2) \frac{K_A}{K_z}, \quad m_{\eta_B^2} = (1 - \eta_B^2) \frac{K_B}{K_z},$$

$$m_{\eta_{AB}^2} = (1 - \eta_{AB}^2) \frac{K_{AB}}{K_z}.$$

Достоверность оценки выборочного показателя  $\eta$  вычисляют по формулам:

$$F_{\varphi}^A = \frac{\eta_A^2}{m_{\eta_A^2}}, \quad F_{\varphi}^B = \frac{\eta_B^2}{m_{\eta_B^2}}, \quad F_{\varphi}^{AB} = \frac{\eta_{AB}^2}{m_{\eta_{AB}^2}},$$

при этом в табл. 8 приложения в строке находят соответствующий показатель,  $K_A$ ,  $K_B$  или  $K_{AB}$ , а в столбце — показатель соответственно  $N - a$ ,  $N - b$  или  $N - ab$ . Если табличное значение равно или меньше вычисленного, нулевую гипотезу отвергают и делают заключение о достоверности указанного показателя  $\eta$ .

Приступая к вычислению показателей дисперсионного анализа двухфакторного ортогонального комплекса, следует иметь в виду, что программируемый микрокалькулятор по своим техническим возможностям не позволяет полностью провести все вычисления по одной программе. В связи с этим, учитывая, что дисперсионный анализ может и должен более широко использоваться в биологических и медицинских исследованиях, так как дает большую и важную информацию, мы решили представить две программы для вычислений. Сначала необходимо провести расчеты по программе 1, свести их в таблицу, а затем,

не выключая микрокалькулятора, набрать программу II и произвести по ней вычисления, вводя уже в программную память полученные после вычисления по программе I данные. Только таким путем удастся провести расчеты дисперсионного двухфакторного анализа.

## ПРОГРАММА I

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  с 4С; 01.  $П \rightarrow x$  1 61; 02.  $П \rightarrow x$  5 65; 03.  $\div$  13; 04. С/П 50; 05.  $П \rightarrow x$  1 61; 06.  $\times$  12; 07.  $П \rightarrow x$  8 68; 08. + 10; 09.  $x \rightarrow П$  8 48; 10.  $П \rightarrow x$  с 6С; 11. F  $x=0$  5E; 12. 28 28; 13.  $П \rightarrow x$  2 62; 14. F  $x^2$  22; 15.  $П \rightarrow x$  a 6—; 16.  $\div$  13; 17.  $П \rightarrow x$  7 67; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow П$  7 47; 20. БП 51; 21. 26 26; 22.  $x \rightarrow П$  5 45; 23. С/П 50; 24.  $\times$  12; 25.  $x \rightarrow П$  a 4—; 26. Сx 0Г; 27.  $x \rightarrow П$  2 42; 28. Сx 0Г; 29.  $x \rightarrow П$  1 41; 30. С/П 50; 31.  $x \rightarrow П$  с 4С; 32.  $П \rightarrow x$  0 60; 33. + 10; 34.  $x \rightarrow П$  0 40; 35.  $П \rightarrow x$  с 6С; 36.  $П \rightarrow x$  1 61; 37. + 10; 38.  $x \rightarrow П$  1 41; 39.  $П \rightarrow x$  с 6С; 40.  $П \rightarrow x$  2 62; 41. + 10; 42.  $x \rightarrow П$  2 42; 43.  $П \rightarrow x$  с 6С; 44. F  $x^2$  22; 45.  $П \rightarrow x$  3 63; 46. + 10; 47.  $x \rightarrow П$  3 43; 48. К  $П \rightarrow x$  4 Г4; 49.  $П \rightarrow x$  4 64; 50. БП 51; 51. 30 30; 52.  $П \rightarrow x$  3 63; 53.  $П \rightarrow x$  0 60; 54. F  $x^2$  22; 55.  $П \rightarrow x$  4 64; 56.  $\div$  13; 57.  $x \rightarrow П$  с 4С; 58. — 11; 59.  $x \rightarrow П$  9 49; 60.  $П \rightarrow x$  8 68; 61.  $П \rightarrow x$  с 6С; 62. — 11; 63.  $x \rightarrow П$  6 46; 64. — 11; 65.  $x \rightarrow П$  b 4L; 66.  $П \rightarrow x$  7 67; 67.  $П \rightarrow x$  с 6С; 68. — 11; 69.  $x \rightarrow П$  7 47; 70. С/П 50; 71.  $x \rightarrow П$  2 42; 72. С/П 50; 73.  $x \rightarrow П$  1 41; 74.  $\div$  13; 75.  $\times$  12; 76.  $П \rightarrow x$  b 6L; 77.  $\div$  13; 78. С/П 50; 79.  $П \rightarrow x$  7 67; 80.  $П \rightarrow x$  9 69; 81.  $\div$  13; 82. В $\uparrow$  0E; 83. С/П 50; 84. 1 01; 85.  $\leftrightarrow$  14; 86. — 11; 87.  $П \rightarrow x$  1 61; 88.  $\times$  12; 89.  $П \rightarrow x$  2 62; 90.  $\div$  13; 91 С/П 50; 92.  $\div$  13; 93. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать Сx  $x \rightarrow П$  0,  $x \rightarrow П$  3,  $x \rightarrow П$  4,  $x \rightarrow П$  7,  $x \rightarrow П$  8
2. Набрать БП 22  $p_1$  (количество элементов в одной клетке таблицы) С/П — высветится  $p_1$
3. Набрать a (количество столбцов в таблице), С/П — высветится 0
4. Провести построчный ввод данных таблицы по клеткам  $x_1$  С/П,  $x_2$  С/П ...  $x_k$  С/П — высветится номер элемента в строке. После ввода последнего элемента клетки (одной группы) набрать В/0 С/П — высветится показатель  $\bar{x}_1$ , который нужно занести в точно такую же таблицу вместо всех элементов данной клетки. Наб-



рать С/П — высветится 0. Аналогичным образом ввести данные других клеток. После набора последнего элемента строки набрать С/П, 0, В/0, С/П — высветится  $x$ ; его заносят в последнюю клетку строки. Набрать С/П — высветится 0. Аналогичным образом вводить элементы других строк.

5. После ввода всех показателей таблицы и заполнения всех граф новой аналогичной таблицы набрать БП 52 С/П — высветится показатель  $D_A$
6. Набрать  $K_z$  С/П,  $K_a$  С/П — высветится показатель  $F_A$  ( $K_z = N - ab$ ;  $K_a = a - 1$ , где  $N$  — количество всех элементов  $x$ -ов таблицы;  $a$  — количество градаций фактора  $A$ ;  $b$  — количество градаций фактора  $B$ )
7. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_A^2$
8. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_A^2}$
9. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\varphi}^A$
10. При ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Микрокалькулятор не выключать!**

В R1 —  $K_a$ , в R2 —  $K_z$ , в R6 —  $D_x$ , в R7 —  $D_A$ , в R9 —  $D_y$ , в Rb —  $D_z$

**Контрольный пример:**

A \ B	1	2	3
1	1;2;3	2;2;2	1;1;1
2	3;3;3	4;2;2	4;2;4

1. Сх,  $x \rightarrow П 0$ ,  $x \rightarrow П 3$ ,  $x \rightarrow П 4$ ,  $x \rightarrow П 7$ ,  $x \rightarrow П 8$
2. БП 22, 3, С/П — высвечивается 3
3. 3, С/П — высвечивается 0
4. 1 С/П, 2 С/П, 3 С/П — высвечивается 3; В/0 С/П — высвечивается 2 (занести его в такую же таблицу в ту же клетку); С/П — высвечивается 0  
2 С/П, 2 С/П, 2 С/П — высвечивается 6; В/0 С/П — высвечивается 2 (занести в таблицу); С/П — высвечивается 0  
1 С/П, 1 С/П 1 С/П — высвечивается 9; В/0 С/П — высвечивается 1 (занести в таблицу); С/П — высвечивается 0  
3 С/П, 3 С/П, 3 С/П — высвечивается 12; В/0 С/П —

высвечивается 3 (занести в таблицу); С/П — высвечивается 0

4 С/П, 2 С/П, 2 С/П — высвечивается 15; В/0 С/П — высвечивается 2.6666666 (занести в таблицу); С/П — высвечивается 0

4 С/П, 2 С/П, 4 С/П — высвечивается 18; 0 В/0 С/П — высвечивается 3.3333333 (занести в таблицу); С/П — высвечивается 0

5. БП 52 С/П — высвечивается 8

6. 12 С/П, 2 С/П — высвечивается 6.5454575 ( $K_z = 18 - 3 \cdot 2$ ,  $K_a = 3 - 1$ ).

7. С/П — высвечивается 4.4444444—01

8. С/П — высвечивается 9.25926—02

9. С/П — высвечивается 4.7999995.

Не выключая микрокалькулятор, следует набрать программу II, которая позволит рассчитать остальные необходимые показатели, вводя данные заполненной таблицы. Перед набором программы II надо набрать В/0 F ПРГ.

## ПРОГРАММА II

В/0 F ПРГ; 00. П → x 5 65; 01. × 12; 02. F x<sup>2</sup> 22; 03. П → x a 6—; 04. ÷ 13; 05. + 10; 06. 0 00; 07. БП 51; 08. 16 16; 09. П → x 5 65; 10. × 12; 11. x → П a 4—; 12. П → x 7 67; 13. x → П d 4Г; 14. 0 00; 15. В↑ 0Е; 16. С/П 50; 17. + 10; 18. БП 51; 19. 16 16; 20. П → x 6 66; 21. П → x d 6Г; 22. — 11; 23. П → x 7 67; 24. — 11; 25. БП 51; 26. 69 69; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 09, в С/П — высветится 0

2. Произвести по столбцам ввод получившейся после работы первой программы таблицы

$\bar{x}_1$  С/П,  $\bar{x}_2$  С/П ...  $\bar{x}_b$  С/П

После ввода каждого столбца набрать В/0 С/П — высветится 0

3. После ввода всех данных набрать БП 67, ↔, С/П — высветится показатель  $D_B$

4. Набрать  $K_z$  С/П ( $K_z = N - a \cdot b$ )

5. Набрать  $K_B$  С/П ( $K_B = b - 1$ ) — высветится показатель  $F_B$

6. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_B^2$

7. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_B^2}$

8. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\Phi}^B$
9. Набрать БП 20 С/П — высветится показатель  $D_{AB}$
10. Набрать  $K_z$  С/П
11. Набрать  $K_{AB}$  С/П [ $K_{AB} = (a - 1) \cdot (b - 1)$ ] — высветится показатель  $F_{AB}$
12. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_{AB}^2$
13. Набрать С/П — высветится показатель  $m\eta_{AB}^2$
14. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\Phi}^{AB}$ .

#### Контрольный пример:

(Просчитывается после выполнения расчетов по второй программе.)

1. 1,  $x \rightarrow$  П 5; 3  $x \rightarrow$  П 7; 4  $x \rightarrow$  П 6
2. БП 69 F ПРГ, С/П, F АВТ
3. БП 09, 2 С/П, 3 С/П, 4 С/П, В/0, С/П — высвечивается 0
4.  $\leftrightarrow$ , высвечивается 24,5
5. БП 20 С/П — высвечивается -2.

Если контрольный (тестовый) пример для программы II совпал с приведенными выше цифрами, значит программа была набрана правильно, микрокалькулятор выдает правильные данные и полученные расчеты произведены правильно. Если в результате расчетов этого примера получились другие данные, необходимо выключить микрокалькулятор, а затем, включив его, начать работу с программы I.

#### 9.4. Дисперсионный анализ двухфакторного ортогонального комплекса для больших групп (расчет по сгруппированным данным)

Иногда перед проведением дисперсионного анализа исследователь имеет большой материал: большое количество одинаковых показателей, которые можно сгруппировать. В таких случаях лучше расчеты вести по специальной программе, которая приведена ниже. Главным условием остается необходимость иметь в каждой группировке одинаковое количество данных.

Перед проведением расчетов все показатели необходимо свести в специальную таблицу (табл. 9.5).

В таблице под каждым показателем обязательно должно быть представлено число повторений этого показателя р. После того как все данные сгруппированы в табли-

Таблица 9.5. Общий вид таблицы группировки данных для проведения дисперсионного анализа ортогонального комплекса для больших групп (по сгруппированным данным)

Градации фактора В	Градации фактора А		
	1	...	a
1	$x_1x_2$	...	$x_n$
	$p_1p_2$	...	$p_n$
...	...	...	...
b	_____	...	_____

цу, необходимо рассчитать число всех показателей  $N$  по формуле:  $N = n_1 \cdot ab$ , где  $n_1$  — количество элементов в группе, так как в ортогональном комплексе все  $n_1$  равны;  $a$  — число градаций фактора А, т. е. число столбцов;  $b$  — число градаций фактора В, т. е. число строк.

Схема анализа данного комплекса полностью совпадает со схемой анализа, описанного в предыдущем подразделе, только в соответствующих формулах вместо  $\Sigma x$ , рассчитывается  $\Sigma p x$ , вместо  $\Sigma x^2 - \Sigma p x^2$ , поэтому аналогичные изменения будут во всех формулах.

Расчет производят сначала по программе I и полученные данные заносят в специальную таблицу. Не выключая микрокалькулятора, в него вводят программу II, по которой на основании этих промежуточных данных новой таблицы рассчитывают все остальные данные, необходимые для подведения итогов анализа.

### ПРОГРАММА I

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  с 4С; 01.  $П \rightarrow x$  1 61; 02.  $П \rightarrow x$  5 65; 03.  $\div$  13; 04. С/П 50; 05.  $П \rightarrow x$  1 61; 06.  $\times$  12; 07.  $П \rightarrow x$  8 68; 08.  $+$  10; 09.  $x \rightarrow П$  8 48; 10.  $П \rightarrow x$  с 6С; 11. **F**  $x = 0$  5Е; 12. 30 30; 13.  $П \rightarrow x$  2 62; 14. **F**  $x^2$  22; 15.  $П \rightarrow x$  а 6—; 16.  $\div$  13; 17.  $П \rightarrow x$  7 67; 18.  $+$  10; 19.  $x \rightarrow П$  7 47; 20. БП 51; 21. 28 28; 22.  $x \rightarrow П$  4 44; 23. С/П 50; 24.  $x \rightarrow П$  5 45; 25. С/П 50; 26.  $\times$  12; 27.  $x \rightarrow П$  а 4—; 28. Сх 0Г; 29.  $x \rightarrow П$  2 42; 30. Сх 0Г; 31.  $x \rightarrow П$  1 41; 32. С/П 50; 33.  $x \rightarrow П$  с 4С; 34. С/П 50; 35.  $\times$  12; 36.  $x \rightarrow П$  9 49; 37.  $П \rightarrow x$  0 60; 38.  $+$  10; 39.  $x \rightarrow П$  0 40; 40.  $П \rightarrow x$  9 69; 41.  $П \rightarrow x$  1 61; 42.  $+$  10;

43.  $x \rightarrow \Pi 1 41$ ; 44.  $\Pi \rightarrow x 9 69$ ; 45.  $\Pi \rightarrow x 2 62$ ; 46.  $+ 10$ ; 47.  $x \rightarrow \Pi 2 42$ ; 48.  $\Pi \rightarrow x 9 69$ ; 49.  $\Pi \rightarrow x c 6C$ ; 50.  $\times 12$ ; 51.  $\Pi \rightarrow x 3 63$ ; 52.  $+ 10$ ; 53.  $x \rightarrow \Pi 3 43$ ; 54. БП 51; 55. 32 32; 56.  $\Pi \rightarrow x 3 63$ ; 57.  $\Pi \rightarrow x 0 60$ ; 58.  $F x^2 22$ ; 59.  $\Pi \rightarrow x 4 64$ ; 60.  $\div 13$ ; 61.  $x \rightarrow \Pi c 4C$ ; 62.  $- 11$ ; 63.  $x \rightarrow \Pi 9 49$ ; 64.  $\Pi \rightarrow x 8 68$ ; 65.  $\Pi \rightarrow x c 6C$ ; 66.  $- 11$ ; 67.  $x \rightarrow \Pi 6 46$ ; 68.  $- 11$ ; 69.  $x \rightarrow \Pi b 4L$ ; 70.  $\Pi \rightarrow x 7 67$ ; 71.  $\Pi \rightarrow x c 6C$ ; 72.  $- 11$ ; 73.  $x \rightarrow \Pi 7 47$ ; 74. С/П 50; 75.  $x \rightarrow \Pi 2 42$ ; 76. С/П 50; 77.  $x \rightarrow \Pi 1 41$ ; 78.  $\div 13$ ; 79.  $\times 12$ ; 80.  $\Pi \rightarrow x b 6L$ ; 81.  $\div 13$ ; 82. С/П 50; 83.  $\Pi \rightarrow x 7 67$ ; 84.  $\Pi \rightarrow x 9 69$ ; 85.  $\div 13$ ; 86.  $V \uparrow 0E$ ; 87. С/П 50; 88. 1 01; 89.  $\leftrightarrow 14$ ; 90.  $- 11$ ; 91.  $\Pi \rightarrow x 1 61$ ; 92.  $\times 12$ ; 93.  $\Pi \rightarrow x 2 62$ ; 94.  $\div 13$ ; 95. С/П 50; 96.  $\div 13$ ; 97. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать Сх,  $x \rightarrow \Pi 0$ ,  $x \rightarrow \Pi 3$ ,  $x \rightarrow \Pi 7$ ,  $x \rightarrow \Pi 8$
2. Набрать БП 22, N С/П ( $N = n_1 ab$ )
3. Набрать  $n_1$  С/П ( $n_1 = \sum p_i$ , где  $p_i$  — частоты для показателей одной группировки)
4. Набрать а С/П — высветится 0 (а — количество столбцов таблицы)
5. Произвести построчный ввод таблицы в следующем порядке:  $x_1$  С/П,  $p_1$  С/П,  $x_2$  С/П,  $p_2$  С/П..., после ввода всех показателей первой группировки набрать В/0 С/П — высветится  $\bar{x}_1$ , записать этот показатель в такую же таблицу вместо всех цифр первой группировки. Набрать С/П — высветится 0. Затем аналогичным образом ввести следующие группировки. После введения последней группировки в строке набрать 0 В/0 С/П, записать полученную цифру в последнюю клетку новой таблицы, набрать С/П — высветится 0; аналогичным образом ввести данные остальных строк таблицы (см. контрольный пример)
6. После набора всех данных таблицы набрать БП 56 С/П — высветится показатель  $D_A$
7. Набрать  $K_z$  С/П ( $K_z = N - ab$ )
8. Набрать  $K_a$  С/П ( $K_a = a - 1$ ) — высветится показатель  $F_A$
9. Набрать С/П — высветится показатель  $m \eta_A^2$
10. Набрать С/П — высветится показатель  $m \eta_A^2$
11. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\varphi}^A$ .

**Микрокалькулятор не выключать!**

## Контрольный пример:

B \ A	1	2	3
1	1 2 3	2 2 2	1 1 1
	2 3 1	3 1 2	2 2 2
2	3 3 3	4 2 2	4 2 4
	4 1 1	1 2 3	1 4 1

B \ A	1	2	3
1	1.8333333	2	1
2	3	2.3333333	2.6666666

1. Сх, х→П 0, х→П 3, х→П 7, х→П 8
2. БП 22, 36 С/П
3. 6 С/П
4. 3 С/П
5. 1 С/П, 2 С/П, 2 С/П, 3 С/П, 3 С/П, 1 С/П, В/0  
С/П—высвечивается 1.833333, С/П—высвечивается 0  
2 С/П, 3 С/П, 2 С/П, 1 С/П, 2 С/П, 2 С/П, В/0,  
С/П—высвечивается 2, С/П—высвечивается 0  
1 С/П, 2 С/П, 1 С/П, 2 С/П, 1 С/П, 2 С/П, 0 В/0  
С/П—высвечивается 1, С/П—высвечивается 0  
3 С/П, 4С/П, 3 С/П, 1 С/П, 3 С/П, 1 С/П, В/0  
С/П—высвечивается 3, С/П—высвечивается 0  
4 С/П, 1 С/П, 2 С/П, 2 С/П, 2 С/П, 3 С/П, В/0  
С/П—высвечивается 2.333333, С/П—высвечивается 0  
4 С/П, 1 С/П, 2 С/П, 4 С/П, 4 С/П, 1 С/П, 0 В/0  
С/П—высвечивается 2.666666, С/П—высвечивается 0
6. БП 56 С/П—высвечивается 10.002778
7. 30 С/П
8. 2 С/П—высвечивается 13.079724
9. С/П—высвечивается 3.8120382—01
10. С/П—высвечивается 4.125308—02
11. С/П—высвечивается 9.2406147.

После проведения расчетов по программе I и заполнения второй таблицы набрать, не выключая микрокалькулятор, программу II.

### ПРОГРАММА II

- В/0 F ПРГ; 00. П→х 5 65; 01. × 12; 02. F x<sup>2</sup> 22; 03. П→х а 6—; 04. ÷ 13; 05. + 10; 06. 0 00; 07. БП 51; 08. 16 16; 09. П→х 5 65; 10. × 12; 11. х→П а 4—; 12. П→х 7 67; 13. х→П d 4Г; 14. 0 00; 15. В↑ 0E; 16.

С/П 50; 17. + 10; 18. БП 51; 19. 16 16; 20. П→х 6 66;  
 21. П→х d 6Г; 22. — 11; 23. П→х 7 67; 24. — 11;  
 25. БП 51; 26 73 73; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 09, b С/П — высветится 0
2. Произвести ввод вновь составленной на основании расчетов по первой программе таблицы по столбцам  $\bar{x}_1$  С/П,  $\bar{x}_2$  С/П...  $\bar{x}_b$  С/П  
 После ввода столбца набрать В/0 С/П
3. После ввода последнего столбца набрать БП 71, ↔, С/П — высветится показатель  $D_b$
4. Набрать  $K_z$  С/П ( $K_z = N - ab$ )
5. Набрать  $K_b$  С/П ( $K_b = b - 1$ ) — высветится показатель  $F_b$
6. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_{b}^2$
7. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_{b}^2}$
8. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\varphi}^b$
9. Набрать БП 20 С/П — высветится показатель  $D_{ab}$
10. Набрать  $K_z$  С/П
11. Набрать  $K_{ab}$  С/П [ $K_{ab} = (a - 1) \cdot (b - 1)$ ] — высветится показатель  $F_{ab}$
12. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_{ab}^2$
13. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_{ab}^2}$
14. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{\varphi}^{ab}$

### Контрольный (тестовый) пример:

(Просчитывается после выполнения расчетов по программе II.)

1. 1, x→П 5, 3, x→П 7, 4, x→П 6
2. БП 73: F ПРГ, С/П, F АВТ
3. БП 09, 2 С/П, 3 С/П, 4 С/П, В/0 С/П, высвечивается 0
4. ↔, высвечивается 24,5
5. Набрать БП 20 С/П — высвечивается —2.

Если при расчете по программе II данного примера полученные цифры совпали с приведенными в этом примере, значит расчеты выполнены правильно. В противном случае необходимо работу повторить, т. е. расчеты начать с программы I, обратив особое внимание на набор программы II, сверяя нажимаемые клавиши с их кодами.

## 9.5. Дисперсионный анализ двухфакторного неортогонального комплекса

В данном двухфакторном комплексе в каждой клетке таблицы может быть неодинаковое количество показателей. Вследствие этого вычисления значительно усложняются, так как значение дисперсий  $D_A$ ,  $D_B$  и  $D_{AB}$  оказывается «смещенным». Поэтому сначала вычисляют «смещенные» показатели, а затем их исправляют. Неисправленные, т. е. «смещенные», показатели будем обозначать знаком «штрих», т. е.  $D'_A$ ,  $D'_B$  и  $D'_{AB}$ . Поправка  $e = D_A/D'_A$ , отсюда исправленные показатели будут равны  $D_x = D'_x \cdot e$ ,  $D_A = D'_A \cdot e$ ,  $D_B = D'_B \cdot e$ ,  $D_{AB} = D'_{AB} \cdot e$ . В свою очередь

$$D'_x = \Sigma \bar{x}_{AB}^2 - \frac{(\Sigma x_{AB})^2}{ab},$$

где  $\bar{x}_{AB} = \frac{\Sigma x_i}{n_i}$  — среднее для компонент первой группировки (т. е. клетки в таблице);

$$D'_A = b \left( \Sigma h_a^2 - \frac{(\Sigma h_a)^2}{a} \right),$$

$$D'_B = a \left( \Sigma h_b^2 - \frac{(\Sigma h_b)^2}{b} \right),$$

$$D'_{AB} = D'_x - D'_A - D'_B,$$

где  $h_a = \frac{\Sigma \bar{x}_a}{b}$  — средняя из частных средних по градациям

фактора А;  $h_b = \frac{\Sigma \bar{x}_b}{a}$  — средняя из частных средних по градациям фактора В.

Из-за ограниченных возможностей микрокалькулятора провести расчеты по одной программе не представляется возможным. Учитывая важность этого метода дисперсионного анализа, приводим три программы, работая с которыми можно получить всю необходимую информацию этого двухфакторного неортогонального комплекса.

Перед проведением расчетов все данные необходимо внести в соответствующую таблицу (табл. 9.6).

Программа I позволяет определить  $D_y$ ,  $D_x$ ,  $D'_x$ ,  $D_z$ ,  $\Sigma h_b$ ,  $\Sigma h_b^2$ ,  $N$ . По программе II можно рассчитать  $\Sigma h_a$  и  $\Sigma h_a^2$ , а программа III позволяет определить  $F_A$ ,  $\eta_A^2$ ,  $m \eta_A^2$ ,  $F_\varphi^A$ ,  $F_B$ ,  $\eta_B^2$ ,  $m \eta_B^2$ ,  $F_\varphi^B$ ,  $F_{AB}$ ,  $\eta_{AB}^2$ ,  $m \eta_{AB}^2$ ,  $F_\varphi^{AB}$ .



Таблица 9.6. Влияние препарата ПА на количество ошибок при изучении на крысах методом условных рефлексов

Доза препарата, мг/кг	Возраст крыс		
	молодые	взрослые	старые
0,1	3; 2; 4	3; 7; 11	2; 4; 6;
0,2	5; 9; 6; 4	7; 4; 2; 8; 3	2; 6; 7

Промежуточные данные, полученные при расчете по I и II программам, необходимо записать, а затем вводить их при работе с программой III.

### ПРОГРАММА I

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 01.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 02.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 03.  $\div 13$ ; 04.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 05. С/П 50; 06.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 07.  $+$  10; 08.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 09.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 10.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 11.  $+$  10; 12.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 13.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 14.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 15.  $\times 12$ ; 16.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 17.  $+$  10; 18.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 19.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 20.  $F x^2 22$ ; 21.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 22.  $+$  10; 23.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 24.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 25.  $F x = 0 5E$ ; 26. 44 44; 27.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 28.  $F x^2 22$ ; 29.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 30.  $+$  10; 31.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 32. БП 51; 33. 42 42; 34. Сх 0Г; 35.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 36.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 37.  $x \rightarrow П 4 44$ ; 38.  $x \rightarrow П 7 47$ ; 39.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 40.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 41.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 42. Сх 0Г; 43.  $x \rightarrow П 2 42$ ; 44. Сх 0Г; 45.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 46.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 47. С/П 50; 48.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 49.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 50.  $+$  10; 51.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 52.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 53.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 54.  $+$  10; 55.  $x \rightarrow П 3 43$ ; 56.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 57.  $F x^2 22$ ; 58.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 59.  $+$  10; 60.  $x \rightarrow П 1 41$ ; 61. К  $П \rightarrow x 4 Г 4$ ; 62. К  $П \rightarrow x 6 Г 6$ ; 63.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 64. БП 51; 65. 47 47; 66.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 67.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 68.  $F x^2 22$ ; 69.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 70.  $\div 13$ ; 71.  $x \rightarrow П 6 46$ ; 72.  $- 11$ ; 73. С/П 50; 74.  $П \rightarrow x 7 67$ ; 75.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 76.  $- 11$ ; 77. С/П 50; 78.  $- 11$ ; 79. С/П 50; 80.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 81.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 82.  $F x^2 22$ ; 83. С/П 50; 84.  $\times 12$ ; 85.  $\div 13$ ; 86.  $- 11$ ; 87. С/П 50; 88.  $x \rightarrow П 5 45$ ; 89.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 90.  $\leftrightarrow 14$ ; 91.  $\div 13$ ; 92. С/П 50; 93.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 94.  $П \rightarrow x 5 65$ ; 95.  $F x^2 22$ ; 96.  $\div 13$ ; 97. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

Помимо таблицы, в которой приведены исходные данные проведенного исследования, начертить аналогичную таб-

лицу с пустыми клетками для внесения в нее расчетных данных  $\bar{x}_1$ .

1. Набрать БП 34 С/П — высветится 0
2. Вводить данные составленной таблицы построчно:  $x_1$  С/П,  $x_2$  С/П...  $x_k$  С/П, после ввода последнего элемента группы (строчки таблицы) набрать В/0 С/П — высветится показатель  $\bar{x}_1$ . Значение показателя записать в соответствующую строчку новой (пока пустой) точно такой же таблицы. Набрать С/П — высветится 0. Аналогичным образом ввести данные следующей группы (строчки таблицы) данной строки. После ввода последней группы набрать 0 В/0 С/П — высветится показатель, который надо занести в последнюю пустую строчку таблицы, набрать С/П — высветится 0. Аналогично продолжить ввод других строчек таблицы.
3. После ввода всех данных таблицы набрать БП 66 С/П — высветится показатель  $D_y$  (записать)
4. Набрать С/П — высветится показатель  $D_x$  (записать)
5. Набрать С/П — высветится показатель  $D_z$  (записать)
6. Набрать С/П, а, В↑, b, С/П — высветится показатель  $D_{x'}$  (записать) (а — число градаций признака А, т. е. число столбцов, b — число градаций признака В, т. е. число строк)
7. Набрать а С/П — высветится показатель  $\Sigma h_b$  (записать)
8. Набрать С/П — высветится показатель  $\Sigma h_b^2$  (записать)
9. Набрать П → x 4 — высветится показатель N (записать).

**Микрокалькулятор не выключать!**

**Контрольный пример:**

(Рассчитывают пример, приведенный в табл. 9.6).

a \ b	1	2	3
1	3; 2; 4	3; 7; 11	2; 4; 6
2	5; 9; 6; 4	7; 4; 2; 8; 3	2; 6; 7

1. БП 34 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 2 С/П, 4 С/П, В/0, С/П — высвечивается 3, С/П — высвечивается 0  
3 С/П, 7 С/П, 11 С/П, В/0, С/П — высвечивается 7, С/П — высвечивается 0

2 С/П, 4 С/П, 6 С/П, 0 В/0 С/П — высвечивается 4,  
 С/П — высвечивается 0  
 5 С/П, 9 С/П, 6 С/П, 4 С/П, В/0 С/П — высвечивается  
 6, С/П — высвечивается 0  
 7 С/П, 4 С/П, 2 С/П, 8 С/П, 3 С/П, В/0, С/П — высвечивается 4,8, С/П — высвечивается 0  
 2 С/П, 6 С/П, 7 С/П, 0 В/0 С/П — высвечивается 5,  
 С/П — высвечивается 0

3. БП 66 С/П — высвечивается  $D_y = 128$
4. С/П — высвечивается  $D_x = 31,2$
5. С/П — высвечивается  $D_z = 96,8$
6. С/П, 3, В↑, 2, С/П — высвечивается  $D_x' = 10,03334$
7. 3 С/П — высвечивается  $\Sigma h_b = 9.9333333$
8. С/П — высвечивается  $\Sigma h_b^{\infty} = 49.515555$
9. П → х 4 — высвечивается  $N = 21$ .

## ПРОГРАММА II

В/0 F ПРГ; 00. П → х 6 66; 01. F  $x^2$  22; 02. П → х 3 63;  
 03. + 10; 04. х → П 3 43; 05. Сх 0Г; 06. х → П 6 46; 07.  
 С/П 50; 08. х → П 5 45; 09. П → х 2 62; 10. + 10; 11.  
 х → П 2 42; 12. П → х 5 65; 13. П → х 6 66; 14. + 10;  
 15. х → П 6 46; 16. БП 51; 17. 0Г 0Г; 18. х → П 0 40;  
 19. Сх 0Г; 20. х → П 2 42; 21. х → П 3 43; 22. х → П 6  
 46; 23. БП 51; 24. 0Г 0Г; 25. П → х 2 62; 26. П → х 0 60;  
 27. ÷ 13; 28. С/П 50; 29. П → х 3 63; 30. П → х 0 60;  
 31. F  $x^2$  22; 32. ÷ 13; 33. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать БП 18, b, С/П — высветится 0
2. Ввести по столбцам данные вновь составленной таблицы, используя данные первой программы  
 $\bar{x}_1'$  С/П,  $\bar{x}_2'$  С/П...  $\bar{x}_b'$  С/П, В/0, С/П — высветится 0  
 (после ввода последней цифры столбца набрать В/0 С/П).  
 Аналогичным образом ввести показатели других столбцов
3. После ввода всех данных таблицы набрать БП 25 С/П — высветится показатель  $\Sigma h_a$  (записать)
4. Набрать С/П — высветится показатель  $\Sigma h_a^2$  (записать)

## Контрольный пример:

a \ b	1	2	3
1	3	7	4
2	6	4,8	5

(Эти данные получены на основании расчетов контрольного примера программы I)

1. БП 18, 2 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 6 С/П, В/0 С/П  
7 С/П, 4,8 С/П, В/0 С/П  
4 С/П, 5 С/П, В/0 С/П
3. БП 25 С/П — высвечивается  $\Sigma h_a = 14,9$
4. С/П — высвечивается  $\Sigma h_a^2 = 75,31$

## ПРОГРАММА III

В/0 F ПРГ; 00.  $x \rightarrow П d 4Г$ ; 01. С/П 50. 02.  $\div 13$ ; 03.  $x \rightarrow П a 4-$ ; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow П b 4L$ ; 06. С/П 50; 07.  $x \rightarrow П c 4C$ ; 08. 7 07; 09.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 10. С/П 50; 11. К  $x \rightarrow П 0 L0$ ; 12. 1 01; 13. — 11; 14. К  $x \rightarrow П 0 L0$ ; 15.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 16. 1 01; 17. — 11; 18. F  $x-0 5E$ ; 19. 10 10; 20.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 21.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 22.  $\times 12$ ; 23.  $x \rightarrow П 8 48$ ; 24.  $П \rightarrow x 6 66$ ; 25.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 26.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 27.  $\times 12$ ; 28. — 11; 29.  $x \rightarrow П 9 49$ ; 30.  $П \rightarrow x 3 63$ ; 31.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 32.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 33. ПП 53; 34. 47 47; 35.  $П \rightarrow x 1 61$ ; 36.  $П \rightarrow x 4 64$ ; 37.  $П \rightarrow x 2 62$ ; 38. ПП 53; 39. 47 47; 40.  $П \rightarrow x 8 68$ ; 41. В $\uparrow$  0E; 42. В $\uparrow$  0E; 43.  $П \rightarrow x d 6Г$ ; 44.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 45. ПП 53; 46. 64 64; 47. С/П 50; 8. F  $x^2 22$ ; 49.  $\leftrightarrow 14$ ; 50.  $\div 13$ ; 51. С/П 50; 52.  $\leftrightarrow 14$ ; 53. — 11; 54.  $\times 12$ ; 55.  $П \rightarrow x a 6-$ ; 56.  $\times 12$ ; 57.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 58.  $П \rightarrow x d 6Г$ ; 59.  $\leftrightarrow 14$ ; 60. — 11; 61.  $x \rightarrow П d 4Г$ ; 62. F  $\odot 25$ ; 63.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 64.  $\leftrightarrow 14$ ; 65.  $\div 13$ ; 66.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 67.  $\times 12$ ; 68.  $П \rightarrow x c 6C$ ; 69.  $\div 13$ ; 70. С/П 50; 71. F  $\odot 25$ ; 72.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 73.  $П \rightarrow x b 6L$ ; 74.  $\div 13$ ; 75.  $x \rightarrow П 0 40$ ; 76. С/П 50; 77. 1 01; 78.  $\leftrightarrow 14$ ; 79. — 11; 80.  $\times 12$ ; 81.  $П \rightarrow x 9 69$ ; 82.  $\div 13$ ; 83. С/П 50; 85.  $П \rightarrow x 0 60$ ; 85.  $\leftrightarrow 14$ ; 86.  $\div 13$ ; 87. С/П 50; 88. В/0 52; F АВТ

## Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Ввести полученные при работе с программами I и II

данные в следующем порядке  $D_x$  С/П,  $D_x'$  С/П,  $D_y$  С/П,  $D_z$  С/П,  $N$ , С/П,  $a$  С/П,  $b$  С/П,  $\Sigma h_a$  С/П,  $\Sigma h_a^2$  С/П — высветится показатель  $F_A$

3. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_A^2$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_A^2}$
5. Набрать С/П — высветится показатель  $F_\varphi^A$
6. Набрать С/П
7. Набрать  $\Sigma h_b^2$  С/П,  $\Sigma h$  С/П — высветится показатель  $F_B$
8. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_B^2$
9. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_B^2}$
10. Набрать С/П — высветится показатель  $F_\varphi^B$
11. Набрать С/П — высветится показатель  $F_{AB}$
12. Набрать С/П — высветится показатель  $\eta_{AB}^2$
13. Набрать С/П — высветится показатель  $m_{\eta_{AB}^2}$
14. Набрать С/П — высветится показатель  $F_\varphi^{AB}$

Полученные данные испытывают на нулевую гипотезу как описано в подразделе 9.3.

### Контрольный пример:

(Рассчитывается на основании полученных данных при работе с программами I и II.)

$D_x=31,2$ ;  $D_x'=10.03334$ ;  $D_y=128$ ;  $D_z=96,8$ ;  $N=21$ ;  $a=3$ ;  $b=2$ ;  $\Sigma h_a=14.9$ ;  $\Sigma h_a^2=75.31$ ;  $\Sigma h_b=9.9333333$ ;  $\Sigma h_b^2=49.515555$

1. В/0

2. 31,2 С/П, 10.03334 С/П, 128 С/П, 96,8 С/П, 21 С/П, 3 С/П, 2 С/П, 14,9 С/П, 75,31 С/П — высвечивается  $F_A=6.2963646-01$

3. С/П — высвечивается  $\eta_A^B=6.3488342-02$

4. С/П — высвечивается  $m_{\eta_A^2}=1.2486822-01$

5. С/П — высвечивается  $F_\varphi^A=5.0844276-01$

6. С/П

7. 9.9333333 С/П, 49.515555 С/П — высвечивается  $F_B=2.6020683-01$

8. С/П — высвечивается  $\eta^2=1.3118761-02$

9. С/П — высвечивается  $m_{\eta^2}^2=6.579208-02$

10. С/П — высвечивается  $F_{\phi}^B = 1.9939727-01$
11. С/П — высвечивается  $F_{AB} = 1.6576153$
12. С/П — высвечивается  $\eta_{AB}^2 = 1.6714289-01$
13. С/П — высвечивается  $m_{\eta_{AB}^2} = 1.1104761-01$
14. С/П — высвечивается  $F_{\phi}^{AB} = 1.5051462.$

## Глава 10

### НЕКОТОРЫЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА

---

Непараметрические методы анализа в медицине и биологии все больше приобретают популярность вследствие простоты и большой чувствительности. Это такие методы статистики, которые специально не предназначены для какого-либо параметрического семейства распределений, например гауссовского, и не используют его свойств. Классические — параметрические — методы, основанные на предположении о нормальности распределения, порой малочувствительны к отклонениям от нормального распределения. Непараметрические методы позволяют обходиться без предположения о каком-либо распределении. Вместе с тем они имеют высокую степень чувствительности при наличии нормальности в распределении и чувствительности при ее отсутствии. Они эффективны в тех случаях, когда распределение наблюдений имеет сложные, малоизученные и неясные законы распределения.

Непараметрические методы статистики позволяют охарактеризовать одну совокупность, доказать существенность различий двух каких-либо совокупностей, а также исследовать связь между двумя какими-либо признаками.

Многие из этих методов настолько просты, что не требуют применения математических расчетов. В данной главе приводятся методы расчетов по программам на микрокалькуляторах только для более сложных непараметрических методов, которые используются редко в силу сложности расчетов, но являются важными и рекомендуются для более широкого применения. Подробно по-

знакомится с другими более простыми методами можно в соответствующих руководствах [Архипова Г. П. и др., 1971; Гублер Е. В., Генкин А. А., 1973; Холлендер М., Вулф Д. А., 1983].

### 10.1. Вычисление критерия Фишера

Критерий Фишера применяется обычно для оценки различий двух выборок, как связанных между собой, так и независимых. Его обычно используют в тех же случаях, что и критерий  $\chi^2$ , только если одна из компонент четырехпольной таблицы меньше 4, а общее число наблюдений меньше 30. Примеры и обоснование расчетов более подробно описаны в разделе 6.1.

Критерий Фишера обычно рассчитывают по формуле:

a	b
c	d

$$p = \frac{(a + b)!(c + d)!(a + c)!(b + d)!}{n! a! b! c! d!},$$

где a, b, c и d — показатели четырехпольной таблицы; n — общее количество наблюдений (т. е. a + b + c + d). Если  $P < 0,05$ , значит различие двух выборок достоверно. Вычисление этого критерия легче всего выполнить на микрокалькуляторе по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00 С/П 50; 01. x → П 5 45; 02. С/П 50; 03. x → П 6 46; 04. + 10; 05. С/П 50; 06. x → П 7 47; 07. + 10; 08. С/П 50; 09. x → П 8 48; 10. + 10; 11. x → П 9 49; 12. 5 05; 13. x → П 1 41; 14. 4 04; 15. x → П 4 44; 16. 1 01; 17. x → П а 4—; 18. К П → x 4 Г4; 19. ПП 53; 20. 47 47; 21. F L1 51; 22. 18 18; 23. x → П d 4Г; 24. 1 01; 25. x → П а 4—; 26. П → x 5 65; 27. П → x 6 66; 28. ПП 53; 29. 46 46; 30. П → x 7 67; 31. П → x 8 68; 32. ПП 53; 33. 46 46; 34. П → x 5 65; 35. П → x 7 67; 36. ПП 53; 37. 46 46; 38. П → x 6 66; 39. П → x 8 68; 40. ПП 53; 41. 46 46; 52. П → x d 6Г; 43. ÷ 13; 44. БП 51; 45. 00 00; 46. + 10; 47. x → П 0 40; 48. П → x а 6—; 49. П → x 0 60; 50. × 12; 51. x → П а 4—; 52. F L0 5Г; 53. 48 48; 54. В/0 52; F АВТ

Работа с программой:

1. Набрать В/0  $\overrightarrow{\text{ШГ}}$

2. Набрать а С/П, b С/П, с С/П, d С/П — высветится показатель Р
  3. Программа готова для последующей работы, т. е. для дальнейших расчетов начать работу с п. 2
  4. При наборе ошибочных данных набрать Сх и работу продолжить с п. 1.
- Время расчетов около 2 мин!

**Контрольный пример:**

3	7
2	4

1. В/0 ШГ
2. 3 С/П, 7 С/П, 2 С/П, 4 С/П — высвечивается 4.1208791—01

## 10.2. Вычисление парного критерия Вилкоксона

Парный критерий Вилкоксона (критерий  $\tilde{T}$ ) позволяет сравнить между собой две выборки и оценить их принадлежность одному закону распределения. Вычисление этого критерия при числе сравниваемых пар меньше 20 не представляет больших трудностей, при числе пар в связанных выборках больше 20 приходится делать расчеты. Сначала находят показатель  $\tilde{T}$ , который равен сумме рангов, имеющих отрицательное значение, или разностей, противоположных наблюдаемым в большинстве опытов, а затем  $\tilde{T}$  по формуле:

$$\tilde{T} = \frac{T - n(n+1)}{\sqrt{\frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}}}$$

Если полученная величина  $\tilde{T}$  больше 1,96, то можно считать, что имеются различия этих двух связанных выборок с уровнем значимости  $P < 0,05$ . В случае, если  $\tilde{T}$  больше 2,56, то делают вывод о различии с уровнем значимости  $P < 0,01$ .

Вычисления производят следующим образом. Сначала полученные данные записывают в таблицу, причем две связанные величины располагают в одной строке (табл. 10.1). Предположим, мы располагаем полученные значения диуреза (в мл/10 мин) у собак до и после введения им



Таблица 10.1. Изменения диуреза у собак до и после введения препарата (пример для расчета парного критерия Вилкоксона)

х	у	х-у	Ранг
2	5	-3	2,5
7	2	5	5
9	5	4	4
1	4	-3	2,5
4	4	0	1

какого-либо препарата. Пусть  $x$  — значение диуреза до, а  $y$  — после введения препарата. Находим разницу между показателями  $x$  и  $y$  (или наоборот) и каждому абсолютному значению разности (т. е. без учета знака) присваиваем в порядке возрастания ранг (свой номер). Если две разности имеют одинаковые значения, им присваивается ранг, являющийся средней величиной их порядковых значений (сумму порядковых значений делим на число одинаковых вариантов).

Чтобы получить число  $T$ , смотрим, каких величин меньше — отрицательных или положительных. В данном случае наименьшее количество отрицательных разностей  $x - y$ . Этим величинам соответствуют ранги 2,5 и 2,5. Суммируем эти величины  $2,5 + 2,5 = 5 = T$ . Число пар наблюдений в этом примере  $n = 5$ . Эти две величины  $n$  и  $T$  и вводим в микрокалькулятор для расчетов. Величину  $T$  вычисляют по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow П$  0 40; 01. **C/П** 50; 02.  $П \rightarrow x$  0 60; 03.  $П \rightarrow x$  0 60; 04. 1 01; 05. + 10; 06.  $\times$  12; 07. - 11; 08. 2 02; 09.  $П \rightarrow x$  0 60; 10.  $\times$  12; 11.  $П \rightarrow x$  0 60; 12. 1 01; 13. + 10; 14.  $\times$  12; 15.  $П \rightarrow x$  0 60; 16. 2 02; 17.  $\times$  12; 18. 1 01; 19. + 10; 20.  $\times$  12; 21. 3 03; 22.  $\div$  13; 23. **F/** 21; 24.  $\div$  13; 25. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0, **д**, **C/П**
2. Набрать **T C/П** — высветится показатель **T**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работы продолжить с п. 1.

## Контрольный пример:

Используем полученные данные:  $n=5$ ,  $T=5$ ,  $\bar{T} = -1.6854997$ . Сравниваем абсолютное значение  $\bar{T}$  (т. е. без учета знака). В нашем примере различие не достоверно.

### 10.3. Вычисление критерия Уайта

Критерий Уайта ( $W$ -критерий) можно использовать в тех случаях, когда необходимо сравнить между собой две серии наблюдений, например контрольные показатели и опытные, препарат в одной дозе и в большей (или меньшей) и т. д. Этим критерием можно пользоваться при небольшом числе наблюдений (в контроле и в опыте в сумме не более 20) и при большом, когда количество наблюдений больше 15—20. В таких случаях критерий  $W$  вычисляют по формуле:

$$W = \frac{n_x(n_x + n_y) - 2(\Sigma R)_{\min}}{\sqrt{n_x n_y (n_x + n_y + 1)}},$$

где  $n_x$  — количество вариант в контрольной (первой) группе;  $n_y$  — количество вариант в опытной (второй) группе;  $(\Sigma R)_{\min}$  — меньшая из ранговых сумм ( $\Sigma R_x$  и  $\Sigma R_y$ ).

Если  $W > W_{кр}$ , то различие между двумя группами следует считать существенным (статистически достоверным).  $W_{кр}$  для уровня достоверности 0,05 равна 1,13, а для уровня достоверности 0,01 равна 1,49.

Критерий Уайта рассчитывают следующим образом. Сначала составляют таблицу, в которую вносят в порядке возрастания показатели: в 1-ю строку — относящиеся к первой группе, а во 2-ю — относящиеся ко второй группе. В 3-й строке отмечают ранги (номера) этих значений (см. таблицу в контрольном примере). При появлении в разных группах (выборках) одинаковых значений меньший ранг поочередно присваивают значениям  $x$  и  $y$ .

Если число рангов не очень велико и их суммы для первой и для второй групп можно сосчитать, берут меньшую из них  $(\Sigma R)_{\min}$  и вводят ее в первую программу. В случае, если количество рангов многочисленно, для вычисления критерия  $W$  можно воспользоваться программой II.

## ПРОГРАММА I

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 01.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 02. С/П 50; 03.  $x \rightarrow \Pi$  2 42; 04. + 10; 05.  $x \rightarrow \Pi$  3 43; 06.  $\times$  12; 07. 2 02; 08. С/П 50; 09.  $\times$  12; 10. - 11; 11.  $\Pi \rightarrow x$  3 63; 12. 1 01; 13. + 10; 14.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 15.  $\times$  12; 16.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 17.  $\times$  12; 18.  $F\sqrt{}$  21; 19.  $\div$  13; 20. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $p_x$  С/П,  $p_y$  С/П — высветится 2
3. Набрать  $(\Sigma R)_{\min}$  С/П — высветится показатель W
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x			2				5	6	7			8	
y	1	2		3	4	4				7	8		9
R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

$$\Sigma R_x = 3 + 7 + 8 + 9 + 12 = 39$$

$$\Sigma R_y = 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 10 + 11 + 13 = 52$$

$$(\Sigma R)_{\min} = 39$$

1. В/0

2. 5 С/П — высвечивается 5

3. 8 С/П — высвечивается 2

4. 39 С/П — высвечивается  $W = -5.4935026 - 01$

Следует брать абсолютную величину, т. е. без учета знака.

## ПРОГРАММА II

**F** ПРГ; 00. ПП 53; 01. 35 35; 02.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 03.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 04.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 05.  $x \rightarrow \Pi$  4 44; 06. ПП 53; 07. 35 35; 08.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 09.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 10. - 11; 11.  $F x \geq 0$  59; 12. 15 15; 13.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 14.  $x \rightarrow \Pi$  1 41; 15.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 16.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 17.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 18. + 10; 19.  $x \rightarrow \Pi$  3 43; 20.  $\times$  12; 21. 2 02; 22.  $\Pi \rightarrow x$  1 61; 23.  $\times$  12; 24. - 11; 25.  $\Pi \rightarrow x$  3 63; 26. 1 01; 27. + 10; 28.  $\Pi \rightarrow x$  4 64; 29.  $\times$  12; 30.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 31.  $\times$  12; 32.  $F\sqrt{}$  21; 33.  $\div$  13; 34. С/П 50; 35. Сх 0Г; 36.  $x \rightarrow \Pi$  2 42; 37.  $x \rightarrow \Pi$  5 45; 38. С/П 50; 39.  $F x = 0$  5Е; 40. 42 42; 41. В/0 52; 42.  $\Pi \rightarrow x$  2 62; 43. + 10; 44.  $x \rightarrow \Pi$  2 42; 45. К  $\Pi \rightarrow x$  5 Г5; 46.  $\Pi \rightarrow x$  5 65; 47. БП 51; 48. 38 38; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести последовательно через С/П ранги при значениях  $x$   
 $R_x$ . С/П...  $R_{x_n}$  С/П — высветится  $p_x$
3. После набора всех рангов  $R_x$  набрать 0 С/П — высветится 0
4. Ввести последовательно через С/П ранги при значениях  $y$   $R_{y_1}$  С/П...  $R_{y_n}$  С/П — высветится  $p_y$
5. После набора всех рангов  $R_y$  набрать 0 С/П — высветится показатель  $W$
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

(Рассчитывается предыдущий контрольный пример.)

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 3 С/П, 7 С/П, 8 С/П, 9 С/П, 12 С/П — высвечивается 5
3. 0 С/П — высвечивается 0
4. 1 С/П, 2 С/П, 4 С/П, 5 С/П, 6 С/П, 10 С/П, 11 С/П, 13 С/П — высвечивается 8
5. 0 С/П — высвечивается  $W = -5.4935026 - 01$ .

### 10.4. Вычисление критерия Колмогорова — Смирнова

Как и предыдущий критерий, критерий Колмогорова — Смирнова позволяет сравнить между собой две серии наблюдений или решить вопрос, имеется ли достоверное расхождение между эмпирическим и теоретическим распределениями.

Расчеты этого критерия проводят в такой последовательности. Сначала группируют данные в специальную таблицу. В 1-ю колонку выписывают в порядке возрастания все показатели  $x$ , имеющиеся в первой и второй группах. Во 2-й колонке проставляют частоты появления этих показателей в первой выборке  $p$ , а в 3-й колонке — частоты появления этих же показателей во второй выборке  $p'$  (табл. 10.2).

Если  $n_1 = n_2$ , т. е. общая сумма частот первого и второго рядов равны, то критерий Колмогорова — Смирнова  $\lambda$  может быть вычислен по формуле:

$$\lambda = \frac{|\Sigma p_i - \Sigma p'_i|_{\max}}{\sqrt{n}}$$

Таблица 10.2. Общий вид таблицы группировки данных для вычисления критерия Колмогорова — Смирнова

Значение $x$	Частота появления $p$	Частота появления $p'$
$x_1$	$p_1$	$p'_1$
$x_2$	$p_2$	$p'_2$
...	...	...
$x_n$	$p_n$	$p'_n$

Если  $n_1 \neq n_2$ , то величину  $\lambda$  вычисляют по формуле:

$$\lambda = \left| \frac{\sum p_1}{n_1} - \frac{\sum p'_1}{n_2} \right|_{\max} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$$

Полученное значение  $\lambda$  сравнивают с табличным пороговым для данного уровня значимости (см. табл. 6 приложения). Если вычисленный показатель  $\lambda$  больше 1,36, нулевая гипотеза отвергается. В этом случае  $P(\lambda) < < 0,05$ . Значит, различия между эмпирическим и теоретическим распределениями или между двумя выборками статистически достоверно различаются между собой, в противном случае они относятся к одному распределению.

Вычисление критерия Колмогорова — Смирнова можно провести по программе. Если количество частот в обеих выборках одинаково, расчет следует производить по программе I. В случае если общее количество частот в первом и втором распределениях неодинаково, пользуются программой II.

#### ПРОГРАММА I

F ПРГ; 00. Cx 0Г; 01. x→П 0 40; 02. x→П 1 41; 03. x→П 2 42; 04. x→П 4 44; 05. C/П 50; 06. П→x 0 60; 07. + 10; 08. x→П 0 40; 09. C/П 50; 10. П→x 1 61; 11. + 10; 12. x→П 1 41; 13. — 11; 14. F x<sup>2</sup> 22; 15. F√ 21; 16. В↑ 0Е; 17. П→x 2 62; 18. — 11; 19. F x ≥ 0 59; 20. 23 23; 21. F ∅ 25; 22. x→П 2 42; 23. К П→x 4 Г4; 24. П→x 4 64; 25. БП 51; 26. 05 05; 27. П→x 2 62; 28. П→x 1 61; 29. F√ 21; 30. ÷ 13; 31. C/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0

2. Ввести построчно таблицу  
 $p_1$  С/П,  $p_1^1$  С/П — высветится 1  
 $p_2$  С/П,  $p_1^2$  С/П — высветится 2  
 $\dots$   
 $p_n$  С/П,  $p_n^1$  С/П — высветится n
3. Набрать БП 27 СП — высветится показатель  $\lambda$ .
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

x	1	2
5	1	2
10	3	4
15	7	5
17	6	6
n	17	17

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 2 С/П — высвечивается 1  
3 С/П, 4 С/П — высвечивается 2  
7 С/П, 5 С/П — высвечивается 3  
6 С/П, 6 С/П — высвечивается 4.
3. БП 27 С/П — высвечивается  $\lambda = 4.8507125 - 01$ .

**ПРОГРАММА II**

**F** ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow$  П 0 40; 02.  $x \rightarrow$  П 1 41; 03.  $x \rightarrow$  П 2 42; 04.  $x \rightarrow$  П 4 44; 05. С/П 50; 06.  $x \rightarrow$  П 5 45; 07. С/П 50; 08.  $x \rightarrow$  П 6 46; 09. С/П 50; 10. П  $\rightarrow$  x 5 65; 11.  $\div$  13; 12. П  $\rightarrow$  x 0 60; 13. + 10; 14.  $x \rightarrow$  П 0 40; 15. С/П 50; 16. П  $\rightarrow$  x 6 66; 17.  $\div$  13; 18. П  $\rightarrow$  x 1 61; 19. + 10; 20.  $x \rightarrow$  П 1 41; 21. - 11; 22. F  $x^2$  22; 23. F  $\sqrt{\quad}$  21; 24. В  $\uparrow$  0E; 25. П  $\rightarrow$  x 2 62; 26. - 11; 27. F  $x \geq 0$  59; 28. 31 31; 29. F  $\odot$  25; 30.  $x \rightarrow$  П 2 42; 31. К П  $\rightarrow$  x 4 Г4; 32. П  $\rightarrow$  x 4 64; 33. БП 51; 34. 09 09; 35. П  $\rightarrow$  x 2 62; 36. П  $\rightarrow$  x 5 65; 37. П  $\rightarrow$  x 6 66; 38.  $\times$  12; 39. П  $\rightarrow$  x 5 65; 40. П  $\rightarrow$  x 6 66; 41. + 10; 42.  $\div$  13; 43. F  $\sqrt{\quad}$  21; 44.  $\times$  12; 45. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0.
2. Набрать  $p_1$  С/П,  $p_2$  С/П
3. Произвести построчный ввод таблицы  
 $p_1$  С/П,  $p$  С/П — высветится 1

$p_2$  С/П,  $p_2'$  С/П — высветится 2

$p_n$  С/П,  $p_n^1$  С/П — высветится п

4. Набрать БП 35 С/П — высветится показатель  $\lambda$ .
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

x	1	2
1	0	2
2	5	4
n	5	6

1. В/0 С/П — высвечивается 0.
2. 5 С/П, 6 С/П
3. 0 С/П, 2 С/П — высвечивается 1  
5 С/П, 4 С/П — высвечивается 2
4. БП 35 С/П — высвечивается  $\lambda = 5.5048186 - 01$ .

### 10.5. Вычисление коэффициента корреляции рангов Спирмена

Коэффициент корреляции рангов Спирмена используется для определения связи между двумя явлениями, характеризуемыми парами наблюдений ( $x$  и  $y$ ). Его можно использовать при небольшом числе наблюдений или когда сопоставляемые явления носят приближенный характер, а также в случаях, если нужно сопоставлять не количественные, а качественные признаки. Коэффициент корреляции рангов Спирмена  $\rho$  рассчитывают по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma(R_x - R_y)^2}{n(n^2 - 1)}$$

Оценить этот коэффициент, т. е. решить вопрос о достоверности корреляционной связи, можно по табл. 9 приложения. Оценку можно провести и по  $t$ -критерию Стьюдента. Для этого можно рассчитать показатель по формуле:

$$t = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}}$$

а затем решить вопрос о достоверности связи по табл. 2 приложения. Вычислив значение коэффициента  $\rho$ , можно сделать его предварительную оценку. Если  $\rho \leq 0,3$ , то связь между признаками  $x$  и  $y$  слабая, если  $0,3 < \rho \leq 0,7$  — связь средняя, а если  $0,7 < \rho \leq 1$  — связь высокая. Точную оценку делают по табл. 2 приложения.

Рассчитывают коэффициент корреляции рангов Спирмена в следующей последовательности. Сначала все данные вносят в таблицу (см. контрольный пример), при этом в 1-ю колонку записывают показатели  $x$ , которые ранжируют (располагают) в порядке их возрастания. Во 2-ю колонку заносят соответствующие показатели второго признака  $y$  для каждого показателя  $x$ , в 3-ю колонку  $R_x$  — ранги показателей  $x$  [так как они должны быть расположены по порядку, то в этой колонке будут цифры 1, 2, 3 и т. д. в зависимости от количества показателей  $x$  ( $n$ )]. В 4-ю колонку вписывают ранги для показателей второго признака —  $y$  ( $R_y$ ). Предварительно можно эти показатели выписать в порядке их возрастания, а затем соответствующие каждому показателю ранги внести в колонку. Примером составления таблицы может служить таблица контрольного примера.

После составления таблицы можно приступить к вычислению по программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow$  П 0 40; 02.  $x \rightarrow$  П 4 44; 03. С/П 50; 04. С/П 50; 05. — 11; 06.  $F x^2$  22; 07. П  $\rightarrow$  х 6 60; 08 + 10; 09.  $x \rightarrow$  П 0 40; 10. К П  $\rightarrow$  х 4 Г4; 11. П  $\rightarrow$  х 4 64; 12. БП 51; 13. 03. 03; 14. 1 01; 15. П  $\rightarrow$  х 0 60; 16. 6 06; 17.  $\times$  12; 18. П  $\rightarrow$  х 4 64; 19.  $F x^2$  22; 20. 1 01; 21. — 11; 22. П  $\rightarrow$  х 4 64; 23.  $\times$  12; 24.  $\div$  13; 25. — 11; 26.  $x \rightarrow$  П 1 41; 27. С/П 50; 28. П  $\rightarrow$  х 4 64; 29. 2 02; 30. — 11; 31. 1 01; 32. П  $\rightarrow$  х 1 61; 33.  $F x^2$  22; 34. — 11; 35.  $\div$  13; 36.  $F\sqrt{}$  21; 37.  $\times$  12; 38. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — выветится 0.
2. Ввести последовательно через С/П попарно ранги  $R_x$  и  $R_y$ 
  - $R_{x_1}$  С/П,  $R_{y_1}$  С/П — выветится 1
  - $R_{x_2}$  С/П,  $R_{y_2}$  С/П — выветится 2
  - $\ddots$
  - $R_{x_n}$  С/П,  $R_{y_n}$  С/П — выветится  $n$



3. Набрать БП 14 С/П — высветится коэффициент  $\rho$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $t$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

x	y	$R_x$	$R_y$
3	2,2	1	2
4,2	1,5	2	1
4,6	4,0	3	4
7	3,7	4	3

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 2 С/П — высвечивается 1  
2 С/П, 1 С/П — высвечивается 2  
3 С/П, 4 С/П — высвечивается 3  
4 С/П, 3 С/П — высвечивается 4
3. БП 14 С/П — высвечивается  $\rho=6-01$
4. С/П — высвечивается  $t=1.0606601$ .

#### 10.6. Вычисление коэффициента корреляции рангов Кендэла

Коэффициент корреляции рангов Кендэла, как и предыдущий показатель, может быть использован для оценки связи между явлениями. Этот коэффициент рассчитывают при большом числе наблюдений. Он является более строгим, чем коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Вычисления проводят следующим образом. Сначала все данные вносят в специальную таблицу (см. таблицу в контрольном примере). Проводят ранжирование в порядке возрастания признаков  $x$ , которые вносят в 1-ю колонку таблицы. В 3-ю колонку  $R_x$  вносят номера по порядку (ранги) этих показателей  $x$  от 1 до последнего  $n$ . Если имеются одинаковые величины  $x$ , их ранги вычисляют как среднее арифметическое из их рангов, если бы им присвоили последовательные ранги. У этих одинаковых величин будут одинаковые ранги. Во 2-ю колонку вносят соответствующие каждому показателю  $x$  показатели  $y$ , а в 4-ю колонку  $R_y$  — ранги показателей  $y$ , зане-

сенных во 2-ю колонку. Предварительно их можно выписать в порядке возрастания, присвоить каждой величине свой ранг, а затем уже ранги, соответствующие каждой величине  $y$ , внести в 4-ю колонку. Затем в 5-ю колонку заносят величину  $P$ , которую вычисляют следующим образом. На основании данных 4-й колонки  $R_y$  вычисляют сначала, сколько показателей в этой колонке больше показателя первой цифры в этой колонке, эту величину записывают первой. Затем аналогично считают, сколько цифр в колонке, расположенных ниже второй цифры, по величине больше этой второй цифры, и записывают это число вторым. Таким образом заполняют 5-ю колонку. В конце колонки записывают сумму всех этих показателей  $P$  ( $\Sigma P$ ).

В 6-ю колонку  $Q$  против каждой цифры 4-й колонки вписывают число цифр, расположенных ниже, которые являются меньшими по величине этой цифры. Так, на первое место ставят число цифр, расположенных в колонке  $R_y$  ниже первого числа, которые по величине меньше этого первого числа. Заполняют всю эту колонку и суммируют показатели  $Q$  ( $\Sigma Q$ ). Данные этих двух колонок вводят парами в микрокалькулятор.

Расчет коэффициента Кендэла  $K$  производят по формуле:

$$K = \frac{2(\Sigma P_i - \Sigma Q_i)}{n^2(n-1)}.$$

Коэффициент  $K$  можно оценить по табл. 10 приложения. Кроме того, оценку можно провести и по  $t$ -критерию Стьюдента. Вычисляют его по формуле:

$$t = \frac{\Sigma P_i - \Sigma Q_i}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n-3)}{18}}}.$$

Значения показателя сравнивают с величиной  $t$  по таблице  $t$ -критерия Стьюдента (см. табл. 2 приложения) при степени свободы, равной  $n$ . В табл. 10 приложения по вертикали находят величину  $S = \Sigma P_i - \Sigma Q_i$ , а по горизонтали — число  $n$ .

Рассчитать коэффициент  $K$  и показатель  $t$  можно по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow П$  1 41; 02.  $x \rightarrow П$  2 42; 03.  $x \rightarrow П$  4 44; 04. С/П 50; 05.  $П \rightarrow x$  1 61; 06. + 10; 07.  $x \rightarrow П$  1 41;

08. С/П 50; 09. П  $\rightarrow$  x 2 62; 10. + 10; 11. x  $\rightarrow$  П 2 42; 12. К П  $\rightarrow$  x 4 Г4; 13. П  $\rightarrow$  x 4 64; 14. БП 51; 15. 04 04; 16. 2 02; 17. П  $\rightarrow$  x 1 61; 18. П  $\rightarrow$  x 2 62; 19. - 11; 20.  $\times$  12; 21. П  $\rightarrow$  x 4 64; 22. F x<sup>2</sup> 22; 23. П  $\rightarrow$  x 4 64; 24. 1 01; 25. - 11; 26.  $\times$  12; 27.  $\div$  13; 28. С/П 50; 29. П  $\rightarrow$  x 1 61; 30. П  $\rightarrow$  x 2 62; 31. - 11; 32. П  $\rightarrow$  x 4 64; 33. 1 01; 34. - 11; 35. П  $\rightarrow$  x 4 64; 36.  $\times$  12; 37. П  $\rightarrow$  x 4 64; 38. 2 02; 39.  $\times$  12; 40. 3 03; 41. - 11; 42.  $\times$  12; 43. 1 01; 44. 8 08; 45.  $\div$  13; 46. F/ 21; 47.  $\div$  13; 48. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0.
2. Ввести последовательно парами через С/П показатели  $R_1$  и  $Q_1$   
 $R_1$  С/П,  $Q_1$  С/П — высветится 1  
 $R_2$  С/П,  $Q_2$  С/П — высветится 2  
 $R_n$  С/П,  $Q_n$  С/П — высветится n
3. Набрать БП 16 С/П — высветится показатель К
4. Набрать С/П — высветится показатель t
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x	y	$R_x$	$R_y$	P	Q
3	2,2	1	2	2	1
4,2	1,5	2	1	2	0
4,6	4,0	3	4	0	1
7	3,3	4	3	0	0

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 2 С/П, 1 С/П — высвечивается 1  
 2 С/П, 0 С/П — высвечивается 2  
 0 С/П, 1 С/П — высвечивается 3  
 0 С/П, 0 С/П — высвечивается 4
3. БП 16 С/П — высвечивается  $K=8.3333333-02$
4. С/П — высвечивается  $t=1.0954451$ .

### 10.7. Одновременное вычисление коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендэла

По приведенной ниже программе можно сразу вычислить коэффициенты корреляции рангов Спирмена и

Кендэла. Правда, эти коэффициенты можно вычислить только в том случае, если число вариантов в данной выборке не менее 10. В этом случае:

$$K = \frac{2\rho}{3},$$

где  $K$  — коэффициент корреляции рангов Кендэла;  $\rho$  — коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Для проведения расчетов следует составить таблицу, как в контрольном примере раздела 10.5. Расчеты проводятся по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх 0Г; 01. x→П 0 40; 02. x→П 4 44; 03. С/П 50; 04. С/П 50; 05. — 11; 06. F x<sup>2</sup> 22; 07. П→x 0 60; 08. + 10; 09. x→П 0 40; 10. К П→x 4 Г4; 11. П→x 4 64; 12. БП 51; 13. 03 03; 14. 1 01; 15. П→x 0 60; 16. 6 06; 17. × 12; 18. П→x 4 64; 19. F x<sup>2</sup> 22; 20. 1 01; 21. — 11; 22. П→x 4 64; 23. × 12; 24. ÷ 13; 25. — 11; 26. x→П 1 41; 27. С/П 50; 28. 2 02; 29. × 12; 30. 3 03; 31. ÷ 13; 32. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести попарно через С/П  $R_x$  и  $R_y$   
 $R_{x_1}$  С/П,  $R_{y_1}$  С/П — высветится 1  
 $R_{x_2}$  С/П,  $R_{y_2}$  С/П — высветится 2  
 . . . . .  
 $R_{x_n}$  С/П,  $R_{y_n}$  С/П — высветится n
3. Набрать БП 14 С/П — высветится показатель  $\rho$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $K$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x	y	$R_x$	$R_y$
3	2.2	1	2
4.2	1.5	2	1
4.6	4.0	3	4
7	3.7	4	3

1. В/0 С/П — высвечивается 0
2. 1 С/П, 2 С/П — высвечивается 1  
2 С/П, 1 С/П — высвечивается 2  
3 С/П, 4 С/П — высвечивается 3  
4 С/П, 3 С/П — высвечивается 4
3. БП 14 С/П — высвечивается  $\rho=6-01$
4. С/П — высвечивается  $K=4-01$ .

## Глава 11

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ФАРМАКОЛОГИИ И ТОКСИКОЛОГИИ (МЕТОДЫ АЛЬТЕРНАТИВНОГО АНАЛИЗА)

---

В фармакологических и токсикологических исследованиях при анализе действия различных препаратов необходимо рассчитывать эффективные дозы, действующие в 50% случаев ( $ED_{50}$ ), а также  $ED_{16}$  и  $ED_{84}$  и токсические дозы:  $LD_{16}$ ,  $LD_{50}$ ,  $LD_{84}$  и  $LD_{100}$ . Кроме того, принято для  $LD_{50}$  и  $ED_{50}$  находить стандартную ошибку показателя.

На практике эти величины часто рассчитывают по методам Беренса, Кербера, Першина, Беренса и Шлоссер, а также графически, используя методы пробит-анализа с помощью большого набора номограмм [Беленький М. Л., 1963]. Между тем все эти методы не дают точной информации, метод пробит-анализа более точен, но крайние показатели ( $LD_{16}$  и  $LD_{84}$ ) часто оказываются смещенными. Самым точным методом расчета этих показателей является метод наименьших квадратов с использованием пробит-анализа. Однако и он не лишен недостатков: очень громоздкий, необходимо проводить большое количество сложных расчетов, поэтому используется редко. Программирование данного метода для микрокалькулятора позволит использовать его более широко. В токсикологических исследованиях необходимо также рассчитывать и коэффициент кумуляции, чтобы определить, кумулирует препарат или к нему возникает привыкание.

**11.1. Вычисление  $ED_{16}$ ,  $ED_{50}$  и  $ED_{84}$   
или  $LD_{16}$ ,  $LD_{50}$  и  $LD_{84}$  методом наименьших  
квадратов с использованием пробит-анализа**

Вычисление этих доз по методу наименьших квадратов с использованием пробит-анализа достаточно подробно описано в литературе [Прозоровский В. Б., 1962; Бесмертный Б. С., 1967; Сепетлиев Д., 1968].

Не вдаваясь в подробности этого анализа, приведем способ расчета  $LD_{16}$ ,  $LD_{50}$  и  $LD_{84}$ . Для построения линии регрессии по методу наименьших квадратов с использованием данных эксперимента  $y = a + bx$  (11.1) (см. главу 8). Как известно, при пробит-анализе доза  $LD_{16}$  соответствует пробите 4, доза  $LD_{50}$  — пробите 5, а доза  $LD_{84}$  — пробите 6. Эти цифры подставляют вместо величины  $x$ , а показатели  $a$  и  $b$  рассчитывают по формулам:

$$b = \frac{\sum xyz \sum z - \sum xz \sum yz}{\sum z \sum x^2 z - (\sum xz)^2} \quad (11.2)$$

$$a = \frac{\sum yz - b(\sum xz)}{\sum z} \quad (11.3)$$

Расчеты производят следующим образом. Исследователь должен получить результаты экспериментов на животных, которым вводили различные возрастающие дозы препаратов. Следует использовать дозы, от которых не погибает ни одно животное (или препарат не действует ни на одно животное) и от которых гибнут все животные (или препарат действует на всех животных) данной группы. В каждой группе может быть любое количество животных (не менее трех), интервалы между дозами тоже необязательно должны быть одинаковыми.

Полученные результаты заносят в таблицу, в которой в 1-й колонке  $x$  — дозы изучаемого препарата в миллиграммах на 1 кг массы тела животного, во 2-й колонке — результаты исследования, при этом в числителе — число животных, на которых препарат оказал действие (например, животные погибли), а в знаменателе — количество животных, которым вводили препарат, т. е. количество животных в данной группе. В 3-ю колонку  $y$  записывают показатель эффективности препарата, выраженный в пробитах. Его находят по табл. 11 приложения, в которой по вертикали — число животных в группе, по горизонтали — число животных, у которых отмечено действие препарата. В 4-ю колонку  $z$  заносят «весомость» каждой

пробиты, значения которой находят в табл. 12 приложения. Затем полученные показатели  $x$ ,  $y$  и  $z$  вводят в микрокалькулятор. Для примера приводим табл. 11.1 с данными изучения действия препарата ЛК-37 на крыс.

Таблица 11.1. Результаты исследования токсичности препарата ЛК-37 в опытах на крысах

Доза препарата, мг/кг $x$	Результаты исследования	Эффект в пробитах $y$	«Весовой» коэффициент пробит $z$
600	0/6	3,27	1,6
700	1/7	3,93	3,2
850	4/7	5,18	4,8
900	5/6	5,97	3,5
1000	6/6	6,73	1,6

Расчет производят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. Сх 0Г; 01.  $x \rightarrow$  П 4 44; 02.  $x \rightarrow$  П 5 45; 03.  $x \rightarrow$  П 6 46; 04.  $x \rightarrow$  П 7 47; 05.  $x \rightarrow$  П 8 48; 06. С/П 50; 07.  $x \rightarrow$  П 1 41; 08. С/П 50; 09.  $x \rightarrow$  П 2 42; 10 С/П 50; 11.  $x \rightarrow$  П 3 43; 12. П  $\rightarrow$  х 4 64; 13. + 10; 14.  $x \rightarrow$  П 4 44; 15. П  $\rightarrow$  х 1 61; 16. П  $\rightarrow$  х 2 62; 17. П  $\rightarrow$  х 3 63; 18.  $\times$  12; 19.  $\times$  12; 20. П  $\rightarrow$  х 8 68; 21. + 10; 22.  $x \rightarrow$  П 8 48; 23. П  $\rightarrow$  х 1 61; 24. П  $\rightarrow$  х 3 63; 25.  $\times$  12; 26. П  $\rightarrow$  х 5 65; 27. + 10; 28.  $x \rightarrow$  П 5 45; 29. П  $\rightarrow$  х 3 63; 30. П  $\rightarrow$  х 1 61; 31. **F**  $x^2$  22; 32.  $\times$  12; 33. П  $\rightarrow$  х 6 66; 34. + 10; 35.  $x \rightarrow$  П 6 46; 36. П  $\rightarrow$  х 3 63; 37. П  $\rightarrow$  х 2 62; 38.  $\times$  12; 39. П  $\rightarrow$  х 7 67; 40. + 10; 41.  $x \rightarrow$  П 7 47; 42. **Б**П 51; 43. 06 06; 44. П  $\rightarrow$  х 4 64; 45. П  $\rightarrow$  х 8 68; 46.  $\times$  12; 47. П  $\rightarrow$  х 5 65; 48. П  $\rightarrow$  х 7 67; 49.  $\times$  12; 50. — 11; 51. П  $\rightarrow$  х 6 66; 52. П  $\rightarrow$  х 4 64; 53.  $\times$  12; 54. П  $\rightarrow$  х 5 65; 55. **F**  $x^2$  22; 56. — 11; 57.  $\div$  13; 58.  $x \rightarrow$  П 9 49; 59. П  $\rightarrow$  х 7 67; 60. П  $\rightarrow$  х 5 65; 61. П  $\rightarrow$  х 9 69; 62.  $\times$  12; 63. — 11; 64. П  $\rightarrow$  х 4 64; 65.  $\div$  13; 66.  $x \rightarrow$  П 0 40; 67. 4 04; 68.  $\leftrightarrow$  14; 69. — 11; 70. П  $\rightarrow$  х 9 69; 71.  $\div$  13; 72. С/П 50; 73. 5 05; 74. П  $\rightarrow$  х 0 60; 75. — 11; 76. П  $\rightarrow$  х 9 69; 77.  $\div$  13; 78. С/П 50; 79. 6 06; 80. П  $\rightarrow$  х 0 60; 81. — 11; 82. П  $\rightarrow$  х 9 69; 83.  $\div$  13; 84. С/П 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0 С/П — высветится 0

- Ввести по порядку через С/П дозу препарата (x), эффект в пробитах (y) и «весовой» коэффициент пробит z  
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П,  $z_1$  С/П  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П,  $z_2$  С/П

$x_n$  С/П,  $y_n$  С/П,  $z_n$  С/П — высветится n

- Набрать БП 44 С/П — высветится показатель ЛД<sub>16</sub>
- Набрать С/П — высветится показатель ЛД<sub>50</sub>
- Набрать С/П — высветится показатель ЛД<sub>84</sub>
- Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работы продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

x	y	z
600	3,27	1,6
850	5,18	4,8
1000	6,73	1,6

- В/0 С/П — высвечивается 0
- 600 С/П, 3, 27 С/П, 1,6 С/П,  
850 С/П, 5,18 С/П, 4,8 С/П,  
1000 С/П, 6,73 С/П, 1,6 С/П
- БП 44 С/П — высвечивается ЛД<sub>16</sub> = 699.14625
- С/П — высвечивается ЛД<sub>50</sub> = 817.24528
- С/П — высвечивается ЛД<sub>84</sub> = 935.34432.

### 11.2. Вычисление стандартной ошибки ЛД<sub>50</sub>

Зная ЛД<sub>16</sub> и ЛД<sub>84</sub>, можно рассчитать стандартную ошибку ЛД<sub>50</sub> по формуле:

$$S_{\text{ЛД}_{50}} = \frac{\text{ЛД}_{84} - \text{ЛД}_{16}}{\sqrt{2N}},$$

где N — количество животных в группах, использованных для испытания доз, которые находятся в пределах значений пробитов от 3,5 до 6,5. Расчет стандартной ошибки ЛД<sub>50</sub> возможен по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. С/П 50; 01. — 11; 02. С/П 50; 03. В↑ 0E; 04. 2 02; 05. × 12; 06. F√ 21; 07. ÷ 13; 08. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

- Набрать В/0



2. Набрать ЛД<sub>84</sub> С/П, ЛД<sub>16</sub> С/П
3. Набрать N — высветится S<sub>ЛД<sub>50</sub></sub>
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

ЛД<sub>16</sub> — 699; ЛД<sub>84</sub> — 935; N — 12; S<sub>ЛД<sub>50</sub></sub> = 48.173299.

### 11.3. Вычисление ЛД<sub>16</sub>, ЛД<sub>50</sub>, ЛД<sub>84</sub>, ЛД<sub>100</sub> и S<sub>ЛД<sub>50</sub></sub>

Приводим программу, которая позволяет сразу рассчитать по методу наименьших квадратов с использованием пробит-анализа ЛД<sub>16</sub>, ЛД<sub>50</sub>, ЛД<sub>84</sub>, а также используемый в токсикологии показатель ЛД<sub>100</sub> и стандартную ошибку ЛД<sub>50</sub> (S<sub>ЛД<sub>50</sub></sub>). Расчет ЛД<sub>16</sub>, ЛД<sub>50</sub> и ЛД<sub>84</sub> производится по формулам 11.1; 11.2; 11.3, стандартную ошибку ЛД<sub>50</sub> рассчитывают по формуле 11.4, а ЛД<sub>100</sub> — по формуле:

$$ЛД_{100} = ЛД_{84} + \frac{ЛД_{84} - ЛД_{50}}{2}.$$

Перед расчетами следует полученные данные свести в табл. 11.1 с использованием соответствующих таблиц приложения. Затем производят расчет по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. Сx 0Г; 01. К x → П В ↑ LE; 02. FL 0 5Г; 03. 01 01; 04. С/П 50; 05. x → П 7 47; 06. С/П 50; 07. x → П 8 48; 08. С/П 50; 09. x → П 9 49; 10. × 12; 11. В ↑ 0E; 12. П → x 4 64; 13. + 10; 14. x → П 4 44; 15. FQ 25; 16. × 12; 17. П → x 3 63; 18. + 10; 19. x → П 3 43; 20. П → x 9 69; 21. П → x 1 61; 22. + 10; 23. x → П 1 41; 24. П → x 9 69; 25. П → x 7 67; 26. × 12; 27. В ↑ 0E; 28. П → x 2 62; 29. + 10; 30. x → П 2 42; 31. ↔ 14; 32. П → x 7 67; 33. × 12; 34. П → x 5 65; 35. + 10; 36. x → П 5 45; 37. К П → x 6 Г6; 38. П → x 6 66; 39. БП 51; 40. 04 04; 41. П → x 3 63; 42. П → x 1 61; 43. × 12; 44. П → x 2 62; 45. П → x 4 64; 46. × 12; 47. — 11; 48. П → x 1 61; 49. П → x 5 65; 50. × 12; 51. П → x 2 62; 52. Fx<sup>2</sup> 22; 53. — 11; 54. ÷ 13; 55. x → П 7 47; 56. П → x 4 64; 57. ↔ 14; 58. П → x 2 62; 59. × 12; 60. — 11; 61. П → x 1 61; 62. ÷ 13; 63. x → П 8 48; 64. 4 04; 65. x → П 0 40; 66. ПП 53; 67. 91 91; 68. 5 05; 69. ПП 53; 70. 91 91; 71. 6 06; 72. ПП 53; 73. 91 91; 74. П → x 1 61; 75.

$P \rightarrow x$  2 62; 76. — 11; 77. 2 02; 78.  $\div$  13; 79.  $P \rightarrow x$  1 61; 80. + 10; 81. С/П 50; 82.  $P \rightarrow x$  1 61; 83.  $P \rightarrow x$  3 63; 84. — 11; 85.  $\leftrightarrow$  14; 86. 2 02; 87.  $\times$  12; 88. F $\sqrt$  21; 89.  $\div$  13; 90. С/П 50; 91.  $P \rightarrow x$  8 68; 92. — 11; 93.  $P \rightarrow x$  7 67; 94.  $\div$  13; 95. К  $x \rightarrow P$  0 L0; 96. С/П 50; 97. В/0 52; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать 6,  $x \rightarrow P$  0, В/0 С/П — высветится 0
2. Ввести построчно данные таблицы ( $x$ ,  $y$  и  $z$ )  
 $x_1$  С/П,  $y_1$  С/П,  $z_1$  С/П — высвечивается 1  
 $x_2$  С/П,  $y_2$  С/П,  $z_2$  С/П — высвечивается 2  
 $\dots$   
 $x_n$  С/П,  $y_n$  С/П,  $z_n$  С/П — высвечивается  $n$
3. Набрать БП 41 С/П — высвечивается показатель ЛД<sub>16</sub>
4. Набрать С/П — высветится показатель ЛД<sub>50</sub>
5. Набрать С/П — высветится показатель ЛД<sub>84</sub>
6. Набрать С/П — высветится показатель ЛД<sub>100</sub>
7. Набрать число  $N$  С/П — высветится  $S_{ЛД_{50}}$
8. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
 Для микрокалькуляторов МК-61 и МК-62 п. 1 должен быть таким:
  1. Набрать  $Sx$ ,  $x \rightarrow P$  0,  $x \rightarrow P$  1,  $x \rightarrow P$  2,  $x \rightarrow P$  3,  $x \rightarrow P$  4,  $x \rightarrow P$  5,  $x \rightarrow P$  6, БП 04.

### Контрольный пример:

Тот же, что и в разделе 11.1;  $N = 12$ .

1. 6  $x \rightarrow P$  0, В/0 С/П — высвечивается 0
2. 600 С/П, 3,27 С/П, 1,6 С/П — высвечивается 1  
 850 С/П, 5,18 С/П, 4,8 С/П — высвечивается 2  
 1000 С/П, 6,73 С/П, 1,6 С/П — высвечивается 3
3. БП 41 С/П — высвечивается ЛД<sub>16</sub> = 699.14625
4. С/П — высвечивается ЛД<sub>50</sub> = 817.24528
5. С/П — высвечивается ЛД<sub>84</sub> = 935.34432
6. С/П — высвечивается ЛД<sub>100</sub> = 994.39384
7. 12 С/П — высвечивается  $S_{ЛД_{50}}$  = 48.213729.

## 11.4. Вычисление коэффициента кумуляции

В практике токсикологических исследований необходимо проводить оценку кумулятивного действия различных химических соединений. Для этого животным вводят ежедневно или 5—6 раз в неделю препарат в дозе 1/10 ЛД<sub>50</sub>. Каждую неделю дозу увеличивают в 1,5—2

раза, при этом отмечают гибель животных. Результаты экспериментов заносят в таблицу (см. табл. 11.1). В колонку  $x$  вписывают суммарную дозу, которую получили животные за все время опыта. Во 2-ю колонку записывают число животных, погибших от этой дозы (числитель), и общее количество животных в группе (знаменатель). В число погибших от данной дозы животных входят также животные, погибшие от меньших доз, так как если они погибли от меньших доз, значит, наверняка, погибли бы и от данной дозы. В 3-ю колонку  $y$  записывают эффект действия препарата, выраженный в пробитах. Эти данные получают из табл. 11 приложения. В 4-й колонке  $z$  записывают «весовой» коэффициент пробитов, занесенных в колонку  $y$ . Данные берут из табл. 12 приложения. На основании этих данных рассчитывают по программе, приведенной в разделе 11.1, показатели токсичности при многократном введении препарата  $ЛД_{16}^n$ ,  $ЛД_{50}^n$  и  $ЛД_{84}^n$ . С учетом научных данных и на основании данных об острой токсичности, т. е. токсичности препарата при его однократном введении  $ЛД_{16}^1$ ,  $ЛД_{50}^1$  и  $ЛД_{84}^1$ , рассчитывают коэффициент кумуляции  $K$  по формуле:

$$K = \frac{ЛД_{50}^1 \cdot S_1}{ЛД_{50}^n \cdot S_n},$$

$$S_1 = \frac{\frac{ЛД_{84}^1}{ЛД_{50}^1} + \frac{ЛД_{50}^1}{ЛД_{16}^1}}{2},$$

$$S_n = \frac{\frac{ЛД_{84}^n}{ЛД_{50}^n} + \frac{ЛД_{50}^n}{ЛД_{16}^n}}{2}.$$

Чем больше единицы величина коэффициента кумуляции, тем выраженнее кумулятивные свойства исследуемых соединений. Если  $K < 1$ , это указывает на развитие привыкания [Сидоров К. К., 1968]. Рассчитать коэффициент кумуляции можно по приведенной ниже программе на основании показателей  $ЛД_{16}^1$ ,  $ЛД_{84}^1$  и  $ЛД_{50}^1$ , а также  $ЛД_{16}^n$ ,  $ЛД_{84}^n$  и  $ЛД_{50}^n$ .

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 1 41; 01. С/П 50; 02.  $\times$  12; 03. С/П 50; 04. **F**  $x^2$  22; 05. + 10; 06. П  $\rightarrow$  x 1 61; 07.  $\div$  13; 08. С/П 50; 09.  $x \rightarrow$  П 2 42; 10.  $\times$  12; 11.  $x \rightarrow$  П 3 43; 12. С/П 50; 13.

П → х 2 62; 14. × 12; 15. С/П 50; 16. F x<sup>2</sup> 22; 17. + 10; 18.  
П → х 3 63; 19. ↔ 14; 20. ÷ 13; 21. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать ЛД<sub>16</sub><sup>1</sup> С/П, ЛД<sub>84</sub><sup>1</sup> С/П, ЛД<sub>50</sub><sup>1</sup> С/П
3. Набрать ЛД<sub>16</sub><sup>n</sup> С/П, ЛД<sub>84</sub><sup>n</sup> С/П, ЛД<sub>50</sub><sup>n</sup> С/П — высветится показатель К
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

ЛД<sub>16</sub><sup>1</sup> — 2; ЛД<sub>84</sub><sup>1</sup> — 3; ЛД<sub>50</sub><sup>1</sup> — 4; ЛД<sub>16</sub><sup>n</sup> — 5; ЛД<sub>84</sub><sup>n</sup> — 6;  
ЛД<sub>50</sub><sup>n</sup> — 7; К = 6.9620253 — 01.

Обозначения: ЛД<sub>16</sub><sup>1</sup> — однократные введения;  
ЛД<sub>16</sub><sup>n</sup> — хронические введения.

## Глава 12

### РАСЧЕТЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В РАБОТЕ ПРАКТИЧЕСКОГО ВРАЧА — ОРГАНИЗАТОРА ЗДРАВООХРАНЕНИЯ

---

В работе практического врача, врача поликлиники и особенно организатора здравоохранения приходится часто иметь дело с вычислением различных показателей, характеризующих здоровье населения, заболеваемость, рождаемость, смертность, различные показатели работы медицинских кадров и т. д. Если учесть, что при этом приходится иметь дело с большими цифрами, станет понятной необходимость оптимизации труда медицинских работников, занимающихся этими расчетами. С помощью программируемого микрокалькулятора можно значительно облегчить эту работу, повысив ее точность.

#### 12.1. Вычисление процентов

Наиболее часто врачу приходится рассчитывать процентное содержание того или иного явления от общей совокупности. Расчеты проводятся по формуле:

$$K = \frac{a}{b} \cdot 100,$$

где  $K$  — необходимый показатель;  $a$  — количество случаев, которые необходимо выразить в процентах;  $b$  — общее количество случаев, принимаемое за 100%. По приводимой ниже программе можно рассчитать многие показатели.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 2 02; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. ÷ 13; 06. **C П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать число  $a$  **C/П**
3. Набрать число  $b$  **C/П** — высветится показатель  $K$
4. Для дальнейшей работы набрать **Cx** и расчеты продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$a$  — 35;  $b$  — 70;  $K = 50\%$ .

## 12.2. Расчеты промилле

В практике врача — организатора здравоохранения нередко приходится рассчитывать количество тех или иных признаков от общей совокупности их в пересчете на 1000. Выражают такие показатели в промилле. Общая формула для их расчетов:

$$K = \frac{a}{b} \cdot 1000,$$

где  $K$  — рассчитываемый показатель;  $a$  — число явлений, встречающихся в данной среде;  $b$  — общая численность среды.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 3 03; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. ÷ 13; 06. **C/П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать число  $a$  **C/П**
3. Набрать число  $b$  **C/П** — высветится искомый показатель  $K$
4. Для дальнейшей работы набрать **Cx** и расчеты продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**  
a—35; b—70; K=500‰.

### 12.3. Расчет коэффициентов распространения отдельных болезней или классов болезней среди всего населения или отдельных его групп

Этот показатель обычно рассчитывают на 10 000 населения. Поэтому расчет проводят по формуле:

$$K = \frac{a}{b} \cdot 10\,000,$$

где K — искомый показатель; a — число случаев заболевания; b — средняя численность населения.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 4 04; 02. F 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. ÷ 13; 06. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать число a С/П
3. Набрать число b С/П — высветится искомый показатель K
4. Для дальнейшей работы набрать Сx и расчеты продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**  
a — 35; b — 70; K=5000

### 12.4. Расчет годового показателя смертности с учетом причины смерти

Этот показатель обычно рассчитывают на 100 000 населения по формуле:

$$K = \frac{a}{b} \cdot 100\,000,$$

где K — годовой показатель смертности; a — число умерших от данной причины среди населения данной территории; b — среднегодовая численность населения на данной территории.

По этой же формуле рассчитывают коэффициент распространения редко встречающихся заболеваний.

## Программа

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 5 05; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. ÷ 13; 06. **C/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать число **a C/П**
3. Набрать число **b C/П** — высветится искомый показатель **K**
4. Для дальнейшей работы набрать **Cx** и расчеты продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

**a** — 35; **b** — 70; **K** = 50 000.

## 12.5. Расчет показателя детской смертности

В случаях больших различий в рождаемости в двух смежных годах расчет показателя детской смертности проводят по формуле:

$$K = \frac{a}{\frac{2}{3}b + \frac{1}{3}c} \cdot 1000, \quad (12.1)$$

где **K** — показатель детской смертности; **a** — число умерших детей в возрасте до 1 года в данном году; **b** — количество родившихся в данном году; **c** — количество родившихся в предыдущем году.

Расчет производят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 3 03; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. 2 02; 05. **V**↑ 0E; 06. 3 03; 07. ÷ 13; 08. **C/П** 50; 09. × 12; 10. **C/П** 50; 11. **V**↑ 0E; 12. 3 03; 13. **F** 1/x 23; 14. × 12; 15. + 10; 16. ÷ 13; 17. **C/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать число **a C/П**
3. Набрать число **b C/П**
4. Набрать число **c C/П** — высветится показатель **K**
5. Для дальнейшей работы набрать **Cx** и расчеты продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

**a** — 10; **b** — 6; **c** — 12; **K** = 1250.

Вместе с тем приведенная формула 12.1 используется очень часто, но она не совсем точна, так как из умерших в этом году не обязательно  $\frac{1}{3}$  родилась в прошлом году. Поэтому для учета точного соотношения правильнее применять другую формулу, после упрощения имеющую вид:

$$K = \frac{1000a^2}{bd + ce},$$

где  $a$  — умерло детей в возрасте до 1 года в этом году;  $b$  — из них родились в прошлом году;  $c$  — из них родились в этом году;  $d$  — всего родилось детей в прошлом году;  $e$  — всего родилось детей в этом году.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. F  $x^2$  22; 01. 3 03; 02. F  $10^x$  15; 03.  $\times$  12; 04.  $x \rightarrow$  П 1 41; 05. C/П 50; 06.  $V \uparrow$  0E; 07. C/П 50; 08.  $\times$  12; 09.  $x \rightarrow$  П 2 42; 10. C/П 50; 11.  $V \uparrow$  0E; 12. C/П 50; 13.  $\times$  12; 14. П  $\rightarrow$  x 2 62; 15. + 10; 16. П  $\rightarrow$  x 1 61; 17.  $\leftrightarrow$  14; 18.  $\div$  13; 19. C/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $a$  C/П,  $b$  C/П,  $d$  C/П,  $c$  C/П,  $e$  C/П — высветится  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$a = 5$ ;  $b = 3$ ;  $c = 2$ ;  $d = 35$ ;  $e = 40$ ;  $K = 135.13513$ .

### 12.6. Вычисление процента смертности детей первого месяца жизни по отношению ко всей детской смертности

Для нахождения этого показателя сначала вычисляют показатель детской смертности (см. формулу 12.1), затем рассчитывают смертность детей первого месяца жизни. Зная показатели, можно рассчитать процент смертности детей первого месяца жизни по отношению ко всей детской смертности. После объединения всех этих формул получается, что процент смертности детей первого месяца жизни по отношению ко всей детской смертности можно найти по формуле:

$$K = \frac{100a(c + 2b)}{3bd},$$



где  $K$  — процент смертности детей первого месяца жизни по отношению ко всей детской смертности;  $a$  — количество умерших детей в возрасте до 1 мес;  $b$  — количество родившихся в этом году;  $c$  — количество родившихся в предыдущем году;  $d$  — количество умерших детей в возрасте до 1 года.

Этот показатель можно рассчитать по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00. **V**↑ 0E; 01. 2 02; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. **x**→**П** 1 41; 06. 2 02; 07. × 12; 08. **C/П** 50; 09. + 10; 10. × 12; 11. **C/П** 50; 12. **П**→**x** 1 61; 13. 3 03; 14. × 12; 15. × 12; 16. ÷ 13; 17. **C/П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать  $V/0$
2. Набрать  $a$  **C/П**,  $b$  **C/П**,  $c$  **C/П**,  $d$  **C/П** — высветится показатель  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать  $Sx$  и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$a$  — 3;  $b$  — 18;  $c$  — 5;  $d$  — 19;  $K = 11.988304$ .

### 12.7. Вычисление коэффициента перинатальной смертности

Коэффициент перинатальной смертности вычисляют по формуле:

$$K = \frac{a + b}{c} \cdot 1000,$$

где  $K$  — коэффициент перинатальной смертности;  $a$  — число родившихся мертвыми;  $b$  — число умерших в первую неделю жизни;  $c$  — общее число родившихся (живыми и мертвыми).

#### ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00. **V**↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. + 10; 03. **C/П** 50; 04. ÷ 13; 05. 3 30; 06. **F** 10<sup>x</sup> 15; 07. × 12; 08. **C/П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать  $V/0$
2. Набрать  $a$  **C/П**,  $b$  **C/П**,  $c$  **C/П**, высветится показатель  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать  $Sx$  и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$a = 5$ ;  $b = 10$ ;  $c = 20$ ;  $K = 750$ .

### 12.8. Вычисление показателей постнеонатальной смертности

Под постнеонатальной смертностью понимают смертность детей в возрасте старше 1 мес до 1 года и вычисляют ее по формуле:

$$K = \frac{a}{b-c} \cdot 1000,$$

где  $K$  — искомый показатель;  $a$  — число детей, умерших в возрасте от 28 дней до 1 года;  $b$  — число родившихся детей;  $c$  — число умерших в первые 28 дней жизни.

Вычисляют показатель по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 1 41; 01. С/П 50; 02.  $V \uparrow$  0E; 03. С/П 50;  
04. — 11; 05. П  $\rightarrow$  x 1 61; 06.  $\leftrightarrow$  14; 07.  $\div$  13; 08. 3 03; 09.  
F  $10^x$  15; 10.  $\times$  12; 11. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать V/0
2. Набрать  $a$  С/П,  $b$  С/П,  $c$  С/П — высветится показатель  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$a = 15$ ;  $b = 100$ ;  $c = 20$ ;  $K = 187.5$ .

### 12.9. Вычисление показателя смертности детей старше 1 года

Этот показатель принято рассчитывать по формуле:

$$K = \frac{a-b}{c-d} \cdot 1000,$$

где  $K$  — искомый показатель;  $a$  — общее число умерших;  $b$  — число умерших в возрасте до 1 года;  $c$  — общая численность населения;  $d$  — общее число родившихся.

Расчет этого показателя производят по следующей программе.

## ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. С/П 50; 02. — 11; 03. 3 03; 04. F-10<sup>x</sup>  
15; 05. × 12; 06. С/П 50; 07. С/П 50; 08. — 11; 09. ÷ 13;  
10. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать а С/П, b С/П, с С/П, d С/П — высветится по-казатель К
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

а — 5; b — 2; с — 6; d — 3; К = 1000.

### 12.10. Расчет средней годовой нагрузки за 1 ч работы участкового педиатра

Этот показатель рассчитывают по формуле:

$$K = \frac{a}{bcd},$$

где К — показатель годовой нагрузки за 1 ч, а — общее число посещений участковых педиатров; b — число участковых педиатров; с — число дней работы в году; d — число часов работы в день.

Рассчитать этот показатель можно по следующей программе.

## ПРОГРАММА

Ф ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. С/П 50; 02. С/П 50; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. × 12; 06. ÷ 13; 07. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать а С/П, b С/П, с С/П, d С/П — высветится по-казатель К
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

а — 1000; b — 2; с — 50; d — 5; К = 2.

## 12.11. Вычисление общего процента ошибок в определении срока родов

Частоту ошибок в определении сроков родов, своевременности предоставления дородового отпуска определяют по формуле:

$$K = \frac{a + b}{c} \cdot 100,$$

где  $K$  — процент ошибок в определении срока родов;  $a$  — число женщин, родивших на 15 дней и более раньше установленного консультацией срока;  $b$  — число женщин, родивших позже установленного срока на 15 дней и более;  $c$  — число родивших женщин, имевших дородовой отпуск.

Расчеты производят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. + 10; 03. 2 02; 04. **F** 10<sup>x</sup> 15; 05. × 12; 06. **C П** 50; 07. ÷ 13; 08. **C/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать  $a$  **C/П**,  $b$  **C/П**,  $c$  **C/П** — высветится показатель  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$a = 5$ ;  $b = 10$ ;  $c = 15$ ;  $K = 100$ .

## 12.12. Вычисление показателя частоты окончания беременности родами

Этот показатель рассчитывают по формуле:

$$K = \frac{a}{a + b} \cdot 100,$$

где  $K$  — изучаемый показатель;  $a$  — число женщин, у которых беременность закончилась родами;  $b$  — число женщин, у которых беременность закончилась абортми.

Рассчитать этот показатель по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. + 10; 03. ÷ 13; 04. 2 02; 05. **F** 10<sup>x</sup> 15; 06. × 12; 07. **C/П** 50; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать а С/П, в С/П — высветится показатель К
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

а — 5; в — 3; К = 62,5.

### 12.13. Вычисление показателя частоты осложнений в родах

Этот показатель рассчитывают по формуле:

$$K = \frac{a}{b + c} \cdot 100,$$

где К — показатель частоты осложнений в родах в процентах; а — число родильниц, имевших осложнения в родах; в — число принятых родов; с — число поступивших женщин, родивших вне родильного отделения.

Расчет этого показателя проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 2 02; 02. F 10× 15; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. С/П 50; 06. + 10; 07. ÷ 13; 08. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать а С/П, в С/П, с С/П — высветится показатель К
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример.

а — 5; в — 3; с — 2; К = 100.

### 12.14. Расчет потребности населения в амбулаторно-поликлиническом обслуживании

Этот показатель можно рассчитать по формуле:

$$K = ab + c + d,$$

где К — потребность в поликлинической помощи (число посещений к врачу на 1000 населения); а — заболеваемость (обращаемость на 1000 населения); в — коэффи-

циент повторности посещений с лечебной целью на одно заболевание по данной специальности; с — число диспансерных посещений в связи с заболеваемостью; d — число посещений по профилактическому обслуживанию.

Расчет можно произвести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. **×** 12; 03. **C/П** 50; 04. **+** 10; 05. **C/П** 50; 06. **+** 10; 07. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **a C/П, b C/П, c C/П, d C/П** — высветится показатель **K**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

Контрольный пример:

**a** — 2; **b** — 3; **c** — 5; **d** — 9; **K** = 20.

### 12.15. Расчет потребности населения в стационарной помощи

Этот показатель в целом и по отдельным специальностям рассчитывают по формуле:

$$K = \frac{abc}{d \cdot 100},$$

где **K** — потребное количество среднегодовых коек на 1000 населения; **a** — уровень обращаемости на 1000 населения; **b** — процент госпитализации или процент отбора на койку из числа обратившихся; **c** — средняя продолжительность пребывания больного на койке; **d** — среднегодовая занятость койки.

Расчет этого показателя производят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. **×** 12; 03. **C/П** 50; 04. **×** 12; 05. **C/П** 50; 06. **÷** 13; 07. **2** 02; 08. **F** 10<sup>x</sup> 15; 09. **÷** 13; 10. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **a C/П, b C/П, c C/П, d C/П** — высветится показатель **K**

3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

a — 20; b — 30; c — 40; d — 24; K = 10.

### **12.16. Вычисление коэффициента естественного прироста населения**

Этот показатель вычисляют по формуле:

$$K = \frac{a - b}{c} \cdot 1000,$$

где K — коэффициент естественного прироста населения, ‰; a — число родившихся; b — число умерших; c — среднегодовая численность населения.

Расчет производят по следующей программе.

#### **ПРОГРАММА**

F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. С/П 50; 02. — 11; 03. С/П 50; 04. ÷ 13; 05. з 03; 06. F 10<sup>x</sup> 15; 07. × 12; 08. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0

2. Набрать a С/П, b С/П, c С/П — высветится показатель K

3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

a — 6; b — 5; c — 20; K = 50.

## **Глава 13**

### **РАСЧЕТ НЕКОТОРЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПУЛЬМОНОЛОГИИ**

---

В данном разделе приведены методы расчетов основных легочных объемов, показателей легочной вентиляции, газообмена, перевод легочных объемов из одной системы в другую (из ATPS в BTPS и STPD), вычисление некоторых должных показателей легочных объемов. Все эти расчеты часто приходится производить работникам кабинетов функциональной диагностики. Програм-

мируемый микрокалькулятор поможет упростить эти расчеты, повысить их точность и даст возможность интенсифицировать работу соответствующих кабинетов.

### 13.1. Расчет величины дыхательного (легочного) объема в ВTPS по соответствующему показателю, полученному в АTPS

В обычных лабораторных условиях при исследовании дыхательного объема получают показатели в АTPS, т. е. при температуре и давлении окружающей среды и при полном насыщении газа водяными парами. Однако для стандартизованной оценки этот показатель необходимо перевести в ВTPS, т. е. найти его значения при температуре 37°C, данном атмосферном давлении и данном насыщении водяными парами.

Перевод показателей из одной системы в другую обычно делают с помощью различных номограмм, однако с большей точностью это можно сделать путем перерасчета. Перевод дыхательного объема, полученного в АTPS, к объему в ВTPS можно сделать по формуле:

$$ЛО_{ВTPS} = ЛО_{АTPS} \cdot \frac{273 + 37}{273 + t} \cdot \frac{P - e}{P - 47} \quad (13.1)$$

где ЛО — соответствующий дыхательный объем; 37 — температура тела, °С;  $t$  — температура комнатного воздуха, °С;  $P$  — барометрическое давление, мм рт. ст.;  $e$  — упругость водяного пара, насыщающего газ при данной комнатной температуре, мм рт. ст.; 47 — давление пара, насыщающего воздух при температуре 37°C, мм рт. ст.

Данные сложные расчеты лучше всего выполнить по приведенной ниже программе.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 2 02; 02. 7 07; 03. 3 03; 04. + 10; 05. 3 03; 06. 1 01; 07. 0 00; 08. ↔ 14; 09. ÷ 13; 10. **x**→П 1 41; 11. **C/П** 50; 12. **V**↑ 0E; 13. **V**↑ 0E; 14. **C/П** 50; 15. — 11; 16. ↔ 14; 17. 4 04; 18. 7 07; 19. — 11; 20. ÷ 13; 21. **П**→**x** 1 61; 22. × 12; 23. **C/П** 50; 24. × 12; 25. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать  $t$  **C/П**,  $P$  **C/П**,  $e$  **C/П** — высветится показатель коэффициента пересчета
3. Набрать  $ЛО_{АTPS}$  **C/П** — высветится показатель  $ЛО_{ВTPS}$



4. Для последующей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$t = 20$ ;  $P = 100$ ;  $e = 30$ ;  $ЛО_{АТРС} = 20$ ;  $ЛО_{ВТРС} = 27.947708$ .

### 13.2. Расчет величины легочного объема в STPD по соответствующему показателю в АТРС

Подобный пересчет в условиях STPD, т. е. при температуре  $0^{\circ}\text{C}$ , давлении 760 мм рт. ст. и сухом (без водяных паров) газе, производят умножением соответствующего объема, полученного в АТРС, на соответствующий коэффициент по формуле:

$$ЛО_{STPD} = ЛО_{АТРС} \frac{P - e}{760 \left(1 + \frac{t}{273}\right)},$$

где все обозначения такие же, как и в формуле 13.1. Расчет можно осуществить по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. С/П 50; 02. — 11; 03. 7 07; 04. 6 06;  
05. 0 00; 06. ÷ 13; 07. С/П 50; 08. В↑ 0Е; 09. 2 02; 10. 7 07;  
11. 3 03; 12. ÷ 13; 13. 1 01; 14. + 10; 15. ÷ 13; 16. С/П 50;  
17. × 12; 18. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0
2. Набрать Р С/П, е С/П, t С/П — высветится коэффициент пересчета К
3. Набрать  $ЛО_{АТРС}$  С/П — высветится  $ЛО_{STPD}$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$P = 100$ ;  $e = 30$ ;  $t = 20$ ;  $ЛО_{АТРС} = 20$ ;  $K = 8.5818212$ ;  
 $ЛО_{STPD} = 1.7163642$ .

### 13.3. Вычисление основных легочных объемов, показателей вентиляции легких, газообмена и механики дыхания по данным общей спирографии

В кабинетах функциональной диагностики у больных с заболеваниями органов дыхания часто по показателям общей спирографии рассчитывают большое коли-

чество данных, характеризующих легочные объемы, показатели легочной вентиляции, газообмена и механики дыхания. Эти данные позволяют врачу поставить диагноз, определить лечебные мероприятия, прогнозировать заболевания. Очень часто, однако, вследствие дефицита времени все эти расчетные показатели не вычисляются. С помощью программируемого микрокалькулятора можно значительно ускорить расчеты и повысить их точность.

По показателям общей спирографии необходимо получить следующие показатели, которые вводят в память микрокалькулятора (все объемы необходимо перевести в литры):

ЧД — частота дыхания, количество дыхательных циклов (вдох — выдох) в минуту;

ДО — дыхательный объем — объем воздуха, вдыхаемого за один дыхательный цикл;

МПО<sub>2</sub> — минутное поглощение кислорода;

ЖЕЛ — жизненная емкость легких;

ОФВ<sub>1</sub> (ФЖЕЛ) — объем форсированного выдоха за 1 с (форсированная жизненная емкость легких);

МВЛ — максимальная вентиляция легких — наибольший объем воздуха, который может быть провентилирован легкими за 1 мин;

ДОО — должный основной обмен для пациента данного возраста, пола, роста и массы тела. Эту величину находят по таблицам Гарриса и Бенедикта.

В таком порядке, как они приведены выше, эти показатели вводят в микрокалькулятор, нажимая после введения каждого из них клавишу С/П. На основании этих 7 параметров можно рассчитать по формулам следующие показатели.

1. Должное минутное поглощение кислорода (ДМПО<sub>2</sub>) в литрах:

$$\text{ДМПО}_2 = \frac{\text{ДОО}}{7,07}.$$

2. Должный минутный объем дыхания (ДМОД) в литрах:

$$\text{ДМОД} = \frac{\text{ДМПО}_2}{40}.$$

3. Минутный объем дыхания (МОД) в литрах:

$$\text{МОД} = \text{ДО} \cdot \text{ЧД}.$$

4. Процент минутного объема дыхания от должного минутного объема дыхания (МОД %):

$$\text{МОД}\% = \frac{\text{МОД}}{\text{ДМОД}} \cdot 100.$$

5. Должную жизненную емкость легких (ДЖЕЛ) в литрах:

$$\text{ДЖЕЛ} = K \cdot \text{ДОО},$$

где  $K$  — коэффициент, равный для мужчин 0,0026, а для женщин — 0,0023.

6. Процент жизненной емкости легких от должной жизненной емкости легких (ЖЕЛ %):

$$\text{ЖЕЛ}\% = \frac{\text{ЖЕЛ}}{\text{ДЖЕЛ}} \cdot 100.$$

7. Должную максимальную вентиляцию легких за 1 мин (ДМВЛ) в литрах:

$$\text{ДМВЛ} = K \cdot \text{ДЖЕЛ},$$

где  $K$  — коэффициент, равный для мужчин 25, а для женщин — 26. В возрасте 50—60 лет коэффициент следует уменьшить на 2.

8. Процент максимальной вентиляции легких к должной максимальной вентиляции легких (МВЛ %):

$$\text{МВЛ}\% = \frac{\text{МВЛ}}{\text{ДМВЛ}} \cdot 100.$$

9. Показатель скорости движения воздуха (ПСДВ):

$$\text{ПСДВ} = \frac{\text{МВЛ}}{\text{ЖЕЛ}}.$$

10. Коэффициент дыхательных резервов (КР):

$$\text{КР} = \frac{\text{МВЛ}}{\text{МОД}}.$$

11. Вентиляционный эквивалент (ВЭ) в литрах:

$$\text{ВЭ} = \frac{\text{МПО}_2}{0,1}.$$

12. Коэффициент использования кислорода (КИО<sub>2</sub>):

$$\text{КИО}_2 = \frac{\text{МПО}_2}{\text{МОД}} \cdot 1000.$$

13. Пробу Тиффно (ПТ):

$$\text{ПТ} = \frac{\text{ОФВ}_1}{\text{ЖЕЛ}} \cdot 100.$$

14. Процент минутного потребления кислорода от должного минутного потребления кислорода у данного пациента (МПО<sub>2</sub> %):

$$\text{МПО}_2\% = \frac{\text{МПО}_2}{\text{ДМПО}_2} \cdot 100.$$

15. Показатель альвеолярной вентиляции (АВ) в литрах:

$$\text{АВ} = (\text{ДО} - \text{МП}) \cdot \text{ЧД},$$

где МП — «мертвое пространство», равное у мужчин 0,15 л, а у женщин — 0,14 л.

16. Эффективность вентиляции (ЭВ) в процентах:

$$\text{ЭВ} = \frac{\text{АВ}}{\text{МОД}} \cdot 100.$$

При работе с программой следует быть внимательным, так как введение коэффициентов необходимо проводить вручную. Приведенная ниже программа позволит рассчитать все приведенные ранее 16 параметров.

#### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. x→П 7 47; 01. 6 06; 02. x→П 0 40; 03. С/П 50; 04. К x→П В↑ LE; 05. F L0 5Г; 06. 03 03; 07. 7 07; 08. 0 00; 09. 7 07; 10. 0 00; 11. ÷ 13; 12. x→П 8 48; 13. С/П 50; 14. 0 00; 15. · 0—; 16. 0 00; 17. 4 04; 18. ÷ 13; 19. x→П 9 49; 20. С/П 50; 21. П→x 6 66; 22. П→x 7 67; 23. × 12; 24. x→П b 4L; 25. С/П 50; 26. 2 02; 27. F 10<sup>x</sup> 15; 28. x→П 0 40; 29. × 12; 30. П→x 9 69; 31. ÷ 13; 32. С/П 50; 33. П→x 1 61; 34. × 12; 35. x→П a 4—; 36. С/П 50; 37. П→x 4 64; 38. ↔ 14; 39. ÷ 13; 40. П→x 0 60; 41. × 12; 42. С/П 50; 43. П→x a 6—; 44. × 12; 45. С/П 50; 46. П→x 2 62; 47. ↔ 14; 48. ÷ 13; 49. П→x 0 60; 50. × 12; 51. С/П 50; 52. П→x 2 62; 53. П→x 4 64; 54. ÷ 13; 55. С/П 50; 56. П→x 2 62; 57. П→x b 6L; 58. ÷ 13; 59. С/П 50; 60. П→x 5 65; 61. 1 01; 62. 0 00; 63. × 12; 64. С/П 50; 65. П→x 5 65; 66. П→x b 6L; 67. ÷ 13; 68. 3 03; 69. F 10<sup>x</sup> 15; 70. × 12; 71. С/П 50; 72. П→x 3 63; 73. П→x 0 60; 74. × 12; 75. П→x 4 64; 76. ÷ 13; 77. × 12; 78. П→x 5 65; 79. П→x 0 60; 80. × 12; 81. П→x 8 68; 82. ÷ 13; 83. С/П 50; 84. П→x 6 66; 85. ↔ 14; 86. — 11; 87. П→x 7 67; 88. × 12; 89. С/П 50; 90. П→x b 6L; 91. ÷ 13; 92. П→x 0 60; 93. × 12; 94. С/П 50; **F АВТ**

## Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать исходные данные ЧД С/П, ДО С/П, МПО<sub>2</sub> С/П, ЖЕЛ С/П, ОФВ<sub>1</sub> С/П, МВЛ С/П, ДОО С/П — высветится показатель ДМПО<sub>2</sub>
3. Набрать С/П — высветится показатель ДМОД
4. Набрать С/П — высветится показатель МОД
5. Набрать С/П — высветится показатель МОД %
6. Набрать величину коэффициента К (если мужчина — 0,0026, если женщина — 0,0023) С/П — высветится показатель ДЖЕЛ
7. Набрать С/П — высветится показатель ЖЕЛ %
8. Набрать величину коэффициента К (если мужчина — 25, если женщина — 26) С/П — высветится показатель ДМВЛ (в возрасте 50—60 лет коэффициент уменьшают на 2)
9. Набрать С/П — высветится показатель МВЛ %
10. Набрать С/П — высветится ПСДВ
11. Набрать С/П — высветится показатель КР
12. Набрать С/П — высветится показатель ВЭ
13. Набрать С/П — высветится показатель КИО<sub>2</sub>
14. Набрать С/П — высветится показатель ПТ
15. Набрать С/П — высветится показатель МПО<sub>2</sub> %
16. Набрать величину «мертвого пространства» (у мужчин — 0,15, у женщин — 0,14) С/П — высветится показатель АВ
17. Набрать С/П — высветится показатель ЭВ
18. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.  
Для микрокалькуляторов «МК-61» и «МК-52» п. 2 в «Работе с программой» должен быть следующим:
2. Набрать ЧД  $x \rightarrow$  П 7, ДО  $x \rightarrow$  П 6, МПО<sub>2</sub>  $x \rightarrow$  П 5, ЖЕЛ  $x \rightarrow$  П 4, ОФВ<sub>1</sub>  $x \rightarrow$  П 3, МВЛ  $x \rightarrow$  П 2, ДОО  $x \rightarrow$  П 1, БП 07 С/П — высветится показатель ДМПО<sub>2</sub>

## Контрольный пример:

ЧД — 12; ДО — 0,6; МПО<sub>2</sub> — 0,23; ЖЕЛ — 4; ОФВ<sub>1</sub> — 3; МВЛ — 100; ДОО — 1500; ДМПО<sub>2</sub> = 2.1216407—01; ДМОД = 5.3041017; МОД = 7,2; МОД % = 135.744; ДЖЕЛ = 3.9; ЖЕЛ% = 102.5641; ДМВЛ = 97.5; МВЛ% = 102.5641; ПСДВ = 25; КР = 13.888888; ВЭ = 2,3; КИО<sub>2</sub> = 31.944444; ПТ = 75; МПО<sub>2</sub> % = 108.40666; АВ = 5.4; ЭВ = 75.

### 13.4. Расчет показателя ДЖЕЛ и процентного отношения ЖЕЛ к ДЖЕЛ

ДЖЕЛ у мужчин и женщин вычисляют по разным формулам, в связи с этим приводим две различные программы.

ДЖЕЛ в системе ВTPS для мужчин вычисляют по формуле:

$$\text{ДЖЕЛ}_m = (27,63 - 0,112 \cdot B) \cdot P,$$

где B — возраст обследуемого в годах; P — рост, см. Процент ЖЕЛ от ДЖЕЛ можно вычислить по формуле:

$$\text{ЖЕЛ}\% = \frac{\text{ЖЕЛ} \cdot 100}{\text{ДЖЕЛ}}.$$

Все эти вычисления можно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 0 00; 02. . 0—; 03. 1 01; 04. 1 01; 05. 2 02; 06. × 12; 07. 2 02; 08. 7 07; 09. . 0—; 10. 6 06; 11. 3 03; 12. ↔ 14; 13. — 11; 14. С/П 50; 15. × 12; 16. С/П 50; 17. В↑ 0Е; 18. 2 02; 19. F 10<sup>x</sup> 15; 20. × 12; 21. ↔ 14; 22. ÷ 13; 23. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать В С/П, P С/П — высветится показатель ДЖЕЛ<sub>м</sub>
3. Набрать ЖЕЛ С/П — высветится показатель ЖЕЛ %
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

В — 50; P — 170; ЖЕЛ — 3500; ДЖЕЛ<sub>м</sub> — 3745.1; ЖЕЛ = 93.455448 %.

ДЖЕЛ в системе ВTPS для женщин вычисляют по формуле:

$$\text{ДЖЕЛ}_ж = (21,78 - 0,101 \cdot B) \cdot P.$$

Процент ЖЕЛ от ДЖЕЛ вычисляют так же, как и для мужчин. Оба эти показателя можно рассчитать по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 0 00; 02. . 0—; 03. 1 01; 04. 0 00; 05. 1 01; 06. × 12; 07. 2 02; 08. 1 01; 09. . 0—; 10. 7 07; 11. 8

08; 12.  $\leftrightarrow$  14; 13. — 11; 14. С/П 50; 15.  $\times$  12; 16. С/П 50;  
17. В $\uparrow$  0Е; 18. 2 02; 19. F 10 $\times$  15; 20.  $\times$  12; 21.  $\leftrightarrow$  14; 22.  
 $\div$  13; 23. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать В С/П, Р С/П — высветится показатель ДЖЕЛ<sub>ж</sub>
3. Набрать ЖЕЛ С/П — высветится показатель ЖЕЛ %
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

В — 30; Р — 160; ЖЕЛ — 2700; ДЖЕЛ = 3000; ЖЕЛ = 90%.

### 13.5. Расчет должных величин остаточного объема легких (ДООЛ), функциональной остаточной емкости (ДФОЕ) и общей емкости легких (ДОЕЛ) для мужчин и женщин

Эти показатели можно рассчитать по показателям роста, возраста и массы тела. Расчет для **мужчин** проводят по следующим уравнениям регрессии:

$$\text{ДООЛ} = 1,98Р + 0,022В - 0,015М,$$

$$\text{ДФОЕ} = 5,3Р + 0,015В - 3,42,$$

$$\text{ДОЕЛ} = 6,92Р + 0,017 М - 4,3,$$

где Р — рост, м; В — возраст в годах; М — масса тела, кг.

Вычислить все эти показатели можно по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. х $\rightarrow$ П 1 41; 01. С/П 50; 02. х $\rightarrow$ П 2 42; 03. С/П 50; 04. х $\rightarrow$ П 3 43; 05. 1 01; 06.  $\cdot$  0—; 07. 9 09; 08. 8 08; 09. П $\rightarrow$ х 1 61; 10.  $\times$  12; 11. х $\rightarrow$ П 4 44; 12. 2 02; 13. 2 02; 14. ВП 0С; 15. 3 03; 16. /—/ 0L; 17. П $\rightarrow$ х 2 62; 18.  $\times$  12; 19. П $\rightarrow$ х 4 64; 20. + 10; 21. х $\rightarrow$ П 4 44; 22. 1 01; 23. 5 05; 24. ВП 0С; 25. 3 03. 26. /—/ 0L; 27. х $\rightarrow$ П 5 45; 28. П $\rightarrow$ х 3 63; 29.  $\times$  12; 30. П $\rightarrow$ х 4 64; 31.  $\leftrightarrow$  14; 32. — 11; 33. 1 01; 34.  $\cdot$  0—; 35. 5 05; 36. 4 04; 37. — 11; 38. С/П 50; 39. 5 05; 40. 0—; 41. 3 03; 42. П $\rightarrow$ х 1 61; 43.  $\times$  12; 44. х $\rightarrow$ П 4 44; 45. П $\rightarrow$ х 5 65; 46. П $\rightarrow$ х 2 62; 47.  $\times$  12; 48. П $\rightarrow$ х 4 64; 49. + 10; 50. 3 03; 51.  $\cdot$  0—; 52. 4 04; 53. 2 02;

54. — 11; 55. С/П 50; 56. 6 06; 57. · 0—; 58. 9 09; 59. 2 02;  
 60. П→х 1 61; 61. × 12; 62. х→П 4 44; 63. 1 01; 64. 7 07;  
 65. ВП 0С; 66. 3 03; 67. /—/ 0L; 68. П→х 3 63; 69. × 12;  
 70. П→х 4 64; 71. + 10; 72. 4 04; 73. · 0—; 74. 3 03; 75.  
 — 11; 76. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать Р С/П, В С/П, М С/П — высветится показатель ДООЛ
3. Набрать С/П — высветится показатель ДФОЕ
4. Набрать С/П — высветится показатель ДОЕЛ
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

Р — 1.7; В — 50; М — 70; ДООЛ = 1.876; ДФОЕ = 6.34;  
 ДОЕЛ = 8.654.

Расчет этих должных показателей для женщин проводится по другим уравнениям регрессии:

$$\text{ДООЛ} = 2,68Р + 0,007В - 3,42,$$

$$\text{ДФОЕ} = 5,13Р - 0,028М - 4,5,$$

$$\text{ДОЕЛ} = 6,71Р - 0,015В - 5,77.$$

Все обозначения те же, что и в формулах расчета для мужчин. Расчеты показателей можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. х→П 1 41; 01. С/П 50; 02. х→П 2 42; 03. С/П 50; 04. х→П 3 43; 05. 2 02; 06. · 0—; 07. 6 06; 08. 8 08; 09. П→х 1 61; 10. × 12; 11. 7 07; 12. ВП 0С; 13. 3 03; 14. /—/ 0L; 15. П→х 2 62; 16. × 12; 17. + 10; 18. 3 03; 19. · 0—; 20. 4 04; 21. 2 02; 22. — 11; 23. С/П 50; 24. 5 05; 25. · 0—; 26. 1 01; 27. 3 03; 28. П→х 1 61; 29. × 12; 30. 2 02; 31. 8 08; 32. ВП 0С; 33. 3 03; 34. /—/ 0L; 35. П→х 3 63; 36. × 12; 37. — 11; 38. 4 04; 39. · 0—; 40. 5 05; 41. — 11; 42. С/П 50; 43. 6 06; 44. · 0—; 45. 7 07; 46. 1 01; 47. П→х 1 61; 48. × 12; 49. 1 01; 50. 5 05; 51. ВП 0С; 52. 3 03; 53. /—/ 0L; 54. П→х 2 62; 55. × 12; 56. — 11; 57. 5 05; 58. · 0—; 59. 7 07; 60. 7 07; 61. — 11; 62. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0



2. Набрать Р С/П, В С/П, М С/П — высветится показатель ДООЛ
3. Набрать С/П — высветится показатель ДФОЕ
4. Набрать С/П — высветится показатель ДОЕЛ
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

Р — 1,7; В — 50; М — 70; ДООЛ = 1.486; ДФОЕ = 2.261; ДОЕЛ = 4.887.

## Глава 14

### РАСЧЕТЫ КАРДИОГЕМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ И В КЛИНИКЕ

---

В практике врача-кардиолога, врача кабинета функциональной диагностики и экспериментатора, изучающего физиологию и патологию сердца и сосудов, часто встречаются трудоемкие расчеты, выполнить которые без вычислительной техники просто невозможно. Программируемый микрокалькулятор позволит выполнить расчеты любой сложности, очень быстро и с большой точностью.

#### 14.1. Расчет среднего артериального давления

Существует несколько способов расчета среднего артериального давления (САД). Приводим некоторые из них. Исследователь на основании имеющейся в его распоряжении информации выберет наиболее подходящий.

САД можно рассчитать по формуле:

$$\text{САД} = \frac{\text{СД} \cdot T_{\text{сист}} + \text{ДД} \cdot T_{\text{диаст}}}{T_{\text{общ}}},$$

где СД — систолическое АД;  $T_{\text{сист}}$  — длительность систолы; ДД — диастолическое АД;  $T_{\text{диаст}}$  — длительность диастолы;  $T_{\text{общ}}$  — время полной инволюции сердца (систола + диастола).

Расчет можно произвести по следующей программе.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. С/П 50; 02. x→П 1 41; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. С/П 50; 06. x→П 2 42; 07. × 12; 08. + 10; 09. П→x 1 61; 10. П→x 2 62; 11. + 10; 12. ÷ 13; 13. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать СД С/П, T<sub>сист</sub> С/П, ДД С/П, T<sub>диаст</sub> С/П — высветится показатель САД
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

СД — 2; T<sub>сист</sub> — 4; ДД — 3; T<sub>диаст</sub> — 5, САД — 2.5555555.  
По способу Вецлера и Богера САД определяют по формуле:

$$\text{САД} = 0,427 \cdot \text{ПД} + \text{ДД},$$

где ПД — пульсовое давление; ДД — диастолическое АД.  
Расчет производится по следующей программе.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. 0 00; 02. · 0—; 03. 4 04; 04. 2 02; 05. 7 07; 06. × 12; 07. С/П 50; 08. + 10; 09. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать ПД С/П, ДД С/П — высветится показатель САД
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

П — 20; ДД — 100; САД = 108.54.

## 14.2. Вычисление величины минутного объема крови

Используя метод разведения индикатора, расчеты проводят по формуле:

$$\text{МОК} = \frac{60 \cdot I}{C \cdot T},$$

где I — количество введенного индикатора, мг; C — средняя концентрация индикатора в мг/мл в течение времени T; T — общая длительность кривой разведения, с.

Вычисления проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 6 06; 02. 0 00; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. ÷ 13; 06. **C/П** 50; 07. ÷ 13; 08. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **I C/П, C C/П, T C/П** — высветится показатель **МОК**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

**I** — 2; **C** — 2; **T** — 3; **МОК** = 20.

Расчет можно проводить и по следующей формуле:

$$\text{МОК} = \frac{I}{C \cdot T} \cdot \frac{100}{100 - H_t},$$

где **I** — количество введенного индикатора, мг; **C** — средняя концентрация индикатора, мг/л; **T** — время первого пассажа индикатора через участок изменения его концентрации в артерии, мин; **H<sub>t</sub>** — показатель гематокрита, %.

Расчет проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V**↑ 0E; 01. 2 02; 02. **F** 10<sup>x</sup> 15; 03. × 12; 04. **C/П** 50; 05. ÷ 13; 06. **C/П** 50; 07. ÷ 13; 08. **C/П** 50; 09. **V**↑ 0E; 10. 2 02; 11. **F** 10<sup>x</sup> 15; 12. ↔ 14; 13. — 11; 14. ÷ 13; 15. **C/П** 50; **F** АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **I C/П, C C/П, T C/П, H<sub>t</sub> C/П** — высветится **МОК**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

**I** — 12; **C** — 2; **T** — 3; **H<sub>t</sub>** — 50; **МОК** = 4.

Расчет **МОК** при получении атипической кривой по методу Дау проводят по формуле [Гайтон А., 1969]:

$$\text{МОК} = \frac{\frac{60 \cdot I}{C_p T_{pc}}}{\frac{3 - 0,9 \cdot T_{pc}}{T_a}},$$

где  $I$  — количество индикатора, введенного в кровяное русло,  $C_p$  — высота пика концентрации индикатора в артериальной крови, мг/л;  $T_{pc}$  — время от момента инъекции до момента наступления пика концентрации, с;  $T_a$  — время от момента инъекции до момента появления индикатора в артериальной крови, с.

Вычисление по этой формуле производят с помощью программы.

## ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. 6 06; 02. 0 00; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. × 12; 06. С/П 50; 07. ÷ 13; 08. С/П 50; 09. х→П 1 41; 10. ÷ 13; 11. П→х 1 61; 12. 9 09; 13. ВП 0С; 14. 1 01; 15. /—/ 0L; 16. × 12; 17. 3 03; 18. ↔ 14; 19. — 11; 20. ÷ 13; 21. С/П 50; F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $I$  СП,  $T_a$  С/П,  $C_p$  С/П,  $T_{pc}$  С/П — высветится показатель МОК
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$I$  — 2;  $T_a$  — 3;  $C_p$  — 4;  $T_{pc}$  — 2; МОК = 37.5.

Расчет МОК при использовании метода терморазведения производят по формуле:

$$\text{МОК} = \frac{V(T_k - T_p)RS_1d_1 \cdot 60}{AfS_2d_2},$$

где  $V$  — объем вводимого изотонического раствора;  $T_k$  — температура крови;  $T_p$  — температура индикатора, °С;  $R$  — скорость движения диаграммной бумаги регистрирующего прибора, мм/с;  $S_1$  — удельная теплоемкость изотонического раствора (0,997);  $d_1$  — плотность изотонического раствора (1,02);  $A$  — площадь, ограниченная кривой терморазведения, мм<sup>2</sup>;  $f$  — чувствительность регистрирующей системы, град/мм;  $S_2$  — удельная теплоемкость крови (0,87);  $d_2$  — плотность крови (1,05).

Расчет проводится по следующей программе (цифры в скобках уже заложены в программу).

## ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. 6 06; 02. 6 06; 03. · 0—; 04. 7 07; 05. 9 09; 06. 4 04; 07. × 12; 08. С/П 50; 09. С/П 50; 10. — 11;**

11.  $\times 12$ ; 12. С/П 50; 13.  $\times 12$ ; 14. С/П 50; 15.  $\div 13$ ; 16. С/П 50; 17.  $\div 13$ ; 18. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать V С/П, T<sub>к</sub> С/П, T<sub>p</sub> С/П, R С/П, A С/П, f С/П — высветится показатель МОК
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

V — 1; T<sub>к</sub> — 37; T<sub>p</sub> — 27; R — 5; A — 20; f — 5; МОК = 33.397.

## 14.3. Вычисление величины ударного объема крови

Ударный объем крови УОК легко рассчитать, разделив МОК на количество сердечных сокращений в 1 мин. Приводим расчеты с использованием различных методов специально для получения величины УОК.

### 14.3.1. Расчет по методу тетраполярной реографии по Кубичеку

Используя этот метод, расчеты производят по формуле:

$$\text{УОК} = \rho \frac{L^2}{Z^2} A_{\text{диф}} \cdot T_{\text{изгн}},$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление крови; L — расстояние между измерительными электродами; Z — полный импеданс (сопротивление);  $A_{\text{диф}}$  — амплитуда первой производной реограммы;  $T_{\text{изгн}}$  — период изгнания. Расчеты выполняют по программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В $\uparrow$  0E; 01. С/П 50; 02. F x<sup>2</sup> 22; 03. С/П 50; 04. F x<sup>2</sup> 22; 05.  $\div 13$ ; 06.  $\times 12$ ; 07. С/П 50; 08.  $\times 12$ ; 09. С/П 50; 10.  $\times 12$ ; 11. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $\rho$  С/П, L С/П, Z С/П,  $A_{\text{диф}}$  С/П,  $T_{\text{изгн}}$  С/П — высветится УОК

3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$\rho - 2$ ;  $L - 3$ ;  $Z - 4$ ;  $A_{\text{диф}} - 3$ ;  $T_{\text{изгн}} - 2$ ;  $\text{УОК} = 6.75$ .

### 14.3.2. Метод Старра

По этому методу расчет производят по формуле:

$$\text{УОК} = 90,97 + 0,54\text{ПД} - 0,57\text{ДД} - 0,61\text{В (мл)},$$

где ПД — пульсовое давление, мм рт. ст.; ДД — диастолическое давление, мм рт. ст.; В — возраст в годах.

Расчет можно произвести по приведенной ниже программе, в которой уже учтены все цифровые коэффициенты.

#### ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 5 05; 02. 4 04; 03. × 12; 04. 9 09; 05. 0 00; 06. 9 09; 07. 7 07; 08. + 10; 09. С/П 50; 10. В↑ 0Е; 11. 5 05; 12. 7 07; 13. × 12; 14. — 11; 15. С/П 50; 16. В↑ 0Е; 17. 6 06; 18. 1 01; 19. × 12; 20. — 11; 21. 2 02; 22. F 10<sup>x</sup> 15; 23. ÷ 13; 24. С/П 50; F АВТ**

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0
2. Набрать ПД С/П, ДД С/П, В С/П — высветится показатель УОК
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

ПД — 40; ДД — 80; В — 50; УОК = 36,47.

### 14.3.3. Метод Бремзера — Ранке

Расчет УОК по этому методу производят по формуле:

$$\text{УОК} = \frac{S \cdot \text{ПД} \cdot Z \cdot E C}{\rho a(C - E)},$$

где S — площадь сечения аорты, см<sup>2</sup>; ПД — пульсовое давление, мм рт. ст. (для перевода в дин/см<sup>2</sup> умножают на 1332, это заложено в программе); Z — ограничивающий коэффициент, равный для человека 0,48—0,60; E — период изгнания; C — длительность сердечного цикла;

$\rho$  — плотность крови, равная в среднем  $1,06 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  (заложено в программе);  $a$  — скорость распространения пульсовой волны, см/с. Вычисления проводят по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F ПРГ;** 00.  $V \uparrow 0E$ ; 01.  $C/P 50$ ; 02.  $\times 12$ ; 03.  $C/P 50$ ; 04.  $\times 12$ ; 05.  $C/P 50$ ; 06.  $x \rightarrow P 1 41$ ; 07.  $\times 12$ ; 08.  $C/P 50$ ; 09.  $x \rightarrow P 2 42$ ; 10.  $\times 12$ ; 11.  $1 01$ ; 12.  $2 02$ ; 13.  $5 05$ ; 14.  $6 06$ ; 15.  $\cdot 0-$ ; 16.  $6 06$ ; 17.  $0 00$ ; 18.  $3 03$ ; 19.  $7 07$ ; 20.  $\times 12$ ; 21.  $C/P 50$ ; 22.  $\div 13$ ; 23.  $P \rightarrow x 2 62$ ; 24.  $P \rightarrow x 1 61$ ; 25.  $- 11$ ; 26.  $\div 13$ ; 27.  $C/P 50$ ; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать  $V/0$
2. Набрать  $S C/P$ ,  $PD C/P$ ,  $Z C/P$ ,  $E C/P$ ,  $C C/P$ ,  $a C/P$  — высветится показатель УОК
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать  $Sx$  и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$S = 1$ ,  $PD = 2$ ,  $Z = 0,5$ ,  $E = 4$ ,  $C = 5$ ,  $a = 2$ ,  $УОК = 12566.037$ .

#### 14.3.4. Метод Вецлер и Богер

По этому методу расчет производят по формуле:

$$УОК = \frac{S \cdot PD \cdot T}{2\rho a},$$

где  $S$  — площадь сечения аорты,  $\text{см}^2$ ;  $PD$  — пульсовое давление;  $T$  — длительность основного колебания артериального пульса;  $\rho$  — плотность крови, равная в среднем  $1,06 \text{ г/см}^3$  (заложено в программу);  $a$  — скорость распространения пульсовой волны.

Расчет можно выполнить по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F ПРГ;** 00.  $V \uparrow 0E$ ; 01.  $C/P 50$ ; 02.  $\times 12$ ; 03.  $C/P 50$ ; 04.  $\times 12$ ; 05.  $C/P 50$ ; 06.  $\div 13$ ; 07.  $2 02$ ; 08.  $\cdot 0-$ ; 09.  $1 01$ ; 10.  $2 02$ ; 11.  $\div 13$ ; 12.  $C/P 50$ ; **F АВТ**

### Работа с программой:

1. Набрать  $V/0$

2. Набрать S С/П, ПД С/П, Т С/П, а С/П — высветится показатель УОК
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

S — 3, ПД — 2, Т — 3, а — 2, УОК = 4.245283.

#### 14.3.5. Метод интегральной реографии

Данный метод разработан М. И. Тищенко. По этому методу расчет проводят по формуле:

$$\text{УОК} = K \frac{\frac{Y}{Y_k} l^2 C}{RD},$$

где K — коэффициент, равный для мужчин 0,275, для женщин — 0,247; Y — амплитуда анакроты кривой;  $Y_k$  — амплитуда калибровочного сигнала 0,1 ом; l — рост, см; C — длительность сердечного цикла; R — исходное сопротивление между электродами, находят при балансировке моста реографа; D — длительность катакrotической части кривой.

Вычисление можно произвести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. x → П 1 41; 01. С/П 50; 02. В↑ 0Е; 03. С/П 50; 04. ÷ 13; 05. П → x 1 61; 06. × 12; 07. С/П 50; 08. F x<sup>2</sup> 22; 09. × 12; 10. С/П 50; 11. × 12; 12. С/П 50; 13. ÷ 13; 14. С/П 50; 15. ÷ 13; 16. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0
2. Набрать К (коэффициент для мужчин 0,275, для женщин 0,247) С/П.
3. Набрать Y СП,  $Y_k$  С/П, l С/П, C С/П, R С/П, D С/П — высветится показатель УОК
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Sx и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

K — 0,275; Y — 1,5;  $Y_k$  — 1,2; l — 170; C — 0,1; R — 200; D — 0,2; УОК = 24.835937.



#### 14.4. Вычисление общего периферического сопротивления сосудов ОПСС

Вычисление ОПСС проводят по формуле:

$$\text{ОПСС} = \frac{\text{САД} \cdot 80}{\text{МОК}},$$

где САД — среднее АД, мм рт. ст.; МОК — в л/мин.

Расчет можно провести по следующей программе.

##### ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 8 08; 02. 0 00; 03. × 12; 04. С/П 50; 05. ÷ 13; 06. С/П 50; F АВТ**

##### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать САД С/П, МОК С/П — высветится показатель ОПСС
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

##### Контрольный пример:

САД — 80; МОК — 5; ОПСС = 1280.

#### 14.5. Вычисление ОПСС другим методом

Расчет можно провести и по следующей формуле:

$$\text{ОПСС} = \frac{(\text{САД} - 5) \cdot \text{МОК} \cdot 1332}{60}.$$

Расчет производят по программе.

##### ПРОГРАММА

**F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. 5 05; 02. — 11; 03. С/П 50; 04. × 12; 05. 2 02; 06. 2 02; 07. · 0—; 08. 2 02; 09. × 12; 10. С/П 50; F АВТ**

##### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать САД С/П, МОК С/П — высветится показатель ОПСС
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

##### Контрольный пример:

САД — 100; МОК — 40; ОПСС = 84360.

## 14.6. Расчет поверхности тела

### 14.6.1. Расчет поверхности тела человека по формуле Дюбойс

Формула имеет следующий вид:

$$S = 0,107 \sqrt[3]{P^2}, \quad (14.1)$$

где  $S$  — поверхность тела человека,  $m^2$ ;  $P$  — масса тела, кг.

Расчет удобно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00. **V** ↑ 0Е; 01. **F**  $x^2$  22; 02. **3** 03; 03. **F**  $1/x$  23; 04. ↔ 14; 05. **F**  $xy$  24; 06. **0** 00; 07. **·** 0—; 08. **1** 01; 09. **0** 00; 10. **7** 07; 11. **×** 12; 12. **C/П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **P C/П** — высветится показатель **S**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

**P** — 70; **S** = 1.817394.

### 14.6.2. Расчет поверхности тела по формуле Костефф

Эта формула имеет вид:

$$S = \frac{4P + 7}{P + 90},$$

обозначения те же, что и в формуле 14.1.

Вычисления можно провести по следующей программе.

#### ПРОГРАММА

**F ПРГ**; 00. **V** ↑ 0Е; 01. **V** ↑ 0Е; 02. **9** 09; 03. **0** 00; 04. **+** 10; 05. ↔ 14; 06. **4** 04; 07. **×** 12; 08. **7** 07; 09. **+** 10; 10. ↔ 14; 11. **÷** 13; 12. **C/П** 50; **F АВТ**

#### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать показатель **P C/П** — высветится показатель **S**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$P = 70; S = 1.79375.$

*14.6.3. Расчет поверхности тела лабораторных животных по формуле Миха*

Вычисления проводят по формуле:

$$S = K \sqrt[3]{P^2},$$

где  $S$  — поверхность тела животного,  $\text{см}^2$ ;  $P$  — масса тела животного, г;  $K$  — коэффициент, который для мыши составляет 11,4, для крысы 9,13—11,05, для морских свинок 8,5—9,0, для кроликов 12,0—12,9, для кошек 9,9, для собак 10,1—11,2, для обезьян 11,0—11,2. Для человека коэффициент равен 0,12312 (при этом массу тела следует перевести в килограммы, а  $S$  будет в квадратных метрах).

Расчеты можно выполнить по следующей программе.

**ПРОГРАММА**

**F** ПРГ; 00. **V** ↑ 0E; 01. **F**  $x^2$  22; 02. **3** 03; 03. **F**  $1/x$  23; 04. ↔ 14; 05. **F**  $xy$  24; 06. **C/П** 50; 07. **×** 12; 08. **C/П** 50; **F** **АВТ**

**Работа с программой:**

1. Набрать **V/0**
2. Набрать **P C/П, K C/П** — высветится показатель **S**
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Sx** и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$P = 100; K = 10; S = 215.44346.$

*14.6.4. Расчет поверхности тела лабораторных животных по методу Улановой и др.*

Эти вычисления проводят по формуле:

$$\lg S = 0,8762 + 0,698 \lg P,$$

где  $S$  — поверхность тела животного,  $\text{см}^2$ ,  $P$  — масса тела, г.

Вычисления удобно проводить по следующей программе.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. F Ig 17; 01. 0 00; 02. . 0—; 03. 6 06; 04. 9 09;  
05. 8 08; 06. × 12; 07. 0 00; 08. . 0—; 09. 8 08; 10. 7 07; 11.  
6 06; 12. 2 02; 13. + 10; 14. F 10<sup>x</sup> 15; 15. C/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать Р С/П — высветится показатель S
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

Р — 100; S = 187.15438.

## Глава 15

### ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАБОТЫ ПОЧЕК В КЛИНИКЕ И ЭКСПЕРИМЕНТЕ

---

В практической работе нефролог, а также экспериментатор, изучающий физиологию, патофизиологию и фармакологию почек, пользуется многими параметрами, которые рассчитывают математически. Использование программируемого микрокалькулятора значительно упрощает и повышает точность расчетов, что облегчает сбор необходимой информации. Приводим программы для расчетов некоторых показателей, используемых в нефрологии.

#### 15.1. Расчет показателей скорости клубочковой фильтрации и канальцевой реабсорбции клиренсным методом

В настоящее время основным для расчета скорости клубочковой фильтрации (GFR) является так называемый клиренсный метод, основанный на изучении клиренса (очищения) различных веществ, выделяющихся из организма только путем фильтрации в клубочках и не подвергающихся реабсорбции и секреции. Для этой цели могут быть использованы различные вещества (инулин,

креатинин, цианокобаламин и др.). Расчет проводят по формуле:

$$GFR = \frac{U}{P} V,$$

где  $U$  — концентрация индикатора в моче, ммоль/л;  $P$  — концентрация индикатора в плазме крови, ммоль/л;  $V$  — диурез, мл/мин.

Канальцевую реабсорбцию рассчитывают в процентах по следующим формулам:

$$R_{\%} = \frac{K-1}{K} \cdot 100, \quad K = \frac{U}{P}.$$

Можно рассчитать и абсолютную канальцевую реабсорбцию (в мл/мин) по формуле:  $R = GFR - V$ .

Все эти показатели можно рассчитать по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow P$  1 41; 01. C/P 50; 02.  $P \rightarrow x$  1 61; 03.  $\div$  13; 04.  $x \rightarrow P$  2 42; 05. C/P 50; 06.  $\times$  12; 07. C/P 50; 08. F Вх 0; 09. — 11; 10. C/P 50; 11.  $P \rightarrow x$  2 62; 12. 1 01. 13. — 11; 14.  $P \rightarrow x$  2 62; 15.  $\div$  13; 16. 2 02; 17. F  $10^x$  15; 18.  $\times$  12; 19. C/P 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать P C/P, U C/P, V C/P — высветится показатель GFR
3. Набрать C/P — высветится показатель R
4. Набрать C/P — высветится показатель  $R_{\%}$
5. Для дальнейшей работы или при наборе ошибочных данных набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$P = 2$ ;  $U = 200$ ;  $V = 0,5$ ;  $GFR = 50$ ;  $R = 49,5$ ;  $R_{\%} = 99$ .

### 15.2. Расчет роли клубочковой фильтрации и канальцевой реабсорбции (в процентах) в изменениях диуреза

Очень часто необходимо оценить участие клубочковой фильтрации и канальцевой реабсорбции в изменениях диуреза. Например, у животного в опыте диурез был равен какой-то величине  $V_K$ , при этом клубочковая фильтрация была  $GFR_K$ , а канальцевая реабсорбция состав-

ляла  $R_K$  процентов. После какого-то воздействия или через какое-то время диурез изменился и стал  $V_0$ , при этом клубочковая фильтрация также изменилась и стала  $GFR_0$ , а канальцевая реабсорбция —  $R_0$  процентов. Какова при этом роль изменений клубочковой фильтрации (в процентах) и канальцевой реабсорбции (в процентах) в этих изменениях диуреза? Имеется в виду, что изменения диуреза  $\Delta V$  составляют 100%.

Участие клубочковой фильтрации  $A_{GFR}$  можно рассчитать по формуле, имеющей после преобразования следующий вид:

$$A_{GFR} = \frac{(GFR_0 - GFR_K) (100 - R_K)}{(GFR_0 - GFR_K) (100 - R_K) + GFR_K (R_K - R_0)}$$

Участие канальцевой реабсорбции  $A_R$  можно вычислить по формуле  $A_R = 100 - A_{GFR}$ .

Обе полученные величины будут выражены в процентах и укажут, какова доля каждого из этих процессов в изменениях диуреза. При уменьшении диуреза показатели будут отрицательными. Расчеты можно провести по следующей программе.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. x→П 4 44; 01. С/П 50; 02. x→П 3 43; 03. С/П 50; 04. x→П 2 42; 05. С/П 50; 06. x→П 1 41; 07. 2 02; 08. F 10<sup>x</sup> 15; 09. x→П 5 45; 10. П→x 3 63; 11. П→x 4 64; 12. — 11; 13. П→x 5 65; 14. П→x 2 62; 15. — 11; 16. × 12; 17. x→П 6 46; 18. П→x 2 62; 19. П→x 1 61; 20. — 11; 21. П→x 4 64; 22. × 12; 23. + 10; 24. П→x 6 66; 25. ↔ 14; 26. ÷ 13; 27. П→x 5 65; 28. × 12; 29. С/П 50; 30. П→x 5 65; 31. ↔ 14; 32. — 11; 33. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать показатель  $GFR_K$  С/П,  $GFR_0$  С/П,  $R_K$  С/П,  $R_0$  С/П — высветится показатель  $A_{GFR}$  в процентах
3. Набрать С/П — высветится показатель  $A_R$  в процентах
4. Для дальнейшей работы или при введении ошибочных данных набрать Сx и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$GFR_K = 100$ ;  $GFR_0 = 150$ ;  $R_K = 99$ ;  $R_0 = 97,5$ ;  $A_{GFR} = 25\%$ ;  $A_R = 75\%$ .

### 15.3. Вычисление клиренса мочевины

В последние годы в клинике и эксперименте реже определяют показатели клиренса мочевины. Однако иногда в этом есть необходимость, особенно при анализе деятельности почек у больных с почечными заболеваниями. Очищение, или клиренс, мочевины во многом зависит от диуреза, поэтому расчеты проводят по различным формулам. Если минутный диурез составляет 2 мл/мин, высчитывают так называемый максимальный клиренс мочевины по формуле:

$$C_{ur}^{max} = \frac{U_{ur}}{P_{ur}} V,$$

где  $C_{ur}^{max}$  — максимальный клиренс мочевины, мл/мин;  $U_{ur}$  — концентрация мочевины в моче,  $P_{ur}$  — концентрация мочевины в плазме крови;  $V$  — диурез, мл/мин.

Если диурез составляет от 0,35 до 2 мл/мин, то высчитывают так называемый стандартный клиренс мочевины  $C_{ur}^{st}$  (мл/мин) по формуле:

$$C_{ur}^{st} = \frac{U_{ur}}{P_{ur}} \sqrt{V}.$$

Если диурез меньше 0,35 мл/мин, вычисляют так называемый минимальный клиренс мочевины  $C_{ur}^{min}$  по формуле:

$$C_{ur}^{min} = 0,35 \cdot \frac{U_{ur}}{P_{ur}}.$$

В среднем  $C_{ur}^{max} = 75$  мл/мин,  $C_{ur}^{st} = 54$  мл/мин, а  $C_{ur}^{min} = 31$  мл/мин.

При вычислении клиренса мочевины обычно исследователь решает, по какой формуле его рассчитывать. В приводимой ниже программе микрокалькулятор сам анализирует и рассчитывает нужный клиренс по соответствующей формуле.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. С/П 50; 02. ÷ 13; 03. х→П 1 41; 04. С/П 50; 05. х→П 2 42; 06. 2 02; 07. — 11; 08. F х≥0 59; 09. 14 14; 10. П→х 1 61; 11. П→х 2 62; 12. × 12; 13. С/П 50; 14. П→х 2 62; 15. 0 00; 16. · 0—; 17. 3 03; 18. 5 05; 19. х→П 3 43; 20. — 11; 21. F х<0 5С; 22. 27 27; 23. П→х 3 63; 24. П→х 1 61; 25. × 12; 26. С/П 50; 27.

П→х 1 61; 28. П→х 2 62; 29. F√ 21; 30. × 12; 31. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0
2. Набрать  $U_{ur}$  С/П,  $P_{ur}$  С/П,  $V$  С/П — высветится показатель  $C_{ur}$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$U_{ur} = 100$ ;  $P_{ur} = 5$ ;  $V_1 = 2,5$ ;  $V_2 = 1,5$ ;  $V_3 = 0,2$ ;  $C_{ur}^{max} = 50$ ;  $C_{ur}^{st} = 24.494896$ ;  $C_{ur}^{min} = 7$ .

#### 15.4. Вычисление константы Амбара

В настоящее время этот показатель почти не вычисляют, однако при заболеваниях почек данный показатель может представлять некоторый интерес. Для простоты его вычисления приводим программу его расчета. Константу Амбара находят по следующей формуле:

$$K = \frac{P_{ur}}{\sqrt{\frac{D \cdot 70 \cdot \sqrt{U_{ur}}}{5 \cdot m}}},$$

где  $K$  — константа Амбара, в норме равная 0,07;  $P_{ur}$  — концентрация мочевины в плазме крови, г/л;  $D$  — выделение мочевины с мочой, г/сут;  $m$  — масса тела, кг.

Учитывая, что  $D = U_{ur} \cdot V$ , где  $U_{ur}$  — концентрация мочевины в моче, а  $V$  — суточный диурез, формула будет выглядеть следующим образом:

$$K = \frac{P_{ur}}{\sqrt{\frac{14 \cdot U_{ur} V \sqrt{U_{ur}}}{m}}}.$$

Расчет проводят по следующей программе.

**ПРОГРАММА**

F ПРГ; 00. х→П 1 41; 01. С/П 50; 02. В↑ 0Е; 03. F√ 21; 04. × 12; 05. 1 01; 06. 4 04; 07. × 12; 08. С/П 50; 09. × 12; 10. С/П 50; 11. ÷ 13; 12. F√ 21; 13. П→х 1 61; 14. ↔ 14; 15. ÷ 13; 16. С/П 50; F АВТ

**Работа с программой:**

1. Набрать В/0



2. Набрать  $P_{\text{ур}}$  С/П,  $U_{\text{ур}}$  С/П,  $V$  С/П,  $m$  С/П — высветится показатель  $K$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке набора набрать  $Sx$  и работу продолжить с п. 1.

**Контрольный пример:**

$P_{\text{ур}} = 5$ ;  $U_{\text{ур}} = 100$ ;  $V = 2$ ;  $m = 70$ ;  $K = 0,25$ .

**15.5. Вычисление эффективного почечного плазмотока, эффективного почечного кровотока, общего почечного плазмотока, общего почечного кровотока, плазмотока через мозговое вещество почки и кровотока через мозговое вещество почки**

Все эти показатели можно рассчитать по концентрации парааминогиппурата (ПАГ) или диодраста в плазме крови, в моче, в артериальной крови и в крови почечной вены, а также показателя гематокрита.

Эффективный почечный плазмоток  $ERPF$  рассчитывают по формуле, представляющей по сути клиренс ПАГ:

$$ERPF = \frac{U_{\text{ПАГ}} V}{P_{\text{ПАГ}}}$$

где  $U_{\text{ПАГ}}$  — концентрация ПАГ в моче;  $P_{\text{ПАГ}}$  — концентрация ПАГ в плазме крови;  $V$  — диурез, мл/мин.

Эффективный почечный кровоток  $ERBF$  рассчитывают по формуле:

$$ERBF = \frac{ERPF}{1 - Ht}$$

где  $Ht$  — показатель гематокрита.

Общий почечный плазмоток  $RPF$  вычисляют по формуле:

$$RPF = \frac{U_{\text{ПАГ}} V}{P_{\text{ПАГ}} E_{\text{ПАГ}}}$$

где  $E_{\text{ПАГ}}$  — коэффициент извлечения ПАГ, который находят по формуле:

$$E_{\text{ПАГ}} = \frac{P_{\text{ПАГ}}^a - P_{\text{ПАГ}}^v}{P_{\text{ПАГ}}^a}$$

где  $P_{\text{ПАГ}}^a$  — концентрация ПАГ в артериальной крови;  $P_{\text{ПАГ}}^v$  — концентрация ПАГ в крови почечной вены.

Общий почечный кровоток RBF рассчитывают по формуле:

$$RBF = \frac{U_{\text{ПАГ}} V}{P_{\text{ПАГ}} (1 - Ht) E_{\text{ПАГ}}}$$

Плазмоток через мозговое вещество почки RPF<sup>m</sup> можно вычислить по формуле:

$$RPF^m = \frac{C_{\text{ПАГ}}}{E_{\text{ПАГ}}} (1 - E_{\text{ПАГ}}),$$

где C<sub>ПАГ</sub> — клиренс ПАГ, равный ERPF.

Кровоток через мозговое вещество почки RBF<sup>m</sup> можно рассчитать по формуле:

$$RBF^m = \frac{C_{\text{ПАГ}} (1 - E_{\text{ПАГ}})}{E_{\text{ПАГ}} (1 - Ht)}$$

Все эти вычисления можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0Е; 01. С/П 50; 02. ÷ 13; 03. С/П 50; 04. × 12; 05. х→П 1 41; 06. С/П 50; 07. В↑ 0Е; 08. 2 02; 09. F 10<sup>x</sup> 15; 10. ↔ 14; 11. — 11; 12. 2 02; 13. F 10<sup>x</sup> 15; 14. ÷ 13; 15. х→П 2 42; 16. П→х 1 61; 17. ↔ 14; 18. ÷ 13; 19. С/П 50; 20. В↑ 0Е; 21. С/П 50; 22. — 11; 23. ↔ 14; 24. ÷ 13; 25. х→П 3 43; 26. С/П 50; 27. П→х 1 61; 28. П→х 3 63; 29. ÷ 13; 30. С/П 50; 31. П→х 2 62; 32. ÷ 13; 33. С/П 50; 34. П→х 1 61; 35. П→х 3 63; 36. ÷ 13; 37. 1 01; 38. П→х 3 63; 39. — 11; 40. × 12; 41. С/П 50; 42. П→х 2 62; 43. ÷ 13; 44. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать U<sub>ПАГ</sub> С/П, P<sub>ПАГ</sub> С/П, V С/П — высветится ERPF
3. Набрать Ht С/П — высветится ERBF
4. Набрать P<sub>ПАГ</sub><sup>a</sup> С/П, P<sub>ПАГ</sub><sup>v</sup> С/П — высветится E<sub>ПАГ</sub>
5. Набрать С/П — высветится показатель RPF
6. Набрать С/П — высветится показатель RBF
7. Набрать С/П — высветится показатель RPF<sup>m</sup>
8. Набрать С/П — высветится показатель RBF<sup>m</sup>
9. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$U_{\text{ПАГ}} = 100$ ;  $P_{\text{ПАГ}} = 5$ ;  $V = 2$ ;  $Ht = 40$ ;  $P_{\text{ПАГ}}^a = 5$ ;  $P_{\text{ПАГ}}^v = 1$ ;  
 $ERPF = 40$ ;  $EPBF = 66.666666$ ;  $E_{\text{ПАГ}} = 0,8$ ;  $RPF = 50$ ;  
 $RBF = 83.333333$ ;  $RPF^m = 10$ ;  $RBF^m = 16.666666$ .

### 15.6. Расчет максимальной реабсорбции глюкозы $T_{mG}$

Этот показатель определяют при введении раствора глюкозы в кровь до тех пор, пока она не начнет экскретироваться с мочой. Расчет в этом случае производят по формуле:

$$T_{mG} = C_{in}P_G - U_G V,$$

где  $C_{in}$  — клиренс инулина;  $P_G$  — концентрация глюкозы в плазме крови;  $U_G$  — концентрация глюкозы в моче;  $V$  — диурез.

Учитывая, что  $C_{in}$  тоже необходимо рассчитывать, подставим его значение в формулу и получим:

$$T_{mG} = \frac{U_{in}VP_G}{P_{in}} - U_G V.$$

Для этой формулы составлена программа.

#### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. С/П 50; 02. ÷ 13; 03. С/П 50; 04. х→П 1 41; 05. С/П 50; 06. × 12; 07. × 12; 08. С/П 50; 09. П→х 1 61; 10. × 12; 11. — 11; 12. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $U_{in}$  С/П,  $P_{in}$  С/П,  $V$  С/П,  $P_G$  С/П,  $U_G$  С/П — высветится показатель  $T_{mG}$ .
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать Сх и работу продолжить с п. 1.

#### Контрольный пример:

$U_{in} = 100$ ,  $P_{in} = 0,5$ ,  $V = 2$ ,  $P_G = 1$ ,  $U_G = 50$ ,  $T_{mG} = 300$ .

### 15.7. Расчет величины экскретируемой фракции натрия

Этот показатель позволяет судить о доле натрия, выделяемого из профильтровавшейся жидкости. Рассчитывают его по формуле:

$$EF_{Na} = \frac{U_{Na}P_{in}}{P_{Na}U_{in}},$$

где  $EF_{Na}$  — экскретируемая фракция натрия;  $U_{Na}$  — концентрация натрия в моче;  $P_{in}$  — концентрация инулина в плазме;  $P_{Na}$  — концентрация натрия в плазме крови;  $U_{in}$  — концентрация инулина в моче. Расчет этого показателя можно провести по следующей программе.

### ПРОГРАММА

**F** ПРГ; 00. **V** ↑ 0E; 01. **C/П** 50; 02. ÷ 13; 03. **C/П** 50; 04. × 12; 05. **C/П** 50; 06. ÷ 13; 07. **C/П** 50; **F** АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать **V/0**
2. Набрать  $U_{Na}$  **C/П**,  $P_{Na}$  **C/П**,  $P_{in}$  **C/П**,  $U_{in}$  **C/П** — высветится показатель  $EF_{Na}$
3. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе набрать **Cx** и работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$U_{Na} = 800$ ,  $P_{Na} = 150$ ,  $P_{in} = 5$ ,  $U_{in} = 100$ ,  $EF_{Na} = 2.6666667 = 01.$

## 15.8. Расчет клиренса натрия

Существует два метода определения очищения от натрия [Наточин Ю. В., 1974]. Первая формула:

$$C_{Na} = \frac{U_{Na}}{P_{Na}} V,$$

позволяет охарактеризовать условно объем безбелковой жидкости, равной по концентрации натрия плазме крови, который экскретировался почкой. Вторая формула:

$$C_{Na}^{H_2O} = \frac{U_{Na} - P_{Na}}{P_{Na}} V,$$

позволяет судить об участии почек в поддержании эффективного осмотического давления плазмы. При водном диурезе этот показатель характеризует реабсорбцию натрия в дистальном отделе нефрона (дистальные канальцы и собирательные трубочки).

Поскольку оба эти показателя могут использоваться на практике, приводимая ниже программа дает возможность рассчитать оба показателя. Следует, однако, пом-

нить, что  $C_{Na}^{H_2O}$  может быть положительной и отрицательной величиной.

## ПРОГРАММА

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 1 41; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow$  П 2 42; 03.  $\div$  13; 04. С/П 50; 05.  $x \rightarrow$  П 3 43; 06.  $\times$  12; 07. С/П 50; 08. П  $\rightarrow$  x 1 61; 09. П  $\rightarrow$  x 2 62; 10. — 11; 11. П  $\rightarrow$  x 2 62; 12.  $\div$  13; 13. П  $\rightarrow$  x 3 63; 14.  $\times$  12; 15. С/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $U_{Na}$  С/П,  $P_{Na}$  С/П,  $V$  С/П — высветится показатель  $C_{Na}$
3. Набрать С/П — высветится показатель  $C_{Na}^{H_2O}$
4. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работы продолжать с п. 1.

### Контрольный пример:

$U_{Na} = 300$ ,  $P_{Na} = 150$ ,  $V = 2$ ,  $C_{Na} = 4$ ,  $C_{Na}^{H_2O} = 2$ .

## 15.9. Расчет транспорта калия в дистальных канальцах и его экскретируемой фракции

На фоне водного диуреза реабсорбцию калия в дистальных канальцах можно рассчитать по формуле [Наточин Ю. В., 1974]:

$$R_k^d = P_k V - U_k V,$$

где  $P_k$  — концентрация калия в плазме крови, а  $U_k$  — концентрация калия в моче,  $V$  — диурез, мл/мин.

Секрецию калия в дистальном сегменте нефрона можно рассчитать по формуле:

$$T_k^d = U_k V - P_k V.$$

Эффективная дистальная секреция калия может быть рассчитана по следующей формуле:

$$ET_k^d = \frac{U_k V}{P_k} - V.$$

Экскретируемую фракцию калия можно рассчитать по формуле:

$$EF_k = \frac{U_k P_{in}}{P_k U_{in}},$$

где  $P_{in}$  — концентрация инулина в плазме крови, а  $U_{in}$  — концентрация инулина в моче.

Все эти расчеты можно выполнить по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00.  $x \rightarrow$  П 1 41; 01. С/П 50; 02.  $x \rightarrow$  П 2 42; 03.  $\times$  12; 04.  $x \rightarrow$  П 4 44; 05. С/П 50; 06.  $x \rightarrow$  П 3 43; 07. П  $\rightarrow$  х 2 62; 08.  $\times$  12; 09.  $x \rightarrow$  П 5 45; 10. — 11; 11. С/П 50; 12. П  $\rightarrow$  х 5 65; 13. П  $\rightarrow$  х 4 64; 14. — 11; 15. С/П 50; 16. П  $\rightarrow$  х 5 65; 17. П  $\rightarrow$  х 1 61; 18.  $\div$  13; 19. П  $\rightarrow$  х 2 62; 20. — 11; 21. С/П 50; 22. П  $\rightarrow$  х 3 63; 23.  $\times$  12; 24. П  $\rightarrow$  х 1 61; 25.  $\div$  13; 26. С/П 50; 27.  $\div$  13; 28. С/П 50; F АВТ

#### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $P_K$  С/П,  $V$  С/П,  $U_K$  С/П — высветится показатель  $R_K^d$
3. Набрать С/П — высветится показатель  $T_K^d$
4. Набрать С/П — высветится показатель  $ET_K^d$
5. Набрать  $P_{in}$  С/П,  $U_{in}$  С/П — высветится показатель  $EF_K$
6. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

Примечание. При отсутствии значений  $P_{in}$  и  $U_{in}$  или при ненужности рассчитывать  $EF_K$  программу набирать по 21-й адрес включительно.

#### Контрольный пример:

$P_K = 5$ ,  $V = 2$ ,  $U_K = 50$ ,  $P_{in} = 5$ ,  $U_{in} = 100$ ,  $R_K^d = -90$ ,  $T_K^d = 90$ ,  $ET_K^d = 18$ ,  $EF_K = 0,5$ .

### 15.10. Расчет показателей осмотического разведения и концентрирования мочи

В нефрологии для характеристики осморегулирующей функции почек широко используются различные показатели осмотического разведения и концентрирования мочи. Одним из таких показателей является клиренс осмотически активных веществ, который рассчитывают по формуле:

$$C_{osm} = \frac{U_{osm}V}{P_{osm}},$$

где  $C_{osm}$  — клиренс осмотически активных веществ, мл/мин;  $U_{osm}$  — осмолярная концентрация мочи;  $V$  —

диурез, мл/мин;  $P_{osm}$  — осмолярная концентрация плазмы крови.

Вторым показателем является клиренс осмотически свободной воды  $C_{H_2O}$ , который рассчитывают по формуле:

$$C_{H_2O} = V - C_{osm}.$$

Нередко также рассчитывают величину максимальной реабсорбции осмотически свободной воды  $T_{H_2O}^C$  по формуле:

$$T_{H_2O}^C = C_{osm} - V.$$

Все эти показатели можно рассчитать по следующей программе.

### ПРОГРАММА

F ПРГ; 00. В↑ 0E; 01. C/П 50; 02. ÷ 13; 03. C/П 50; 04. x→П 1 41; 05. × 12; 06. x→П 2 42; 07. C/П 50; 08. П→x 1 61; 09. П→x 2 62; 10. — 11; 11. C/П 50; 12. П→x 2 62; 13. П→x 1 61; 14. — 11; 15. C/П 50; F АВТ

### Работа с программой:

1. Набрать В/0
2. Набрать  $U_{osm}$  C/П,  $P_{osm}$  C/П, V C/П — высветится показатель  $C_{osm}$
3. Набрать C/П — высветится  $C_{H_2O}$
4. Набрать C/П — высветится показатель  $T_{H_2O}^C$
5. Для дальнейшей работы или при ошибке в наборе работу продолжить с п. 1.

### Контрольный пример:

$U_{osm} = 1500$ ,  $P_{osm} = 300$ ,  $V = 2$ ,  $C_{osm} = 10$ ,  $C_{H_2O} = -8$ ,  
 $T_{H_2O}^C = 8$ .

Таблица 1. Показатели V при различном числе наблюдений

п	P		п	P	
	0,05	0,01		0,05	0,01
3	1,412	1,414	14	2,461	2,759
4	1,689	1,723	15	2,493	2,800
5	1,869	1,955	16	2,523	2,837
6	1,996	2,130	17	2,551	2,871
7	2,093	2,265	18	2,577	2,903
8	2,172	2,374	19	2,600	2,932
9	2,237	2,464	20	2,623	2,959
10	2,294	2,540	21	2,644	2,984
11	2,343	2,606	22	2,664	3,008
12	2,387	2,663	23	2,683	3,030
13	2,426	2,714	24	2,701	3,051
			25	2,717	3,071

Таблица 2. Значение t-критерия Стьюдента

Число степеней свободы	Уровень значимости					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	2,353	3,182	4,541	5,841	10,21	12,92
4	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318



## Продолжение

Число степеней свободы	Уровень значимости					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
$\infty$	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

Таблица 3. Значения величины вероятности Р по показателю Z

Z	P	Z	P	Z	P
0,1	0,080	1,4	0,838	2,7	0,993
0,2	0,159	1,5	0,866	2,8	0,995
0,3	0,236	1,6	0,890	2,9	0,996
0,4	0,311	1,7	0,911	3,0	0,997
0,5	0,383	1,8	0,928	3,1	0,9981
0,6	0,452	1,9	0,943	3,2	0,9986
0,7	0,516	2,0	0,954	3,3	0,9990
0,8	0,576	2,1	0,964	3,4	0,9993
0,9	0,632	2,2	0,972	3,5	0,9995
1,0	0,683	2,3	0,979	3,6	0,9997
1,1	0,729	2,4	0,984	3,7	0,9998
1,2	0,770	2,5	0,988	3,8	0,9999
1,3	0,806	2,6	0,991		

Таблица 4. Значение  $\chi^2$ -распределения

c	0,20	0,05	0,025	0,010
1	2,71	3,84	5,02	6,63
2	4,61	5,99	7,38	9,21
3	6,25	7,81	9,35	11,34
4	7,78	9,49	11,14	13,28
5	9,24	11,07	12,83	15,09
6	10,64	12,59	14,45	16,81
7	12,02	14,07	16,01	18,48
8	13,36	15,51	17,53	20,09
9	14,68	16,92	19,02	21,67
10	15,99	18,31	20,48	23,21
11	17,28	19,68	21,92	24,72
12	18,55	21,03	23,34	26,22
13	19,81	22,36	24,74	27,69
14	21,06	23,68	26,12	29,14

## Продолжение

С	0,20	0,05	0,025	0,010
15	22,31	25,00	27,49	30,58
16	23,54	26,30	28,85	32,00
17	24,77	27,59	30,19	33,41
18	25,99	28,87	31,53	34,81
19	27,20	30,14	32,85	36,19
20	28,41	31,41	34,17	37,57
21	29,62	32,67	35,48	38,93
22	30,81	33,92	36,78	40,29
23	32,01	35,17	38,08	41,64
24	33,20	36,42	39,36	42,98
25	34,38	37,65	40,65	44,31
26	35,56	38,89	41,92	45,64
27	36,74	40,11	43,19	46,96
28	37,92	41,34	44,46	48,28
29	39,09	42,56	45,72	49,59
30	40,26	43,77	46,98	50,89

Таблица 5. Функция нормального распределения  $\Phi$ 

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,500	0,504	0,508	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532	0,536
0,1	540	544	548	552	556	560	564	567	571	575
0,2	579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0,3	618	622	626	629	633	637	641	644	648	652
0,4	655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0,5	691	695	698	702	705	709	712	716	719	722
0,6	726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0,7	758	761	764	767	770	773	776	779	782	785
0,8	788	791	794	797	800	802	805	808	811	813
0,9	816	819	821	824	826	829	831	834	836	839
1,0	841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1,1	864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1,2	885	887	889	891	893	894	896	898	900	901
1,3	903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1,4	919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1,5	933	934	936	937	938	939	941	942	943	944
1,6	945	946	947	948	949	951	952	953	954	954
1,7	955	956	957	958	959	960	961	962	962	963
1,8	964	965	966	966	967	968	969	969	970	971
1,9	971	972	973	973	974	974	975	976	976	977
2,0	977	978	978	979	979	980	980	981	981	982
2,1	982	983	983	983	984	984	985	985	985	986
2,2	986	986	987	987	987	988	988	988	989	989

х	Ф	х	Ф	х	Ф	х	Ф
2,3	0,989	2,7	0,9965	3,1	0,9990	3,5	0,9998
2,4	992	2,8	9974	3,2	9993	3,6	9998
2,5	994	2,9	9981	3,3	9995	3,7	9999
2,6	995	3,0	9986	3,4	9997	3,8	9999

Таблица 6. Значение вероятности  $P(\lambda)$  для оценки меры расхождения по критерию Колмогорова

$\lambda$	$P(\lambda)$	$\lambda$	$P(\lambda)$	$\lambda$	$P(\lambda)$
0,0	1,000	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,000	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,000	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,000	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,178	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

Таблица 7. Значения коэффициента корреляции при различных уровнях значимости Р и разном числе степеней свободы К

К	Р		К	Р	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,75	0,87	27	0,37	0,47
6	0,71	0,83	28	0,36	0,46
7	0,67	0,80	29	0,36	0,46
8	0,63	0,77	30	0,35	0,45
9	0,60	0,74	35	0,33	0,42
10	0,58	0,71	40	0,30	0,39
11	0,55	0,68	45	0,29	0,37
12	0,53	0,66	50	0,27	0,35
13	0,51	0,64	60	0,25	0,33
14	0,50	0,62	70	0,23	0,30
15	0,48	0,61	80	0,22	0,28
16	0,47	0,59	90	0,21	0,27
17	0,46	0,58	100	0,20	0,25
18	0,44	0,56	125	0,17	0,23
19	0,43	0,55	150	0,16	0,21
20	0,42	0,54	200	0,14	0,18
21	0,41	0,53	300	0,11	0,15
22	0,40	0,52	400	0,10	0,13
23	0,40	0,51	500	0,09	0,12
24	0,39	0,50	700	0,07	0,10
25	0,38	0,49	900	0,06	0,09
26	0,37	0,48	1000	0,06	0,09

Таблица 8. Значения показателей достоверности дисперсионного анализа

$K_x \backslash K_y$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242
	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5921	5981	6022	6056
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39
	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34
	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82

$K_x \backslash K_z$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86
	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67
	9,07	6,70	5,74	5,0	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24
	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16
	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	2,98
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83
	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32

$P=0,95$  — верхняя строка,  $P=0,99$  — нижняя строка.

Таблица 9. Критические значения коэффициентов корреляции рангов Спирмена

n	Вероятность P		n	Вероятность P	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	1,000	—	16	0,425	0,601
5	0,900	1,000	18	0,399	0,564
6	0,829	0,943	20	0,377	0,534
7	0,714	0,893	22	0,359	0,508
8	0,643	0,833	24	0,343	0,485
9	0,600	0,783	26	0,329	0,465
10	0,564	0,746	28	0,317	0,448
12	0,506	0,712	30	0,306	0,432
14	0,456	0,645			

Таблица 10. Значение вероятностей P для оценки коэффициента корреляции рангов Кендэла (P=0,05)

S	Число наблюдений n						
	4	5	6	7	8	9	10
0	0,625	0,592	—	—	0,548	0,540	—
1	—	—	0,500	0,500	—	—	0,500
2	0,375	0,408	—	—	0,452	0,460	—
3	—	—	0,360	0,386	—	—	0,431
4	0,167	0,242	—	—	0,360	0,381	—
5	—	—	0,235	0,281	—	—	0,364
6	0,042	0,117	—	—	0,274	0,306	—
7	—	—	0,136	0,191	—	—	0,300
8	—	0,042	—	—	0,199	0,238	—
9	—	—	0,068	0,119	—	—	0,242
10	—	0,0083	—	—	0,138	0,179	—
11	—	—	0,028	0,068	—	—	0,190
12	—	—	—	—	0,089	0,130	—
13	—	—	0,0083	0,035	—	—	0,146
14	—	—	—	—	0,054	0,090	—
15	—	—	0,0014	0,015	—	—	0,108
16	—	—	—	—	0,031	0,060	—
17	—	—	—	0,0054	—	—	0,078
18	—	—	—	—	0,016	0,038	—
19	—	—	—	0,0014	—	—	0,054
20	—	—	—	—	0,0071	0,022	—
21	—	—	—	0,0002	—	—	0,036
22	—	—	—	—	0,0028	0,012	—
23	—	—	—	—	—	—	0,023
24	—	—	—	—	0,0009	0,0063	—
25	—	—	—	—	—	—	0,014
26	—	—	—	—	0,0002	0,0029	—
28	—	—	—	—	—	0,0012	—
30	—	—	—	—	—	0,0004	—



Таблица 11. Эффекты исследования в пробитах

Число животных в группе	Количество животных, у которых наблюдается эффект от препарата													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	3,62	4,57	5,43	6,38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	3,47	4,33	5,00	5,67	6,53	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	3,36	4,16	4,75	5,25	5,84	6,64	—	—	—	—	—	—	—	—
6	3,27	4,03	4,57	5,00	5,43	5,97	6,73	—	—	—	—	—	—	—
7	3,20	3,93	4,43	4,82	5,18	5,57	6,07	6,80	—	—	—	—	—	—
8	3,13	3,85	4,33	4,68	5,00	5,32	5,67	6,15	6,87	—	—	—	—	—
9	3,09	3,78	4,23	4,57	4,86	5,14	5,43	5,77	6,22	6,91	—	—	—	—
10	3,04	3,72	4,16	4,48	4,75	5,00	5,25	5,52	5,84	6,28	6,96	—	—	—
11	3,00	3,67	4,09	4,40	4,65	4,89	5,11	5,35	5,60	5,91	6,33	7,00	—	—
12	2,97	3,61	4,03	4,33	4,57	4,79	5,00	6,21	5,43	5,67	5,97	6,39	7,03	—
13	2,93	3,57	3,98	4,26	4,50	4,71	4,90	5,10	5,29	5,50	5,74	6,02	6,43	7,07

Таблица 12. «Весовой» коэффициент пробитов

Пробит	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,3	2,6	2,9	3,2
4	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9
5	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,3	4,1	3,9	3,7
6	3,5	3,2	2,9	2,6	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2

## Список литературы

---

1. *Архипова Г. П., Лаврова И. Г., Трошина И. М.* Некоторые современные методы статистического анализа в медицине.— М.: Медицина, 1971.
2. *Беленький М. Л.* Элементы количественной оценки фармакологического эффекта.— Л.: Медгиз, 1963.
3. *Бессмертный Б. С.* Математическая статистика в клинической, профилактической и экспериментальной медицине.— М.: Медицина, 1967.
4. *Блох А. Ш., Павловский А. И., Пенкрат В. В.* Программирование на микрокалькуляторах.— Минск: Высшая школа, 1981.
5. *Брин В. Б., Зонис Б. Я.* Физиология системного кровообращения: Формулы и расчеты.— Ростов н/Д.: Изд-во Ростов. ун-та, 1984.
6. *Гайтон А.* Физиология кровообращения. Минутный объем сердца и его регуляция: Пер. с англ.— М.: Медицина, 1969.
7. *Гублер Е. В., Генкин А. А.* Применение непараметрических критериев статистики в медико-биологических исследованиях.— Л.: Медицина, 1973.
8. *Дьяконов В. П.* Расчет нелинейных и импульсных устройств на программируемых микрокалькуляторах.— М.: Радио и связь, 1984.
9. *Дьяконов В. П.* Справочник по расчетам на микрокалькуляторах.— М.: Наука, 1985.
10. *Журавлева К. И.* Статистика в здравоохранении.— М.: Медицина.— 1981.
11. *Лакин Г. Ф.* Биометрия.— М.: Высшая школа, 1973.
12. *Линник Ю. В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений.— М.: Физматгиз, 1958.
13. *Минцер О. П., Угаров Б. Н., Власов В. В.* Методы обработки медицинской информации.— Киев: Віща школа, 1982.
14. *Прозоровский В. Б.* Использование метода наименьших квадратов для пробит-анализа кривых летальности//Фармакол. и токсикол.— № 1.— С. 115—120.
15. *Руководство по кардиологии/Под ред. Е. И. Чазова.*— М.: Медицина, 1982.
16. *Сепетлиев Д.* Статистические методы в научных медицинских исследованиях.— М.: Медицина, 1968.
17. *Славин Г. В.* Программирование на программируемых микрокалькуляторах типа «Электроника БЗ-34».— Таллинн: Валгус, 1984.
18. *Современные методы исследования функций сердечно-сосудистой*

системы/Под ред. Е. Б. Бабского и В. В. Парина.— М.: Медицина, 1963.

19. Трохименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчеты на программируемых микрокалькуляторах.— Киев, Техніка, 1985.
20. Урбах В. Ю. Статистический анализ в биологических и медицинских исследованиях.— М.: Медицина, 1975.
21. Физиология кровообращения. Физиология сердца: Руководство по физиологии.— Л.: Наука, 1980.
22. Холлендер М., Вулф Д. Непараметрические методы статистики: Пер. с англ.— М.: Финансы и статистика, 1983.

Предисловие . . . . .	3
Глава 1. Основные характеристики отечественных программируемых микрокалькуляторов . . . . .	5
Глава 2. Методы расчета на программируемых микрокалькуляторах в автоматическом режиме . . . . .	10
Глава 3. Работа на микрокалькуляторах по программам . . . . .	17
Глава 4. Проведение статистической обработки результатов исследования . . . . .	25
Глава 5. Вычисление средних показателей . . . . .	29
Глава 6. Исследование степени соответствия эмпирических и теоретических данных по различным критериям . . . . .	53
Глава 7. Корреляционный анализ . . . . .	70
Глава 8. Регрессионный анализ . . . . .	95
Глава 9. Дисперсионный анализ . . . . .	117
Глава 10. Некоторые непараметрические методы анализа . . . . .	141
Глава 11. Статистические расчеты, используемые в фармакологии и токсикологии (методы альтернативного анализа) . . . . .	156
Глава 12. Расчеты статистических показателей в работе практического врача — организатора здравоохранения . . . . .	163
Глава 13. Расчет некоторых показателей, используемых в пульмонологии . . . . .	174
Глава 14. Расчеты кардиогемодинамических показателей в эксперименте и в клинике . . . . .	184
Глава 15. Вычисление некоторых показателей деятельности почек в клинике и эксперименте . . . . .	195
Приложение . . . . .	207
Список литературы . . . . .	217

Монография

*Юрий Иванович Иванов,  
Олег Наумович Погорелюк*

**Статистическая обработка результатов  
медико-биологических исследований  
на микрокалькуляторах по программам**

Зав. редакцией *Ю. В. Махотин*  
Редактор издательства *М. Г. Фомина*  
Мл. редактор *Н. Д. Карцева*  
Художественный редактор *В. И. Романенко*  
Художник *В. Ф. Киселев*  
Технический редактор *Н. М. Клепикова*  
Корректор *Н. П. Проходцева*

ИБ № 5126

Сдано в набор 04.12.89. Подписано к печати 01.10.90. Формат  
бумаги 84×108/32. Бумага типогр. № 2. Гарнитура литературная.  
Печать высокая. Усл. печ. л. 11,76. Усл. кр.-отт. 11,97. Уч.-изд. л.  
10,32. Тираж 17 000 экз. Заказ 1719. Цена 70 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Медицина»  
101000, Москва, Петроверигский пер., 6/8.

Ордена Трудового Красного Знамени тип. изд-ва «Звезда».  
614600, г. Пермь, ГСП-131, ул. Дружбы, 34.

## *К сведению читателей!*

*Из плана выпуска литературы издательства  
«Медицина» на 1991 год:*

**Лишук В. А. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КРОВО-  
ОБРАЩЕНИЯ.**— М.: Медицина, 1991 (IV).— 18 л. (В  
пер.): 3 р. 10 к.

В монографии обобщен клинический опыт, главным образом объективные данные мониторно-компьютерного контроля и оценки анализа результатов лечения больных с острыми нарушениями кровообращения, которые организованы в виде автоматизированного банка данных. Рассмотрены диагностические и терапевтические решения, достижение которых не может быть получено без применения математических методов и моделей.

Для физиологов, кардиологов, кибернетиков.

## *К сведению читателей!*

*Из плана выпуска литературы издательства  
«Медицина» на 1991 год:*

**ПОЛОВАЯ ДИФФЕРЕНЦИРОВКА ФУНКЦИЙ ПЕЧЕНИ/Розен В. Б., Матарадзе Г. Д., Смирнова О. В., Смирнов А. Н.— М.: Медицина, 1991 (II).— 30 л. (В пер.): 4 р. 90 к.**

В монографии представлены данные о формировании полового диморфизма репродуктивных органов и мозга; характеристика основных функций печени и наличия в ней процессов, зависящих от пола; анализ физиологических закономерностей становления половой дифференцировки печеночных функций, рассмотрения форм и механизмов участия половых и неполовых гормонов в исследуемом процессе, а также роли печени в развитии системных осложнений при применении препаратов половых гормонов (контрацептивов, анаболитов, эстрогенов).

Для эндокринологов, гепатологов, биохимиков, физиологов.

Книги издательства «Медицина» поступают в продажу в специализированные книжные магазины и магазины, имеющие отделы медицинской литературы.

**ВСЕСЛАВ ИВАНОВИЧ  
БЕЛЬКЕВИЧ:**

*— Совершенно верно поступили авторы, что не перегрузили книгу изложением статистических методов, а в ряде случаев привели лишь последовательность вычислений, основные формулы, по которым производятся расчеты. Главное внимание уделили описанию выполнения программы расчета статистических показателей, приведены конкретные примеры. Это позволяет достаточно полно ознакомиться с работой на микрокалькуляторе....*