Л. С. Хренов, Ю. В. Визиров

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, ДОПОЛНЕННОЕ

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1983

ББК 32.974
Х91
УДК 518.2

Рецензент: В. И. Ефимов

Под редакцией проф. Л. С. Хренова

Хренов Л. С., Визиров Ю. В.

Х91 Логарифмическая линейка: Практическое руководство.— 2-е изд., доп.— М.: Высш. шк., 1983.— 95 с., ил.

30 к.

В брошюре рассмотрены общие правила алгебраических и тригонометрических действий с помощью линеек трех систем и решения самых различных задач, встречающихся в практике работы техника.

Во втором издании (первое вышло в 1968 г.) рассматривается логарифмическая линейка «Ленинград»; эта линейка позволяет производить большее число операций.

Рассчитано на широкий круг учащейся молодежи и технического персонала, желающих научиться считать на различных логарифмических линейках.

Х $\frac{1702030000-402}{001(01)-83}$ КБ—21—43—83 ББК 32.974 6Ф7

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время происходит быстрое развитие и внедрение в практику счетных приборов и вычислительных машин. Однако счетная логарифмическая линейка продолжает оставаться самым массовым вычислительным прибором для расчетов, не требующих большой точности и скорости.

Основное назначение пособия — научить считать на разных видах логарифмических линеек. Поэтому авторы кроме кратких теоретических сведений о счетных логарифмических линейках и описания их устройств приводят конкретные примеры использования линеек для различных вычислений.

Второе издание пособия переработано и дополнено. Заново написаны § 8—10, в которых описываются некоторые счетные логарифмические линейки, широко используемые в вычислительной практике, в том числе линейка «Ленинград»; приложение дополнено исторической справкой и примерами для упражнений.

Пособие рассчитано на широкий круг учащейся молодежи, а также может быть использовано инженерно-техническим персоналом, желающими научиться считать на разных видах логарифмических линеек.

В пособии § 7, 12—18 написаны Ю. В. Визировым, а весь остальной материал — Л. С. Хреновым.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность рецензенту рукописи В. И. Ефимову за весьма ценные замечания, позволившие значительно улучшить ее содержание, и отметить труд А. С. Валуева за подготовку примеров 8—12 для упражнений с линейкой «Ленинград».

Все замечания, направленные на улучшение данного пособия, просим направлять в издательство «Высшая школа» (Москва, Неглинная ул., 29/14).

Проф. Л. С. Хренов

ВВЕДЕНИЕ

В практике самых различных вычислений исходными данными могут быть не только точные, но чаще всего приближенные величины, определенные с той или иной степенью достоверности. При этом следует учитывать, что результаты при вычислении с точными величинами

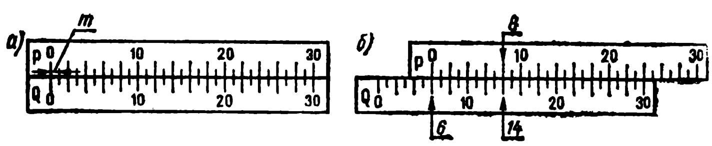

Рис. 1. Линейки с равномерными шкалами:
а — совмещенное положение двух линеек; *б* — получение суммы двух чисел

будут точные лишь при сложении и вычитании и только за некоторым исключением при умножении и возведении в степень. Результаты вычислений с приближенными числами будут всегда лишь приближенными. Поэтому наряду с различными таблицами, представляющими совокупность с установленной точностью числовых значений данной функции, соответствующих определенным, последовательно расположенным значениям аргумента, широкое применение имеют различные механические средства вычислений. Самым простейшим из них будут две совершенно одинаковые равномерные шкалы, перемещающиеся относительно друг друга. С их помощью можно графически производить действия сложения и вычитания. Например, если иметь две линейки P и Q с одинаковыми делениями (рис. 1, *а*), то для получения суммы $6 + 8 = 14$ следует поступить следующим образом. Линейку P надо передвинуть вправо относительно линейки Q так, чтобы ее штрих 0 был против штриха 6 (первое слагаемое), нанесенного на линейке Q (рис. 1, *б*). После этого против штриха 8 (второе слагаемое) на линейке P можно прочитать по шкале линейки Q искомую сумму (14).

Таким образом, на равномерных шкалах (рис. 1) отрезки пропорциональны числам, подписанным против соответствующих штрихов на шкале.

Уравнение для таких шкал имеет вид

$$y = mx, \tag{1}$$

где m — модуль или масштаб равномерной шкалы.

Следовательно, равномерная шкала является графическим изображением функции одного переменного x, т. е.

$$y = mf(x). \tag{2}$$

Примечание. Для равномерной шкалы, показанной на рис. 1, модуль m равен длине наименьшего отрезка.

Если сложение и вычитание быстрее производить на русских счетах, нежели с помощью равномерных шкал, то для выполнения умножения, деления и различных алгебраических и тригонометрических действий целесообразно пользоваться графическими способами. Только в этом случае используют неравномерные шкалы, т. е. такие, на которых отсчеты не пропорциональны соответствующим отрезкам. Примером неравномерных шкал служат шкалы, построенные для уравнений $y = m \lg x$, $y = m \lg \operatorname{tg} \alpha$ и т. п.

Если построить две логарифмические шкалы, то, пользуясь ими, можно графически производить умножение, деление и различные алгебраические и тригонометрические действия.

Десятичным (бригговым, обыкновенным) логарифмом числа a называют показатель q степени, в которую надо возвести основание 10, чтобы получить число a. Например, в равенстве $10^q = a$ число q — десятичный логарифм числа a, т. е. $q = \lg a$.

При вычислениях пользуются следующими свойствами логарифмов:

$$\lg ab = \lg a + \lg b, \tag{3}$$

$$\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b, \tag{4}$$

$$\lg a^n = n \lg a, \tag{5}$$

$$\lg \sqrt[n]{a} = \frac{\lg a}{n}. \tag{6}$$

Если положительное число a представляет целую положительную или отрицательную степень основания 10, т. е. $a = 10^{\pm n}$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$, то логарифм этого числа равен положительному или отрицательному целому числу. Например,

$$\begin{array}{llll}
\lg 1000 = 3, & \text{так как} & & 10^3 = 1000, \\
\lg 100 = 2, & » & » & 10^2 = 100, \\
\lg 10 = 1, & » & » & 10^1 = 10, \\
\lg 1 = 0, & » & » & 10^0 = 1, \\
\lg 0{,}1 = -1, & » & » & 10^{-1} = 0{,}1, \\
\lg 0{,}001 = -3, & » & » & 10^{-3} = 0{,}001 \text{ и т. д.}
\end{array}$$

Для любого другого положительного числа, отличного от нуля, его логарифмом будет число иррациональное, которое, как известно, можно с любой степенью точности заменить десятичной дробью. Целую часть такой дроби называют *характеристикой логарифма*, а дробную часть — его *мантиссой*. Например,

$$\lg 10a = \lg 10 + \lg a = 1 + \lg a,$$

$$\lg 100a = \lg 100 + \lg a = 2 + \lg a,$$

$$\lg \frac{a}{1000} = \lg a - \lg 1000 = \lg a - 3 \text{ и т. д.,}$$

т. е. логарифмы чисел a, $10a$, $100a$, $0{,}1a$, $0{,}01a$ и т. д. имеют одинаковые мантиссы. Следовательно, мантисса какого-либо числа не зависит от положения запятой в этом числе.

Для определения характеристики логарифма пользуются следующими правилами.

1. Если $a > 1$, то характеристика его логарифма положительна и равна числу цифр без одной в целой части a, т. е. имеем:

$$\begin{array}{rlcc r}
1 \leqslant a < & 10 — \text{характеристика} & \text{логарифма} & & 0, \\
10 \leqslant a < & 100 — \quad » & » & & +1, \\
100 \leqslant a < & 1000 — \quad » & » & & +2, \\
1000 \leqslant a < & 10\,000 — \quad » & » & & +3
\end{array}$$

и т. д.

2. Если $a < 1$, то характеристика его логарифма отрицательна и равна числу нулей в a до первой значащей цифры, включая и нуль целых. *Значащими цифрами* каждого числа являются все его цифры, за исключением нулей, стоящих в левой его части. Нули, стоящие

в левой его части, позволяют определить разряд первой, отличной от нуля цифры в данном числе, т. е.

$1 > a \geqslant 0{,}1$	— характеристика	логарифма		-1,
$0{,}1 > a \geqslant 0{,}01$	—	»	»	-2,
$0{,}01 > a \geqslant 0{,}001$	—	»	»	-3,
$0{,}001 > a \geqslant 0{,}0001$	—	»	»	-4

и т. д.

Итак, *характеристика логарифма есть целое (положительное или отрицательное) число или нуль, а мантисса логарифма всегда положительное число.*

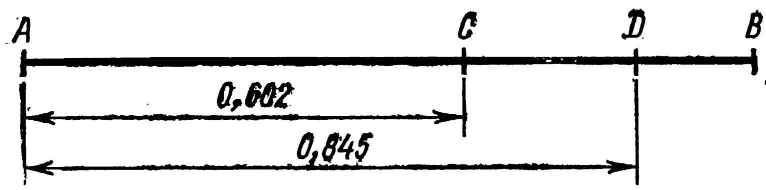

Рис. 2. Построение логарифмической шкалы

При записи логарифма, у которого характеристика отрицательна, знак минус пишут над характеристикой; этим подчеркивают, что мантисса положительна.

Например, $\lg 7 = 0{,}8451$; $\lg 23 = 1{,}3617$; $\lg 0{,}0149 = \bar{2}{,}1732$; $\lg 12405 = 4{,}0936$; $\lg 0{,}00000694 = \bar{6}{,}8414$; $\lg 12\,000\,000 = 7{,}0792$; $\lg 0{,}916 = \bar{1}{,}9619$.

Пользуясь свойствами логарифмов, можно построить логарифмические (неравномерные) шкалы, уравнения которых

$$y = m \lg x, \tag{7}$$

и производить по ним умножение, деление и другие свойства.

Для построения логарифмической шкалы поступают так. Если некоторый отрезок AB (рис. 2) считать равным 1, то его можно принять за $\lg 10$.

Теперь определим размеры отрезков, соответствующих логарифмам чисел 1, 2, ..., 9 (табл. 1).

Таблица 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,000	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778	0,845	0,903	0,954	1,000

Например, lg 4 и lg 7 изобразятся соответственно отрезками

$$AC = \lg 4 : \lg 10 = 0{,}602,$$

$$AD = \lg 7 : \lg 10 = 0{,}845.$$

На рис. 3 показана логарифмическая шкала, построенная для уравнения (7) при $m = 12{,}5$ см.

Продолжая такую шкалу вправо от штриха 10, строим продолжение логарифмической шкалы (второй ее участок). Таким же образом можно получить продолжение первой шкалы до 100 и т. д.

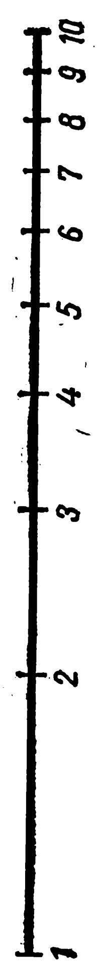

Рис. 3. Логарифмическая шкала

НОРМАЛЬНЫЕ СЧЕТНЫЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЛИНЕЙКИ

§ 1. ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙКИ

Основой устройства счетной логарифмической линейки является *логарифмическая шкала* — графическое изображение логарифмов чисел. Такая линейка служит для выполнения механическим путем различных вычислений. Точность вычислений на счетной логарифмической линейке зависит от длины ее шкал. На нормальной линейке можно получить результаты с тремя-четырьмя значащими цифрами с ошибкой не более единицы последнего знака.

Нормальная логарифмическая линейка (ГОСТ 5161 — 72) состоит из трех частей (рис. 4): корпуса *G*, имеющего продольный паз, движка *Q*, перемещающегося в пазах корпуса (покрытых сверху белым целлулоидом), и бегунка *Б*.

На лицевой стороне корпуса *G* нанесены четыре различные шкалы K, A, D и L длиной по 25 см каждая (см. § 2), а на боковых ее гранях — две измерительные шкалы F и P*.

* Измерительная шкала P, нанесенная на боковой грани корпуса линейки, на рис. 4 не видна.

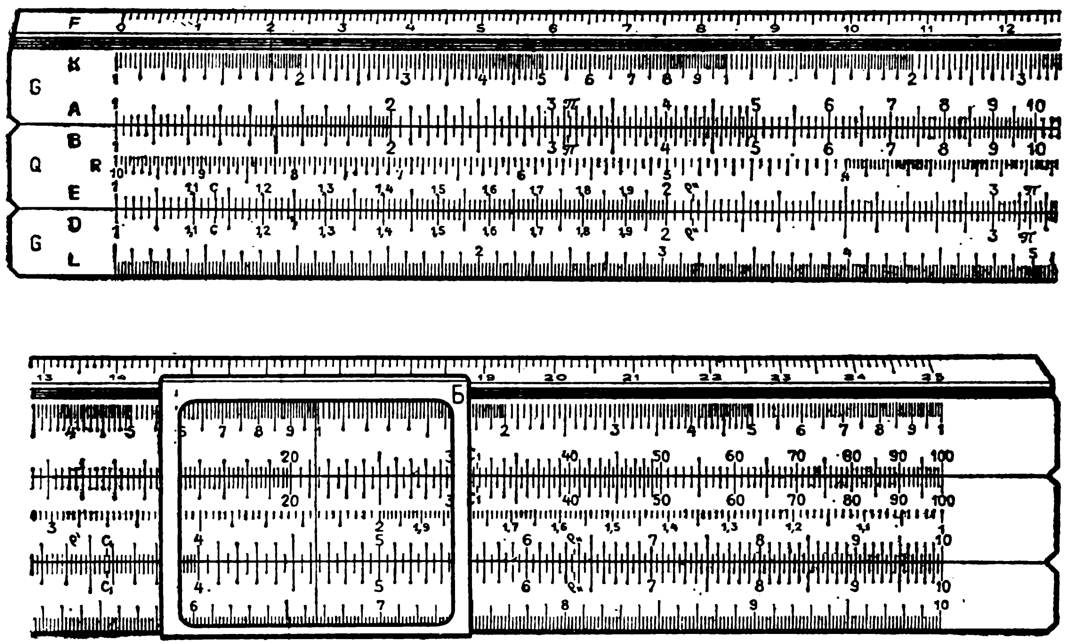

Рис. 4. Лицевая сторона нормальной логарифмической линейки

На лицевой стороне движка Q нанесены три неравномерные шкалы B, R и E (рис. 4), а на обратной стороне движка (рис. 5) — три неравномерные шкалы S, ST и T.

Бегунок состоит из прямоугольной металлической рамки со стеклом, на середине которого нанесена тонкая вертикальная черта — визир (указатель). Бегунок

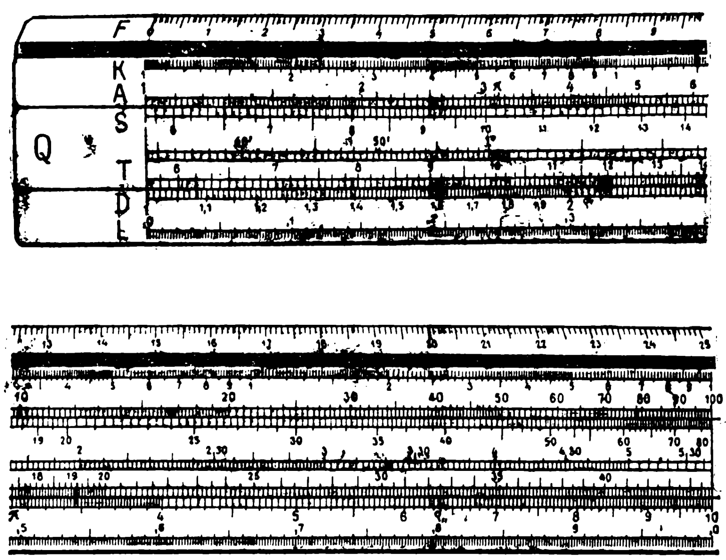

Рис. 5. Нормальная логарифмическая линейка с движком, поставленным обратной стороной
(Между шкалами S и T расположена шкала ST.)

удерживается на линейке соприкасающимися с ее корпусом закраинами рамки. Между рамкой и корпусом линейки поставлена пружина, способствующая свободному перемещению бегунка и удержанию его на линейке.

На обратной стороне корпуса линейки приведены некоторые данные справочного характера: математические и физические постоянные, коэффициенты линейного расширения, модули упругости, плотности некоторых тел и т. д.

Счетная логарифмическая линейка требует бережного обращения; для хранения ее используют футляр. Линейку нельзя ронять; ее недопустимо хранить в горячем или влажном месте; загрязненные шкалы линейки можно протирать только винным спиртом.

Поверки линейки. 1. Верхняя поверхность движка должна лежать в одной плоскости с верхней поверхностью корпуса линейки.

2. При совмещении начального штриха шкалы A на корпусе с начальным штрихом шкалы B движка и с визиром бегунка последний должен отмечать начала и концы всех шкал линейки. В этом положении линейки шкала D корпуса должна совпадать со шкалой E движка, шкала квадратов A корпуса — со шкалой квадратов B на движке, а в вырезах обратной стороны отсчетные черточки должны совпадать с началом и концом тригонометрических шкал.

3. Движок и бегунок должны передвигаться в пазах корпуса достаточно легко и равномерно без проскальзывания и лишнего трения. При тугом перемещении движка можно тальком, воском или парафином протереть его боковые ребра, а при слишком легком скольжении бегунка по пазам линейки следует осторожно подогнуть закраины его рамки, т. е. те его части, которыми он держится на линейке.

4. Для выборочного контроля шкал следует произвести некоторые вычисления, например $\sqrt[3]{8}=\sqrt{4}=2$; $\sqrt[3]{27}=\sqrt{9}=3$; $\sqrt[3]{64}=\sqrt{16}=4$; $\sin 30^\circ=0{,}5$, ...

Соответствующие штрихи на основной шкале D корпуса и штрихи на шкале обратных чисел при перевернутом движке должны совпадать (проверять, пользуясь бегунком).

§ 2. ШКАЛЫ ЛИНЕЙКИ

На лицевой стороне корпуса (см. рис. 4) верхняя шкала K (кубичная) и ниже ее шкала A (квадратичная) служат для вычисления соответственно кубов и квадратов чисел, значения которых отсчитывают по шкале D. Мантиссы логарифмов чисел шкалы D нанесены на нижней шкале L линейки, которая заменяет собой трехзначную таблицу мантисс логарифмов чисел и является единственной из четырех на лицевой стороне равномерной шкалой, разделенной для нормальной линейки с длиной шкал по 25 см на полумиллиметры; остальные шкалы логарифмические — неравномерные.

На шкале L наименьшее деление соответствует 0,002, а метки, обозначенные на ней цифрами 1, 2, 3, 4, ..., читают как 0,1, 0,2, 0,3, 0,4 и т. д.

Шкала D на корпусе линейки и шкала E на движке называются основными шкалами линейки. Каждая шкала состоит из трех участков, на концах которых нанесены цифры 1 и 2, 2 и 4, 4 и 10. На них нанесены отрезки, пропорциональные логарифмам $m \lg x$ соответствующих чисел, но уменьшенным в четыре раза, так как длина всей шкалы равна 0,25 м, а не 1 м (т. е. $m \lg x = 250 \lg x$ при x от 1 до 10). Поэтому на этих шкалах каждое наименьшее деление на участке 1—2 обозначает 0,01 (сотые доли), на участке 2—4 оно равно 0,02, а на участке 4—10 — уже 0,05.

На линейке кубичная шкала K, являясь также логарифмической $m \lg a$, построена с модулем $m = (250:3)$ мм для a от 1 до 1000; она состоит из трех участков, на левых концах которых поставлена цифра 1. На ее первом участке (левый крайний) наименьшее деление (цена одного деления) в интервале 1—2 равно 0,02, в интервале 2—5 равно 0,05 и в интервале 5—1 (10) равно 0,1. На ее втором участке (среднем) в интервалах 10(1)—20(2), 20(2)—50(5) и 50(5)—100(1) наименьшие деления соответственно равны 0,2, 0,5 и 1. Наконец, на ее третьем участке (правом крайнем) в интервалах 100(1)—200(2), 200(2)—500(5) и 500(5)—1000(1) наименьшие деления соответственно равны 2, 5 и 10.

Квадратичная шкала A на линейке и точно такая же шкала (верхняя на движке $m \lg c$) построены каждая с модулем $m = (250:2)$ мм для значений c от 1 до 100 и состоят из двух одинаковых частей, оцифрованных по концам 1—10 и 10—100. На этих шкалах цена одного деления в интервале 1—2 равна 0,02, в интервале 2—5 равна 0,05 и в интервале 5—10 равна 0,1, а на втором участке в интервалах 10—20, 20—50 и 50—100 она соответственно равна 0,2, 0,5 и 1.

На лицевой стороне движка между шкалами B и E нанесена средняя шкала R (см. рис. 4) — шкала обратных чисел, представляющая собой шкалу E(D) в перевернутом виде, т. е. метка 10 поставлена на ее левом, а метка 1 на правом конце. На этой шкале отрезок от ее левого конца до любой метки, например до метки p, равен $250—250 \lg p = 250 \lg(1:p)$.

На обратной стороне движка (см. рис. 5) нанесены три логарифмические шкалы S, ST и T, предназначенные для вычислений с тригонометрическими функциями. Уравнения этих шкал следующие:

$y = m(\lg \sin \alpha_s + 1)$ — шкала синусов (S);

$y\ [\lg 0{,}5(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha) + 2]$ — шкала синусов и тангенсов малых углов (ST);

$y = m(\lg \operatorname{tg} \alpha_t + 1)$ — шкала тангенсов (T),

где α_s и α_t — пометки углов, соответствующие шкалам S и T.

На верхней шкале S нанесены от начальной точки в масштабе основной шкалы логарифмы синусов углов от 5° 43',77 до 90°, а на нижней шкале T — логарифмы тангенсов углов от 5° 43',77 до 45°. На средней шкале ST — шкале синусов и тангенсов — от начальной точки (как и на крайних шкалах) нанесены логарифмы этих функций для значений острых углов от 0° 34',38 до 5° 43',77, т. е. до того места, с которого начинается шкала S.

Для каждой из этих шкал значения углов выбраны так, что значение функции крайнего правого отсчета в десять раз больше значения той же функции для начального левого отсчета.

Действительно,

$\sin 0°\,34',38 \approx \operatorname{tg} 0°\,34',38 \approx 0{,}01000;$

$\sin 5°\,43',77 \approx \operatorname{tg} 5°\,43',77 \approx 0{,}100;$

$\sin 90° = 1,$ а $\operatorname{tg} 45° = 1.$

Следовательно, шкалы S и T содержат логарифмы углов, синусы и тангенсы которых меняются в пределах от 0,1 до 1,0, а средняя шкала ST — логарифмы углов, синусы (тангенсы) которых меняются в пределах от 0,01 до 0,1.

На шкале S на участке от ее начала до 10° наименьшее деление соответствует 5', на участках 10—20° и 20—90° оно соответственно равно 10' и 20'.

На шкале T наименьшие деления 5' и 10' имеют участки, соответствующие углам в пределах 5° 43',77 — 20° и 20—45°.

На средней шкале ST наименьшее деление на участке до 3° соответствует 1', а от 3° и дальше — 2'.

Такое сочетание шкал, нанесенных на лицевой стороне линейки и на двух сторонах движка, позволяет выполнять по ним самые различные вычисления.

На некоторых шкалах лицевой стороны линейки и на одноименных шкалах движка особыми штрихами отмечены константы: π (на шкалах A, B, E и D), $M=1:\pi$ (на шкалах A и B), $c=\sqrt{4:\pi}$, $c_1=\sqrt{40:\pi}$ (на шкале E), а на некоторых линейках — константы $\rho^\circ=180/\pi\approx 57{,}296$, $\rho'=3437{,}8$, $\rho''=206265$, $\rho_{''}=636620$ и $\sqrt{\ }=\sqrt{2g}=4{,}429$ (на шкале E) или часть их и ρ'', $\rho_{''}$ (на шкалах E и D, см. рис. 4).

На обратной стороне корпуса линейки помещена таблица числовых значений некоторых постоянных величин, а также температуры плавления, модули упругости, плотности и коэффициенты линейного расширения различных материалов.

§ 3. УСТАНОВКА И ЧТЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ШКАЛАМ ЛИНЕЙКИ

Установить заданное число на шкале линейки — это значит найти его место на этой шкале. И наоборот, если на шкале линейки указано место, то для определения числа, соответствующего этому месту, необходимо уметь на шкале прочитывать это число. При этом следует помнить, что каждая метка (черточка) на шкале счетной линейки соответствует не одному какому-либо определенному числу, а всякому другому, которое может быть получено умножением этого числа на 10 в любой

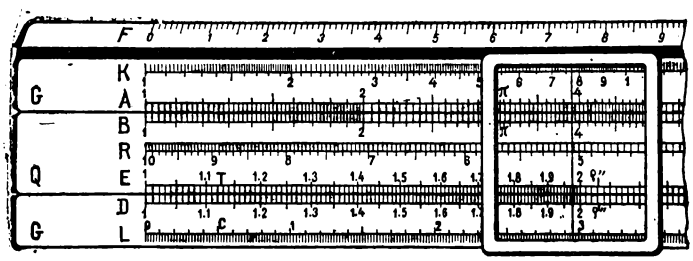

Рис. 6. Визир движка поставлен на отсчет числа 3,90 на шкале A

степени. Например, число 19,75 (см. отсчет по визиру бегунка на шкале E, рис. 6) будет на линейке в том же месте, что числа 1975, 1,975, 0,1975, 0,01975, 0,001975 и т. п.

При установке чисел на шкалах счетной линейки не следует обращать внимание ни на запятые, ни на нули, стоящие в конце устанавливаемого числа (кроме шкал A, B, K и L).

Следовательно, *при установке чисел на шкалах надо читать все его цифры в последовательном порядке и определять место этого числа на шкале, руководствуясь соответствующими ее делениями.*

Точность отсчета по любой из шкал счетной логарифмической линейки зависит от длины этой шкалы.

Уравнение основной неравномерной шкалы счетной логарифмической линейки имеет вид (см. с. 7) $y = m \lg x$ или $y = mM \ln x$, где $M = \lg_{10} e = 0{,}43\ldots$ — модуль десятичных логарифмов. Дифференцируя функцию (7) и заменяя при этом дифференциалы погрешностями, получим

$$\Delta y = mM \frac{\Delta x}{x}, \qquad (8)$$

где Δy — погрешность определения длины отрезка y, m — масштаб шкалы, а $\frac{\Delta x}{x}$ — относительная погрешность определяемого числа по шкале.

Из (8) следует, что для относительной погрешности определяемого по шкале числа справедливо соотношение

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{mM}. \qquad (9)$$

Для шкалы с $m=25$ см и при $\Delta y = 0{,}1$ мм относительная погрешность

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{0{,}1}{0{,}43 \cdot 250} \approx \frac{1}{1000} = 0{,}1\ \%.$$

Следовательно, по шкале, для которой справедливо уравнение (7), можно в ее начале производить отсчет числа с четырьмя, а в конце такой шкалы — с тремя значащими цифрами; при этом погрешность результата не превысит единицы последнего знака в отсчитываемом числе.

На рис. 6 с помощью визира бегунка показана установка на шкалах:

A — числа 3,90 (три, девять, ноль);

R — числа 5,06 (пять, ноль, шесть);

E » 19,75 (один, девять, семь, пять).

На шкале D по визиру бегунка (рис. 6) можно прочитать число 0,001975, или 1,975, или 197,5 или 1975. А на шкале L по тому же визиру читаем 296.

На счетной линейке в начале шкал A, B, R, E и D (см. рис. 4) можно устанавливать или прочитывать че-

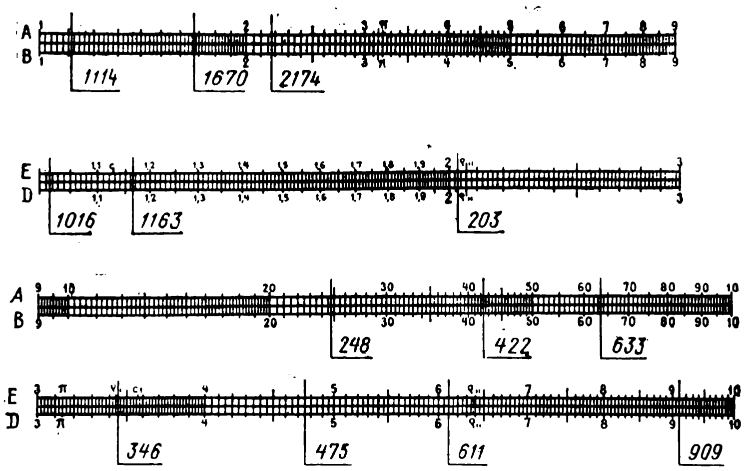

Рис. 7. Части шкал A, B, E и D нормальной логарифмической линейки с длиной шкал 25 см

тыре цифры, а в середине и в конце этих шкал — только три цифры числа (рис. 7).

Если число состоит из большего числа цифр, то при работе на счетной линейке остальные цифры отбрасывают, пользуясь при этом округлением по правилу с поправкой:

1) если первая из отбрасываемых цифр равна или больше пяти единиц, то последнюю оставляемую цифру в числе увеличивают на единицу;

2) если первая из отбрасываемых цифр меньше пяти единиц, то последнюю оставляемую цифру в числе сохраняют без изменения;

3) если в точном числе последней цифрой является цифра 5, то предшествующую ей цифру увеличивают на единицу только в том случае, когда она нечетная.

Например, число 131,29853 после округления будет 131,299 или 131,30; число 87,8242 — будет 87,824 или 87,82; если числа 35,965 и 149,875 точные, то после округления они будут 35,96 и 149,88.

§ 4. ПОРЯДОК ЧИСЕЛ

Для определения окончательного результата вычислений на счетной логарифмической линейке необходимо иметь понятие о порядке (значности) чисел.

Порядком (значностью) числа, равного или большего единицы, называют число цифр, стоящих в его целой части; такой порядок называют положительным.

Порядком (значностью) числа, меньшего единицы, называют число нулей, стоящих после запятой до его первой значащей цифры; такой порядок считают отрицательным.

Например:

Число	Порядок (значность)	Число	Порядок (значность)
7	1	0,1	0
29	2	0,19	0
560	3	0,19994	0
561,7	3	0,00750	—2
561,384	3	0,084	—1
281,35	3	0,0001	—3
2,811	1	0,99	0
5133,5133	4	0,00000181	—5

Из приведенных примеров видно, что порядок любого числа (большего или меньшего единицы) всегда на единицу больше характеристики его десятичного логарифма (табл. 2).

Таблица 2

Число	Логарифм	Порядок	Число	Логарифм	Порядок
4,131	0,6161	1=0+1	0,012	$\bar{2},0792$	—1=—2+1
63	1,7993	2=1+1	0,137	$\bar{1},1367$	0=—1+1
127,4	2,1052	3=2+1	0,000961	$\bar{4},9827$	—3=—4+1
93,18	1,9693	2=1+1	0,00239	$\bar{3},3784$	—2=—3+1

§ 5. ДЕЙСТВИЯ НА ЛИНЕЙКЕ С АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ

На счетной логарифмической линейке механическим путем можно производить умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня, а также определять натуральные значения тригонометрических функций заданных углов. И наоборот, по заданным натуральным

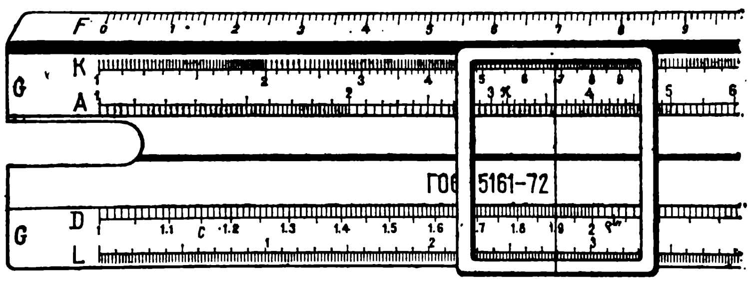

Рис. 8. Отсчет числа 1,9 на шкале D по визиру движка

значениям функций находить соответствующие им углы, определять логарифмы и антилогарифмы чисел и логарифмы тригонометрических функций и производить различные вычисления (см. § 7). Например, по шкалам лицевой стороны линейки с помощью только одной установки визира бегунка можно получить сразу четыре результата: число на основной шкале D, его логарифм на нижней шкале L, а квадрат и куб этого числа соответственно на шкалах A и K.

На рис. 8 по визиру бегунка, поставленного на штрих, подписанный на шкале D числом 1,9, можно по шкале L прочитать $\lg 1{,}9 = 0{,}279$, по шкале A — квадрат этого числа, т. е. $1{,}9^2 = 3{,}61$, а по шкале K — куб этого числа, т. е. $1{,}9^3 \approx 6{,}86$. Если же визир бегунка установить, например, на какое-нибудь число на шкале кубов K или квадратов A, то по визиру можно прочитать кубический или квадратный корень из этого числа на шкале D, а логарифм этого корня — на нижней шкале L корпуса линейки.

Примечание. Если при работе на линейке шкалы движка не используются, то для удобства вычислений его следует выдвинуть из пазов линейки (рис. 8).

Для приобретения навыков в работе со счетной логарифмической линейкой следует проделать на ней рассмотренные ниже примеры.

Умножение и деление

Эти действия на линейках основываются на известных свойствах логарифмов (см. с. 5—7) и при умножении сводятся к сложению соответствующих отрезков на логарифмических шкалах E и D, а при делении — к вычитанию их.

Пример 1. Вычислить $x = 32{,}4 \cdot 23$.

Пользуясь соответствующими шкалами линейки, необходимо сложить два отрезка, соответствующих $\lg 32{,}4$ и $\lg 23$. Для этого визир бегунка ставят на шкале D на деление 32,4, а перемещением движка вправо подводят его левую крайнюю цифру 1 на шкале E под указатель. Затем бегунок переводят вправо, устанавливая его визир на деление 23 шкалы E, и по визиру читают на основной шкале D линейки ответ: $x \approx 745$.

Пример 2. Вычислить $x = 5{,}65 \cdot 3{,}17$.

Для вычисления произведения воспользуемся равенством $a + b = (10 + a) - (10 - b)$, в котором a и b — логарифмы сомножителей. Для этого правый крайний штрих 10 на шкале E движка, передвигая последний влево, совмещают с делением 5,65 на основной шкале D линейки. Затем, установив визир бегунка на деление 3,17 шкалы E движка, по указателю читают на шкале D ответ: $x \approx 17{,}9$.

При умножении чисел можно пользоваться и обратной шкалой R (средняя шкала лицевой стороны движка).

В приведенных примерах умножения двух чисел движок в одном случае передвигается вправо, а в другом — влево. При этом следует учитывать следующие правила:

1) если при перемножении двух чисел движок передвигался вправо, т. е. когда для перемножения пользуются начальным штрихом 1 шкалы E движка, то в этом случае порядок произведения на единицу меньше суммы двух сомножителей;

2) если же при перемножении двух чисел движок передвигался влево, т. е. когда для перемножения поль-

зуются конечным штрихом 1 шкалы E, то в этом случае порядок произведения равен сумме порядков сомножителей.

Пример 3. Вычислить $x = 42{,}5 \cdot 12{,}7$.

Визир бегунка следует поставить на штрих 42,5 основной шкалы D, а затем переместить движок влево до совмещения с визиром числа 127 обратной шкалы R; на основной шкале D, против конечного штриха шкалы R движка, читают ответ: $x \approx 540$.

Пример 4. Вычислить $y = 6{,}44 : 2{,}19$.

Визир бегунка ставят на деление 6,44 основной шкалы D линейки и перемещают движок влево до совмещения с визиром деления 219 шкалы E движка. После этого против цифры 1 шкалы E на основной шкале D читают ответ: $y \approx 2{,}94$.

Пример 5. Вычислить $y = 5{,}24 : 7{,}76$.

Здесь делимое меньше делителя, поэтому визир бегунка совмещают с делением 524 основной шкалы D и под него подводят штрих 776 шкалы E. После этого против правого крайнего штриха 10 на движке читают на основной шкале D ответ: $y = 0{,}675$.

Пример 6. Вычислить $z = \frac{2{,}17 \cdot 3{,}81}{4{,}35}$.

Визир бегунка ставят на штрих, соответствующий числу 2,17 (первый сомножитель) на шкале D корпуса линейки, и передвигают движок влево до совмещения штриха, отмечающего число 4,35 (делитель), с визиром бегунка. Ставят визир бегунка на штрих шкалы E движка, соответствующий числу 3,81 (второй сомножитель), и под визиром на шкале D читают ответ: $z \approx 1{,}90$.

Пример 7. Найти произведение числа 17,8 на следующие множители: 2,41, 4,19, 0,213.

Перемещают движок до совмещения левого крайнего штриха шкалы E с отсчетом 17,8 — первым сомножителем на шкале D. После этого двигают бегунок на линейке, совмещая его визир последовательно со штрихами на шкале E, соответствующими 2,41, 4,19 и 0,213; каждый раз на шкале D читают ответы: $42{,}9 \approx 17{,}8 \cdot 2{,}41$; $74{,}6 \approx$ $\approx 17{,}8 \cdot 4{,}19$ и $3{,}79 \approx 17{,}8 \cdot 0{,}213$.

При делении чисел, содержащих десятичные дроби, необходимо всякий раз определять в частном место запятой, отделяющей целую часть числа от дробной, т. е. определять количество целых знаков в частном. При этом можно руководствоваться следующими правилами:

1) если первая значащая цифра делимого a меньше первой значащей цифры делителя b, то порядок (значность) частного N равен разности значностей делимого n_a и делителя n_b, т. е.

$$N = n_a - n_b; \tag{10}$$

2) если первая значащая цифра делимого a больше первой значащей цифры делителя b, то порядок (значность) N частного равен разности значностей делимого n_a и делителя n_b и плюс единица, т. е.

$$N = (n_a - n_b) + 1. \tag{11}$$

Примечание. Если первые значащие цифры делимого и делителя равны, то определение порядка частного по формулам (10) и (11) производят по вторым значащим цифрам делимого и делителя, а при равенстве вторых значащих цифр определяют по третьим и т. д.

Возведение в степень и извлечение корня

Возведение в степень. При возведении в степень и извлечении на линейке квадратного или кубического корня из числа на шкале D отыскивают штрих, соответствующий основанию степени x, и с ним совмещают визир бегунка. По визиру на шкалах квадратов A или кубов K прочитывают соответственно квадрат или куб числа x. При этом для установления порядка (значности) определяемой степени или искомого квадратного или кубического корней следует пользоваться правилами, приведенными в табл. 3. Например, $0{,}14^2 = 0{,}0196$ (результат прочитывают по левой половине шкалы A; порядок $N = 2n - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1$); $900^2 = 810000$ (результат прочитывают на правой половине шкалы A; порядок $N = 2n = 2 \cdot 3 = 6$); $1{,}63^3 \approx 4{,}33$ (результат прочитывают на левой части шкалы K; порядок $N = 3n - 2 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$); $3{,}42^3 \approx 40{,}0$ (результат прочитывают на средней части шкалы K; порядок $N = 3n - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$); $70^3 = 343\,000$ (результат прочитывают на средней части шкалы K; порядок $N = 3n = 3 \cdot 2 = 6$).

Таблица 3

Действие	Чтение результата	Порядок результата равен
Возведение в квадрат	На левой половине шкалы A	Удвоенному порядку основания степени n минус единица, т. е. $N=2n-1$
То же	На правой половине шкалы A	Удвоенному порядку основания степени n, т. е. $N=2n$
Возведение в куб	На левой части шкалы K	Утроенному порядку основания степени n без двух, т. е. $N=3n-2$
То же	На средней части шкалы K	Утроенному порядку основания степени n без единицы, т. е. $N=3n-1$
»	На правой части шкалы K	Утроенному порядку основания степени n, т. е. $N=3n$

Действие	При установке подкоренного числа	Порядок результата равен
Извлечение квадратного корня	На левой половине шкалы A	Половине увеличенного на единицу порядка подкоренного числа n, т. е. $N=(n+1)/2$
То же	На правой половине шкалы A	Половине порядка подкоренного числа n, т. е. $N=n/2$
Извлечение кубического корня	На левой части шкалы K	Одной трети порядка подкоренного числа n, увеличенного на два, т. е. $N=(n+2)/3$
То же	На средней части шкалы K	Одной трети порядка подкоренного числа n, увеличенного на единицу, т. е. $N=(n+1)/3$
»	На правой части шкалы K	Одной трети порядка подкоренного числа n, т. е. $N=n/3$

В табл. 4 приведены примеры для упражнения в определении квадратов и кубов чисел, для которых здесь даны их точные значения.

Извлечение корня. Так как извлечение корня — действие, обратное возведению в степень, то на линейке его производят, пользуясь шкалами К и А, на которых отыскивают значение соответствующего кубического или квадратного корня.

При извлечении квадратного корня подкоренное число x отыскивают в левой или правой половине шкалы А корпуса линейки.

Таблица 4

x	x^2	x^3	x	x^2	x^3
17	289	4913	1,98	3,92	7,762
50	2500	125 000	0,015	$225 \cdot 10^{-6}$	$3375 \cdot 10^{-9}$
44	1936	85 184	22,6	510,8	11 543
1,19	1,416	1,685	384	147 456	56 623 104
219	47 961	10 503 459	8,29	68,7	569,7
138	19 044	2 628 072	0,643	0,413	0,266

Подкоренное число x отыскивают в левой половине шкалы А, если после разделения числа x на грани в крайней левой грани (при $x \geqslant 1$) или той, которая находится за гранями, состоящими из нулей (при $x \leqslant 1$), окажется только одна цифра. А если в такой грани окажется две цифры, то подкоренное число x отыскивают в правой половине шкалы А.

Порядок квадратного корня можно определять числом граней. Он всегда равен числу всех граней, на которое разделено подкоренное число $x \geqslant 1$, или числу граней, содержащих только нули (за исключением нуля, если он является целой частью числа x), если подкоренное число $x \leqslant 1$.

Пример 1. Вычислить $x = \sqrt{264}$.

На левой половине шкалы А отыскивают подкоренное число 264 и с ним совмещают визир бегунка, а на шкале D под визиром читают ответ: $x \approx 16{,}25$; порядок $N = (n + 1)/2 = (3 + 1)/2 = 2$ (см. табл. 3).

Пример 2. Вычислить $x = \sqrt{3085}$.

Визир устанавливают на правой половине шкалы А; отыскивают подкоренное число 3085 и с ним совмещают визир бегунка, а на шкале D под визиром читают ответ: $x \approx 55{,}5$; порядок $N = n/2 = 4/2 = 2$ (см. табл. 3).

При извлечении корня кубического подкоренное число x отыскивают на шкале К корпуса линейки в левой, средней или правой крайней ее части.

В левой крайней части шкалы К подкоренное число x отыскивают в том случае, если после разделения числа x на грани в крайней левой грани (при $x \geqslant 1$) или той, которая находится за гранями, содержащими нули (при $x \leqslant 1$), окажется только одна цифра. Если же в такой грани окажется две цифры, то подкоренное число x отыскивают в средней части шкалы К, а при трех цифрах в такой грани — в ее крайней правой части.

Порядок корня кубического можно определять и по числу граней: он всегда равен числу всех граней, если $x \geqslant 1$, или числу граней, содержащих только нули, если $x \leqslant 1$.

Пример 3. Вычислить $x \approx \sqrt[3]{811}$.

Подкоренное число находят на правой части шкалы кубов К, с ним совмещают визир бегунка, а на шкале D под визиром читают ответ: $x \approx 9{,}33$; порядок $N = n/3 = 3/3 = 1$ (см. табл. 3).

Пример 4. $\sqrt[3]{76} \approx 4{,}24$.

В этом случае визир устанавливают на средней части шкалы К; порядок $N = (n+1)/3 = (2+1)/3 = 1$ (см. табл. 3).

Пример 5. $\sqrt[3]{0{,}00385} \approx 0{,}1567$.

Для решения этого примера визир устанавливают на левой части шкалы К; порядок $N = (n+2)/3 = (-2+2)/3 = 0$ (см. табл. 3).

Примеры.

1. $\sqrt{151} \approx 12{,}3$.
2. $\sqrt{389} \approx 19{,}7$.
3. $\sqrt{691} \approx 26{,}3$.
4. $\sqrt{935} \approx 30{,}6$.
5. $\sqrt{4700} \approx 68{,}56$.
6. $\sqrt{77200} \approx 278$.
7. $\sqrt{0{,}000185} \approx 0{,}0136$.
8. $\sqrt{0{,}000090} \approx 0{,}0095$.

9. $\sqrt[3]{164} \approx 5{,}47$. 10. $\sqrt[3]{287} \approx 6{,}60$.

11. $\sqrt[3]{376} \approx 7{,}22$. 12. $\sqrt[3]{590} \approx 8{,}40$.

13. $\sqrt[3]{7930} \approx 19{,}94$. 14. $\sqrt[3]{98900} \approx 46{,}2$.

15. $\sqrt[3]{0{,}0715} \approx 0{,}415$. 16. $\sqrt[3]{2{,}48} \approx 1{,}355$.

Нахождение десятичного логарифма и числа по его логарифму

Для решения этих задач по линейке пользуются ее шкалой L (см. рис. 8), представляющей графически таблицу мантисс логарифмов.

Чтобы найти десятичный логарифм числа, визир бегунка устанавливают на отсчет заданного числа на шкале D (см. рис. 4) и по визиру на шкале L прочитывают мантиссу, а впереди приписывают к ней характеристику (см. с. 5—7). Например, $\lg 1{,}90 \approx 0{,}279$, а $\lg 197{,}5 \approx 2{,}296$ (см. рис. 8).

Для *потенцирования* — нахождения числа по его десятичному логарифму — заданную мантиссу логарифма устанавливают визиром на шкале логарифмов L линейки, а число, ей соответствующее, прочитывают по визиру на основной шкале D. Например, для определения числа по заданному десятичному логарифму $\bar{1}{,}296$ визир бегунка совмещают со штрихом 296 на шкале L (см. рис. 6), соответствующим мантиссе заданного логарифма, и на шкале D по визиру читают число 1977, а с учетом характеристики заданного логарифма оно соответствует числу 0,1977.

Примеры.

1. $\lg 351 \approx 2{,}545$. 2. $\lg 58{,}6 \approx 1{,}768$.

3. $\lg 0{,}964 \approx \bar{1}{,}984$. 4. $\lg 0{,}00711 \approx \bar{3}{,}852$.

5. $\bar{4}{,}830 \approx \lg 0{,}000677$. 6. $2{,}550 \approx \lg 355$.

7. $\bar{1}{,}949 \approx \lg 0{,}890$. 8. $0{,}495 \approx \lg 3{,}13$.

Вычисление значений тригонометрических функций

Логарифмические шкалы S, ST и T, нанесенные на обратной стороне движка, позволяют производить самые различные вычисления по формулам, в которые входят тригонометрические функции. Для определения по этим шкалам натуральных значений косинусов и котангенсов, отсутствующих на шкалах движка, пользуются общеизвестными формулами:

$$\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha), \tag{12}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = 1/\operatorname{tg}\alpha \text{ для } \alpha \text{ от 0 до } 45^\circ, \tag{13}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) \text{ для } \alpha \text{ от } 45^\circ \text{ до } 90^\circ. \tag{14}$$

Так как начало счета делений на средней шкале движка (ST) начинается от $0^\circ 34',38$, то для определения синусов и тангенсов углов от 0 до $0^\circ 34',38$ пользуются соотношениями

$$\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \sin 1' = \alpha'/\rho' = \alpha'/3438. \tag{15}$$

Пример 1. Вычислить $h = l \operatorname{tg}\alpha$, если $l = 108$ м, $\alpha = 8^\circ 35'$.

Движок повернуть обратной стороной (см. рис. 5) и вставить в пазы линейки так, чтобы шкала S совместилась со шкалой A, а шкала T — со шкалой D.

Для вычисления $h = 108 \operatorname{tg} 8^\circ 35'$ начальный штрих шкалы T движка сначала подводят к штриху 108 шкалы D. Затем совмещают визир бегунка со штрихом $8^\circ 35'$ на шкале T и по нему на шкале D читают ответ: $h \approx 16{,}30$ м.

Пример 2. Вычислить $\Delta x = l\cos\alpha$, если $l = 218$ м и $\alpha = 41^\circ 20'$.

Так как $\Delta x = 218\cos 41^\circ 20' = 218 \sin 48^\circ 40'$, то визир бегунка ставят на штрих 218 шкалы D. Перемещая движок влево, совмещают с ним его конечный штрих шкалы S и, пользуясь визиром бегунка, против штриха $48^\circ 40'$ на шкале S читают ответ на шкале D: $\Delta x \approx 163{,}7$ м.

Пример 3. Вычислить $\Delta l = l\sin\alpha$ при $l = 125$ мм и $\alpha = 0^\circ 30'$. Вычисляют дробь: $125 \frac{30'}{3438'}$. Ответ: $\Delta l \approx 1{,}091$ мм.

Натуральные значения синусов и тангенсов можно находить, не переставляя движка в пазах. С этой целью на обратной стороне линейки сделаны два продолговатых выреза так, что в левом видна лишь одна шкала T, а в правом — две другие шкалы движка — S и ST. На скошенных стенках этих вырезов нанесены штрихи: на левой — один, а на правой — два. Если совместить штрих на левом вырезе корпуса с каким-либо делением шкалы T (например, 8°), то на обратной стороне движка по шкале E против начального штриха 1 основной шкалы линейки можно прочитать натуральное значение тангенса этого угла. Читаем 1405, т. е. $\operatorname{tg} 8° \approx 0{,}1405$.

Если же под верхний штрих правого выреза подвести, например, 35° шкалы S движка, то против правого крайнего штриха, отмеченного на основной шкале линейки числом 10, можно прочитать натуральное значение синуса этого угла. Читаем 574, т. е. $\sin 35° \approx 0{,}574$.

По линейке можно не только определять натуральные значения тригонометрических функций по их углам, но решать и «обратные» задачи — находить углы по натуральным значениям этих функций.

1. Для нахождения угла по натуральному значению синуса или тангенса на лицевой стороне линейки находят значение соответствующих функций на шкале E движка и, передвигая последний в пазах линейки, совмещают это значение с конечным или начальным штрихом шкалы D. Перевернув линейку обратной стороной, в правом или левом вырезе ее против черточки читают ответ соответственно на шкалах S или T.

2. Для нахождения угла по натуральному значению косинуса или котангенса сначала находят по линейке, как указано выше, значения соответствующих функций, а затем по формулам определяют

$$\cos \alpha = \sin(90° - \alpha) \text{ и } \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg}(90° - \alpha). \qquad (16)$$

Примечания: 1. При определении величины угла по заданному значению тригонометрической функции необходимо учитывать, что одному и тому же натуральному значению функции будут соответствовать четыре значения угла, если не принимать во внимание знак этих функций, или два значения, если учитывать эти знаки. Следовательно, при решении таких задач надо знать, в какой четверти находится искомый угол.

2. Для решения этих задач необходимо определить цену делений на всех участках шкал S, ST и T обратной стороны движка.

Примеры.

1. $\sin 5° 10' \approx 0{,}0901$.
2. $\cos 15° 10' \approx 0{,}965$.
3. $\operatorname{tg} 58° 00' \approx 1{,}60$.
4. $\operatorname{ctg} 19° 20' \approx 2{,}85$.
5. $\sin \alpha = 0{,}335$; $\alpha \approx 19° 35'$.
6. $\cos \alpha = 0{,}975$; $\alpha \approx 12° 50'$.
7. $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}0693$; $\alpha \approx 3° 58'$.
8. $\operatorname{ctg} \alpha = 136$; $\alpha \approx 82° 15'$.

И наконец, нахождение натуральных значений тригонометрических функций можно производить на лицевой стороне линейки по шкале D. В этом случае вставляют в линейку движок обратной стороной так, чтобы крайние штрихи на движке и корпусе линейки совместились. Теперь для нахождения значения тригонометрической функции совмещают визир бегунка с соответствующим углом заданной функции и под визиром на шкале D читают натуральное значение искомой функции.

§ 6. ОСОБЫЕ ЗНАЧКИ НА ШКАЛАХ ЛИНЕЙКИ

Пользуясь штрихами на шкалах линейки, отмечающих константы π, M, c, c_1, ρ°, ρ' и ρ'', производят различные расчеты. Например, можно производить перевод градусов, минут и секунд в радианы и обратно по формулам

$$\varphi = \alpha/\rho \text{ и } \alpha = \varphi\rho, \qquad (17)$$

где φ и α — соответственно значение угла в радианной и градусной мере.

Пример 1. Найти значение угла $\alpha = 10^{\circ} 32'$ в радианной мере.

Выражают заданный угол в минутах ($\alpha = 632'$). Затем визир бегунка ставят на деление 632 основной шкалы линейки и подводят под указатель штрих шкалы E, отмеченный значком ρ'. После этого против левой крайней цифры на движке читают на шкале D ответ: $\alpha \approx 0{,}1838$.

Пример 2. Найти в градусной мере значение угла $\varphi = 0{,}84$, выраженного в радианах.

Согласно формуле (17), решение этой задачи сводят к перемножению двух чисел φ и ρ°; для данного примера $0{,}84 \cdot 57{,}3$. Визир бегунка ставят на деление 84 основной шкалы D. Перемещая движок влево, подводят под его указатель правый крайний штрих шкалы E, отмеченный числом 10. Затем визир бегунка ставят на штрих, отмеченный на шкале E значком ρ° ($57^{\circ}{,}3$), и против него на шкале D читают ответ: $\alpha = 48^{\circ}{,}1$.

Пример 3. Определить площадь круга $S = \pi d^2/4$ с диаметром $d = 23{,}5$ м.

Визир бегунка ставят на отсчет 23,5 шкалы D корпуса линейки и подводят под визир число 4 шкалы B движка. Затем перемещают визир бегунка до совпадения со штрихом, отмеченным на шкале B движка штрихом π, и по визиру на шкале квадратов A корпуса линейки читают ответ: $S = 434$ м².

Пример 4. Определить диаметр круга $d = \sqrt{(4:\pi)\,S} = c\sqrt{S}$, где $c = \sqrt{4:\pi} = 1{,}28$ (см. с. 14), а $S = 125$ — заданная площадь круга.

Решение этой задачи можно выполнять с помощью шкал A и D на корпусе линейки и шкалы E на движке. Устанавливают визир бегунка на отсчет 125 на шкале A (в ее левой крайней части) и совмещают с визиром начальный отсчет 1 шкалы E. Пользуясь визиром, читают на шкале D против штриха, отмеченного на шкале E, буквой c, ответ: $d = 12{,}6$.

Пример 5. Определить длину окружности $l = \pi d$ с диаметром $d = 3{,}85$.

Визир бегунка ставят на отсчет 3,85 на основной шкале D и совмещают с ним конечный штрих 10 шкалы E движка, перемещая последний влево. Пользуясь визиром, читают на шкале D против штриха, отмеченного на шкале E буквой π, ответ: $l = 12{,}1$.

Пример 6. Определить длину окружности $l = \pi d$ с диаметром $d = 23{,}6$.

Визир бегунка ставят на отсчет 23,6 основной шкалы D и совмещают с визиром начальный штрих 1 шкалы E движка, перемещая его вправо. Пользуясь визиром, читают на шкале D против штриха, отмеченного на шкале E буквой π, ответ: $l = 74{,}1$.

Пример 7. Определить диаметр круга $d = l:\pi$ при длине окружности $l = 4{,}65$.

Визир ставят на отсчет, равный 4,65 на шкале D, и, передвигая движок вправо, совмещают с визиром штрих шкалы E, соответствующий значению π. Затем на шкале D, пользуясь визиром, читают против начального штриха 1 шкалы E ответ: $d = 1{,}48$.

Примечания: 1. При пользовании штрихами, отмечающими константы на шкале E движка, последний при вычислениях следует перемещать так (вправо или влево), чтобы штрих, соответствующий константе, участвующей в вычислениях, не выходил за пределы шкалы D.

2. Порядок (значность) при вычислениях с константами определяется так же, как и при действиях, рассмотренных в § 5.

§ 7. ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙКИ ПРИ РАСЧЕТАХ

Умножение и деление

Пример 1. Уравнение прямой на плоскости имеет вид $y = 24x + 8$. Найти значение ординаты y, если $x = +4$:

$y = 24(+4) + 8 = +96 + 8 = +104.$

Пример 2. Найти площадь S прямоугольника со сторонами $a = 63$ м и $b = 248$ м:

$S = ab = 63 \cdot 248 \approx 15\,620$ (м²) $\approx 1{,}562$ (га).

Пример 3. Найти массу m песка объемом 2,3 м³. Плотность песка $\rho = 1{,}65$ т/м³:

$m = \rho V = 1{,}65 \cdot 2{,}3 \approx 3{,}8$ (т).

Пример 4. Вычислить среднюю скорость $v_{ср}$ движения поезда на участке $l = 2520$ км, если он тратит на этот путь 35 ч:

$v_{ср} = l : t = 2520 : 35 = 72$ (км/ч).

Пример 5. Определить число n рейсов автомашины для перевозки $M = 145$ т кирпича, если ее грузоподъемность $m = 2{,}5$ т:

$n = M : m = 145 : 2{,}5 = 58$ (рейсов).

Пример 6. Найти основание l параллелограмма, если его площадь $S = 480$ см², высота $h = 13$ см:

$l = S : h = 480 : 13 \approx 36{,}9$ (см).

Применение шкал тригонометрических функций

Возможно двоякое применение этих шкал: а) с поворотом движка, что бывает удобно для дальнейшего простого (однократного) умножения или деления функции; б) без поворота движка, с прочтением значения функции в одном из вырезов обратной стороны линейки.

Пример 1. Известны полярные координаты точки на плоскости: $r = 71{,}3$ и $\varphi = 20°\,35'$. Определить прямоугольные (декартовы) координаты x и y точки:

$x = r\cos\varphi = 71{,}3\cos 20°\,35' = 71{,}3\sin 69°\,25' \approx 66{,}7;$

$y = r\sin\varphi = 71{,}3\sin 20°\,35' \approx 25{,}1.$

После поворота движка и установки его правого штриха против штриха, соответствующего числу 71,3 шкалы D, на этой же шкале под визиром бегунка против штрихов, соответствующих 69° 25′ и 20° 35′ шкалы S, получают результаты умножения: 667 и 251.

Пример 2. Вычислить высоту h конуса, если длина его образующей $b = 50$ см, а угол между направляющей и осью корпуса $\alpha = 15{,}5°$.

Так как радиус основания конуса $r = b : 2\pi$, то высота его равна $h = r \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{2\pi \operatorname{tg} \alpha} = \frac{50}{2\pi \operatorname{tg} 15{,}5°} = \frac{25}{\pi \cdot 0{,}277}$ (вычисляемая дробь предварительно сокращена для экономии действий на линейке). Значение $\operatorname{tg} 15{,}5° = 0{,}277$ получено установкой штриха, соответствующего 15° 30′ на шкале T движка в левом вырезе линейки. Далее визир бегунка совмещают со штрихом 25 шкалы D, а визир движка — с его штрихом, соответствующим 0,277 на шкале E. После этого визир бегунка совмещают со штрихом π на шкале R и читают ответ, равный 34,5 по визиру бегунка на шкале D, или устанавливают его на штрих 10 на шкале E, затем совмещают визир со штрихом, соответствующим значку π на шкале E, и получают против начального штриха 1 шкалы E на шкале D ответ: $h \approx 34{,}5$ см.

Пример 3. Угол прямоугольного треугольника $\alpha = 31° 15'$, прилежащий к нему катет $b = 48$ м. Определить катет a:

$$a = b \operatorname{tg} \alpha = 48 \operatorname{tg} 31° 15' \approx 29{,}1 \text{ (м)}.$$

Для решения этой задачи без поворота движка сначала по шкале тангенсов находят угол 31° 15′, тангенс которого прочитывают по начальному штриху шкалы D корпуса на шкале E движка, т. е. 0,607, и умножают это значение на 48.

Применение шкал квадратов и кубов

Наряду с основными шкалами D корпуса и E движка при умножении и делении чисел пользуются шкалами квадратов A, B и кубов K. Если в ходе вычислений нужно извлекать корень второй (третьей) степени, то операции на линейке производят на основных шкалах E и D и на шкалах A (или соответственно K, если в процессе вычислений требуется извлечь корень третьей степени). Если же среди сомножителей есть числа, которые должны быть возведены в квадрат, то все вычисления производят в произвольном порядке на шкалах A и B и на шкалах E и D.

Пример 1. Определить диагональ a квадрата, если его площадь $S = 37$ см²:

$$a=\sqrt{2S}=\sqrt{2\cdot 37}\approx 8{,}6 \text{ (см)}.$$

Пользуясь шкалами квадратов A и B, производят умножение S на 2 и на шкале D корпуса линейки читают ответ: $a\approx 8{,}60$.

Пример 2. Вычислить массу m цинкового кубика со стороной $a=2{,}3$ см; плотность цинка $\rho=7{,}14$ г/см³:

$$m=\rho a^3=7{,}14\cdot 2{,}3^3\approx 86{,}9 \text{ (г)}.$$

Возведение числа 2,3 в куб производят, пользуясь шкалами D и K, а для последующего умножения пользуются шкалами E и D.

Пример 3. Вычислить площадь S круга радиуса $r=71$ см:

$$S=\pi r^2=\pi\cdot 71^2\approx 15\,840 \text{ (см}^2\text{)}=1{,}584 \text{ (м}^2\text{)}.$$

При этих вычислениях используют шкалы D, A, B.

Пример 4. Вычислить гипотенузу z прямоугольного треугольника, катеты которого $a=17$ см и $b=26$ см:

$$z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{17^2+26^2}=\sqrt{289+676}=$$
$$=\sqrt{965}\approx 31{,}1 \text{ (см)}.$$

По шкалам E и B получают $17^2=289$ и $26^2=676$, а для определения $\sqrt{965}\approx 31{,}1$ пользуются шкалами B и E.

Вычисление выражений вида $X=\frac{a_1 a_2}{b_1}$

Для решения подобных задач рекомендуем сначала произвести деление a_1/b_1, а затем эту величину умножить на a_2. Визир бегунка устанавливают над штрихом, соответствующим числу a_1 на шкале D, и подводят под визир штрих, соответствующий числу b_1 шкалы E движка. Ответ читают на шкале D против штриха, соответствующего числу a_2 на шкале E.

Пример 1. Вычислить x из пропорции $\frac{2,03}{0,51}=\frac{14}{x}$.

$$x=\frac{14\cdot 0,51}{2,03}\approx 3,52.$$

Пример 2. Вычислить $X=\frac{17\sqrt{6}}{3,5}$.

Вычисления производят на основных шкалах D и E и на шкале квадратов A; $X\approx 11,90$.

Пример 3. Вычислить $X=\frac{4,9^2\pi}{8}$.

Для этого следует пользоваться шкалами квадратов A и B и шкалой корпуса D; $X\approx 9,43$.

Пример 4. Вычислить кинетическую энергию $W_к$ тела массой $m=3,1$ кг, движущегося со скоростью $v=15$ м/с:

$$W_к=\frac{mv^2}{2}=\frac{3,1\cdot 15^2}{2}\approx 349 \text{ (Дж)}.$$

Вычисление выражений вида $X=\frac{a_1}{b_1 b_2}$

Визир бегунка следует установить над числом a_1 основной шкалы D корпуса, подвести под него движок числом b_1 шкалы E, передвинуть визир на число b_2 шкалы обратных чисел R и под визиром бегунка на шкале D корпуса прочитать ответ.

Этими действиями выражение $X=\frac{a_1}{b_1 b_2}$ было представлено в виде $X=\frac{a_1\frac{1}{b_2}}{b_1}$, а вычисления отличались от предыдущих лишь применением шкалы обратных чисел R.

Пример 1. Вычислить $X=\frac{0,48}{0,21\cdot 33}\approx 0,0693$.

Пример 2. Вычислить $X=\frac{5}{7\sqrt{2}}$.

Вычисления производят на шкале D корпуса, шкале B квадратов движка и шкале обратных чисел R; $X\approx 0,505$.

Пример 3. Вычислить диаметр d цилиндра, если его высота $h=13,6$ м, а площадь боковой поверхности $S=200$ м^2.

При вычислениях пользуются шкалами E, D и шкалой обратных чисел R:

$$d=\frac{S}{\pi h}=\frac{200}{\pi\cdot 13,6}\approx 4,68 \text{ (м)}.$$

Пример 4. Вычислить $X=\frac{0,48}{3,1\cdot\sin 50^\circ}$.

При решении этой задачи следует пользоваться шкалой S на обратной стороне движка и верхним штрихом на правом вырезе обратной стороны корпуса линейки: $X\approx 0,202$.

Пример 5. $X=\frac{1,125\cdot 43\cdot\sqrt{0,18}}{36\cdot 5,8}\approx 0,0983$.

Пример 6. Вычислить $Y=\frac{6,3\cdot 14^2}{24,7}$.

Вычисления производят на шкалах D, A и B; $Y\approx 50,0$.

Пример 7. $Z=\frac{5,4\cdot 0,29}{\cos 54^\circ 3\sqrt{2}}=\frac{5,4\cdot 0,29}{0,588\cdot 3\sqrt{2}}\approx 0,628$.

Вычисление выражений вида $X=a_1a_2a_3$

Пользуясь шкалой обратных чисел R на движке, это выражение предварительно следует представить в виде $X=\frac{a_1a_2}{1/a_3}$. Затем бегунок устанавливают над числом a_1 шкалы D, под визир подводят движок числом a_3 шкалы R и устанавливают бегунок на число a_2 шкалы E; пользуясь визиром, ответ получают по шкале D.

Пример 1. Вычислить площадь S боковой поверхности конуса, радиус основания которого $r=5$ см, а длина l образующей 41 см:

$$S=\pi rl=\frac{\pi l}{1/r}=\frac{\pi\cdot 41}{1/5}\approx 6,45 \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Пример 2. Вычислить массу m ртутного столбика сечением $a_1\cdot a_2=3,2\cdot 1,5$ см и высотой $h=16$ см, если плотность ртути $\rho=13,6$ г/см^3:

$$m=\rho a_1a_2h=\frac{\rho h}{(1/a_1)(1/a_2)}=\frac{13,6\cdot 16}{(1/3,2)(1/1,5)}\approx 1044 \text{ (г)}.$$

Пример 3. $X = \dfrac{9,3 \cdot 12 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{51}} \approx 27,1.$

Пример 4. $\operatorname{tg} 1^\circ 05' \cdot 2,13 \cdot 37 \approx 1,678.$

При некоторых вычислениях, содержащих, например, возведение чисел в квадрат, действия можно производить на основных шкалах E и D, заменив возведение в степень на умножение, т. е. $a^2 = aa$.

Пример 5. Вычислить $X = \dfrac{2,16^2}{1,74}$.

Вычисления производят на шкалах E и D:

$$X = \frac{2,16 \cdot 2,16}{1,74} \approx 2,68.$$

Пример 6. $X = \dfrac{\pi^3}{41,1} = \dfrac{\pi^2 \pi}{41,1} \approx 0,754.$

Вычисления производят на шкалах A и B с использованием шкалы D для получения числа π^2 на шкале A.

Вычисление выражений, содержащих сомножители вида $X = a^m$, причем m не равно двум или трем

Решение подобных примеров производят с использованием шкалы мантисс логарифмов L.

Пример 1. $37^{5/7} \approx 13,18.$

Вычислив предварительно на шкалах D и L $\lg 37 \approx 1,568$, на шкалах E и D получают $(5/7) \cdot 1,568 \approx 1,120$ и, наконец, на шкалах L и D: $1,120 = \lg 13,19$.

Пример 2. $0,28^{13} \cdot 360 \approx 0,0000234.$

Пример 3. $\pi^2 : \operatorname{tg} 22^\circ \approx 24,4.$

Вычисление выражений вида $X = \sqrt{a^2 + b^2}$

Данное выражение предварительно следует представить в виде $X = a\sqrt{1 \pm (b/a)^2}$. После этого:

шкалу E движка числом a устанавливают против начального штриха 1 шкалы D, если $a < b$, или конечного штриха 10, если $a > b$;

визир устанавливают на штрих, соответствующий числу b по шкале E, и, пользуясь чертой визира, отсчитывают на шкале A промежуточный результат $f = (b/a)^2$;

совмещают черту визира со штрихом $1+f$ (или $1-f$) по шкале A и под чертой визира получают ответ на основной шкале E движка.

Пример 1. $\sqrt{13^2+21^2} \approx 24{,}7$.

Пример 2. $\sqrt{26{,}5^2-19{,}2^2} \approx 18{,}3$.

Пример 3. $\sqrt{0{,}18^2+0{,}43^2} \approx 0{,}466$.

При решении этого примера устанавливают штрих, соответствующий числу 0,18 шкалы B движка, против начального штриха шкалы A.

§ 8. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЛИНЕЙКИ СО ШКАЛАМИ В 12,5 см

Кроме нормальных счетных логарифмических линеек ГОСТ 5161—72 бывают аналогичные счетные линейки длиной 12,5 см, а также нормальные линейки с двойными логарифмическими и другими шкалами, содержащими, например, значения функций, встречающихся при геодезических, электротехнических, радиотехнических, гидравлических и других расчетах.

Линейка «Кастелл». На такой линейке (рис. 9) можно получать результаты с тремя-двумя значащими

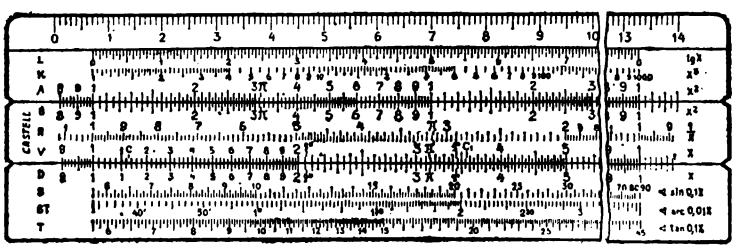

Рис. 9. Лицевая сторона нормальной логарифмической линейки KASTELL

цифрами с погрешностью, не превышающей половины единицы последнего знака. Шкалы нанесены только на лицевых сторонах корпуса и движка. Они имеют такое же значение, как и аналогичные шкалы нормальной линейки длиной 25 см (см. рис. 4). Три нижние шкалы S, ST и T на такой линейке (рис. 9) заменяют собой соответствующие шкалы, нанесенные на обратной стороне движка линейки, показанной на рис. 5. Поверки этой линейки и вычисления производятся так же, как и на нормальной линейке.

Линейка «Рейсс 3212». На рис. 10 показана нормальная логарифмическая линейка с такими же шкалами, как и на линейке, изображенной на рис. 4, но каждая длиной 12,5 см. На обратной стороне движка нанесены только две неравномерные шкалы тангенсов

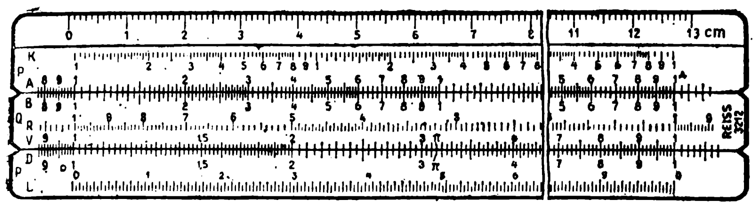

Рис. 10. Лицевая сторона нормальной логарифмической линейки REISS

(T) и синусов (S); уравнения этих шкал такие же, как и для аналогичных шкал, изображенных на рис. 5.

Движок на линейке «Рейсс 3212» не переставляется. Для вычисления натуральных значений тригонометрических функций по шкалам T и S пользуются двумя короткими штрихами, нанесенными по концам вырезов на обратной стороне корпуса и обозначенными слева (внизу) нулем (0), а справа (наверху) — треугольником (△).

На верхней шкале S обратной стороны движка нанесены (в масштабе основной шкалы D) логарифмы синусов углов от 0° 35′ (примерно) до 90°, а на шкале T — логарифмы тангенсов углов от 5° 43′ (примерно) до 45°. Шкала S разбита на шесть участков: 0—5°, 5—10°, 10—20°, 20—50°, 50—70° и 70—90°, на которых наименьшие деления соответственно равны 5′, 10′, 20′, 1°, 2° и 5°.

Шкала T имеет три участка: 0—10°, 10—20° и 20—45°; на них наименьшие деления соответственно равны 5′, 10′ и 20′.

Для определения по таким шкалам, например, натурального значения tg 16° поворачивают линейку лицевой стороной вниз, совмещают штрих, соответствующий на движке 16° со штрихом, отмеченным цифрой 0 на левом вырезе корпуса, и по начальному штриху основной шкалы D корпуса прочитывают на шкале V движка ответ: $\operatorname{tg} 16^\circ \approx 0{,}287$.

Для определения натуральных значений синусов, например $\sin 25^\circ$, пользуются штрихом ($\triangle$). В этом случае перемещают движок вправо до тех пор, пока на обратной стороне линейки деление шкалы S, соответствующее 25°, не совместится со штрихом ($\triangle$) на правом вырезе корпуса. После этого на лицевой стороне линейки на шкале B движка против правого крайнего штриха шкалы A, отмеченного цифрой 1, прочитывают ответ: $\sin 25^\circ \approx 0{,}423$.

На бегунке этой линейки кроме основного визира (прямая линия в центре стекла бегунка) нанесены по обе стороны от него два коротких штриха (красного цвета); из них один штрих — левее и выше, а второй — правее и ниже основного штриха. Каждый из этих штрихов находится на расстоянии, соответствующем на шкале A отношению $\pi/4 \approx 0{,}785$. С помощью этих штрихов облегчается вычисление, например, площади круга.

Пример. Вычислить площадь круга $S = \pi d^2/4$, если $d = 25$.

Совместив основной визир бегунка со штрихом, соответствующим на шкале D числу 25, прочитывают по левому верхнему (красному) штриху на шкале A ответ: $S \approx 491$.

ЛИНЕЙКИ С ДВОЙНЫМИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИМИ ШКАЛАМИ «ЛЕНИНГРАД», «ЛОГАРЕКС», «КЕЙФЕЛЬ И ЭССЕР»

Значительные преимущества при вычислениях имеют счетные линейки с двойными логарифмическими шкалами, позволяющие при расчетах пользоваться натуральными логарифмами, показательными функциями, решать показательные и логарифмические уравнения, и быстрее, чем на нормальных линейках (ГОСТ 5161—72), вычислять степени с дробными показателями.

При пользовании двойными логарифмическими шкалами следует учитывать, что длина отрезка l от начала шкалы до штриха, соответствующего числу N, равна

$$l = m(\lg \lg N - \lg \lg \mathrm{e}), \qquad (18)$$

где m — модуль двойной логарифмической шкалы, а $e = 2{,}718$ — основание натуральных логарифмов.

§ 9. ЛИНЕЙКА «ЛЕНИНГРАД»

Из счетных линеек с двойными логарифмическими шкалами, относящихся, как и нормальные линейки (см. рис. 4), к универсальным, особого внимания заслуживает двусторонняя счетная логарифмическая линейка «Ленинград» (ГОСТ 5171—72) со шкалами длиной 25 см (рис. 11 и 12).

Линейка «Ленинград» состоит из корпуса с 10 шкалами на двух его сторонах, движка и несъемного бегунка.

На левой стороне бегунка кроме основного визира (длинная черта в его средней части) нанесены два коротких штриха (красного цвета). Они нанесены так, что расстояние между основным визиром и каждой из крайних линеек соответствует на шкале A отношению $\pi/4 = 0{,}785$. С помощью этих штрихов можно быстро вычислять, например, площадь круга.

Пример 1. Вычислить площадь круга $S = \pi d^2/4$, если $d = 15{,}5$.

Совмещают основной визир (или правый нижний) лицевой стороны бегунка со штрихом, соответствующим числу 15,5 на шкале D лицевой стороны корпуса линейки, и по короткому левому (красному) штриху (или по основному) прочитывают на шкале квадратов A ответ: $S \approx 188{,}7$.

На обратной стороне стеклянного бегунка в центре его нанесена только одна линия — визир.

На лицевой стороне корпуса линейки «Ленинград» (рис. 11) нанесены четыре шкалы: K(x^3), A(x^2), D(x), DI$(1:x)$, а на лицевой стороне движка — пять шкал: B(x^2), S$(\sin x)$, ST$(\sin$ и $\mathrm{tg})$, T$(\mathrm{tg}\, x)$, C(x). (На рис. 11 движок установлен обратной стороной.) С помощью этих шкал производятся те же вычисления, что и по аналогичным шкалам нормальной логарифмической линейки (см. рис. 4).

На обратной стороне корпуса линейки «Ленинград» (рис. 12) последовательно нанесены шесть шкал: L$(\lg x)$, $LL_1(e^{0,01x})$, DF$(\pi \lg x)$, D(x), $LL_3(e^x)$ и $LL_2(e^{0,1x})$, а на обратной стороне движка — четыре шкалы: CF$(\pi \lg x)$, CIF$(1:\pi x)$, CI$(1:x)$ и C(x).

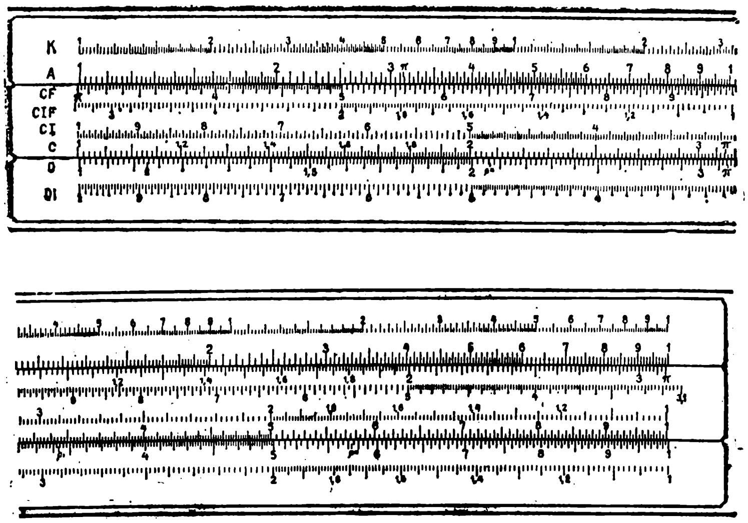

Рис. 11. Лицевая сторона корпуса и обратная сторона движка линейки «Ленинград»

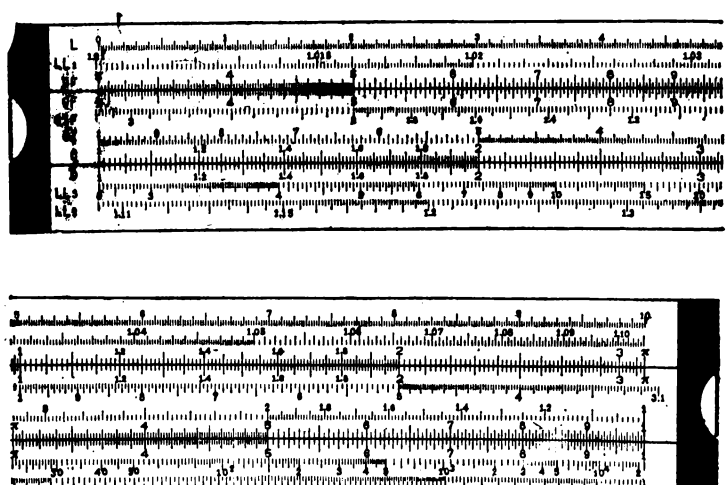

Рис. 12. Обратные стороны корпуса и движка линейки «Ленинград»

Три двойные логарифмические шкалы значений основания e натурального логарифма в различных степенях LL_3, LL_2 и LL_1 являются продолжением (влево) одна другой. Началом шкалы LL_2 является конец шкалы LL_1, а шкала LL_3 начинается со штриха, соответствующего конечному штриху шкалы LL_2.

При работе с этими шкалами следует учитывать, что длина соответствующего отрезка на шкале D, равная $m \lg x$, на двойной логарифмической шкале определяется по формуле

$$m \lg x = m (\lg \lg N - \lg \lg e), \tag{19}$$

$$\text{а } \lg x = \lg \frac{\lg N}{\lg e}, \tag{20}$$

откуда

$$\lg N = x \lg e \text{ или } N = e^x. \tag{21}$$

Двойные логарифмические шкалы LL_1, LL_2 и LL_3 являются неравномерными. Каждая состоит из отдельных участков с различными на них наименьшими делениями, значения которых приведены в табл. 5.

Таблица 5

Участки шкал	Значение наименьшего деления	Участки шкал	Значение наименьшего деления
Шкала LL_1		Шкала LL_3	
1,01—1,02	0,001	6—10	1
1,02—1,05	0,002	10—15	0,2
1,05—1,105	0,005	15—30	0,5
		30—50	1
Шкала LL_2		$50—10^2$ (100)	2
		10^2—2 (200)	5
1,05—1,2	0,001	2 (200)—5 (500)	10
1,2—1,4	0,002	5 (500)—10^3 (1000)	50
1,4—2,0	0,005	10^3 (1000)—2 (2000)	100
2,0—2,5	0,01	2 (2000)—5 (5000)	200
2,5—e (2,718)	0,02	5 (5000)—10^4 (10000)	500
Шкала LL_3		10^4 (10000)—22026	1000
(2,718) — 4	0,02		
4—6	0,05		

Шкалами LL_1, LL_2 и LL_3 пользуются при вычислениях с натуральными логарифмами, при определении значений показательных функций (e^x), вычислении степеней с дробными показателями и при решении показательных и логарифмических уравнений.

Для определения результатов на этих шкалах значение степени основания находят на шкале D корпуса линейки и, совместив с ним основной визир, читают под ним значение величины e^x на соответствующей шкале LL_1, LL_2 или LL_3 движка.

Пример 2. Вычислить $y=e^{0,6}$.

Визир обратной стороны бегунка совмещают со штрихом, отмеченным цифрой 6 на шкале D обратной стороны корпуса линейки, и под визиром на шкале LL_2 читают ответ: $y \approx 1{,}822$.

Пример 3. Вычислить $y_2=e^{0,08}$ и $y_3=e^{1,25}$.

Визир бегунка устанавливают над чертой, отмеченной числом 8 на шкале *D* обратной стороны корпуса линейки, и читают под ним значение $y_2=1{,}0833$ на шкале LL_1. Значение $y_3=3{,}490$ читают на шкале LL_3 под визиром, установленным над штрихом, соответствующим числу 1,25 на шкале D (в ее левом конце) обратной стороны корпуса линейки.

Для вычисления $y=e^x$ при $x > 10$ показатель степени разбивают на несколько частей, каждая из которых должна быть меньше 10, т. е. выражение $y=e^x$ представляют в виде произведения

$$y=e^{\Delta x_1}e^{\Delta x_2} \dots e^{\Delta x_n},$$

где Δx — составная часть показателя степени. Затем для каждого члена произведения определяют значение $e^{\Delta x}=y$. Таким образом, выражение e^x при $x > 10$ можно представить в виде произведения $y=\Delta y_1 \Delta y_2 \dots \Delta y_n$; здесь $y_i=e^{\Delta x_i}$.

Пример 4. Вычислить $y=e^{28}$.

В данном случае наименьшее количество частей, на которое разбивают показатель степени, есть 3, значит это выражение можно представить в виде

$$y=e^{10+10+8}=e^{10}e^{10}e^{8}.$$

После этого определяют, как указано в предыдущем примере, значение $y_1=e^{10}=2{,}2\cdot 10^4$ и $y_2=e^8=3\cdot 10^3$. Следовательно,

$$y=2{,}2\cdot 10^4\cdot 2{,}2\cdot 10^4\cdot 3\cdot 10^3=14{,}52\cdot 10^{11}.$$

Шкалы DF и CF на обратных сторонах корпуса и движка линейки представляют собой обыкновенные логарифмические шкалы, но только сдвинутые каждая на величину π. Следовательно, числу x на шкале C движка соответствует число πx на его шкале CF или числу x на шкале D корпуса соответствует число πx на его шкале DF.

Пример 5. Вычислить $y = \pi x$ при $x = 2{,}14$.

Устанавливают визир обратной стороны бегунка на штрих, соответствующий числу 2,14 на шкале D корпуса (или шкале C движка), и на шкале DF корпуса (или на шкале CF движка) читают ответ: $y = 6{,}72$.

Вторая снизу шкала CI на обратной стороне движка, как и шкала R на нормальной линейке (см. рис. 4), являясь «обратной» шкалой, предназначена для вычисления значений $1:x$, т. е. обратных значений чисел x, нанесенных на шкале C обратной стороны движка линейки.

Пример 6. Вычислить $z = 1:x$ при $x = 17{,}5$.

Визир обратной стороны бегунка линейки совмещают со штрихом, соответствующим числу 17,5 на шкале C обратной стороны движка, а на шкале CI движка под этим визиром читают искомый ответ: $z = 0{,}0571$.

И наконец, шкала CIF на обратной стороне движка линейки служит для вычисления значений величин $1:\pi x$.

Пример 7. Вычислить $q = 1:\pi x$ при $x = 4{,}7$.

Совмещают на обратной стороне движка линейки визир бегунка со штрихом, соответствующим числу 4,7 на его шкале C. На шкале CIF движка, пользуясь визиром, читают ответ: $q \approx 0{,}06773$.

Пример 8. Счетчик установлен на 3 квартиры. Общий расход электроэнергии 245 кВт·ч и плата за нее 9 руб. 80 коп. В квартире № 1 расход электроэнергии 127 кВт·ч, № 2 — 55 кВт·ч и № 3 — 63 кВт·ч. Определить размер платы для каждой квартиры.

При решении этой задачи выполняют действия:

1) против числа 9,8 (9—8—0) на шкале D устанавливают число 245 (2—4—5) по шкале C;

2) отмечают визиром по шкале C расходы электроэнергии 127 (1—2—7), 55 (5—5), 63 (6—3), а по шкале D получают ответы: 5 руб. 10 коп., 2 руб. 20 коп. и 2 руб. 50 коп. соответственно.

Пример 9. Сколько необходимо применить проката из низколегированной стали, чтобы снизить расход проката черных металлов (400 кг) на 12 %, если каждый килограмм проката из низколегированной стали экономит 0,25 кг проката черных металлов?

При условиях задачи экономия металла составит $(0{,}12:0{,}25)\cdot 400 = 192$ кг. Поэтому на шкале D число 0,12 (1—2) совмещают с числом 0,25 (2—5) шкалы C, а визиром по шкале C отмечают число 400 (4—0—0); по шкале D прочитывают ответ: 192.

Пример 10. Химический анализ раствора выявил для отдельных составляющих количества вещества (помещены в нижеследующей таблице). Определить процентное содержание каждой составляющей.

a	456	64,2%
b	141	19,9%
c	27	3,8%
d	86	12,1%
Всего	710 г	100%

Для решения задачи необходимо предварительно составить пропорцию:

$$\frac{a\%}{456}=\frac{b\%}{141}=\frac{c\%}{27}=\frac{d\%}{86}=\frac{100}{710}.$$

После этого на линейке против числа 10 шкалы D поставить число 710 (7—1—0) шкалы C (передвижением движка вправо). А затем против стоящих в знаменателе чисел (откладывая их по шкале C) прочитать по шкале D ответы. Для определения результата в процентах необходимо движок переставить влево.

Примечание. При использовании шкал A и B линейки «Ленинград» перестановка движка не потребуется.

Пример 11. Определить угол α между радиомачтой высотой 45 м и канатами, закрепленными на расстоянии 30,4 м от ее основания.

Так как $\operatorname{tg}\alpha = 30{,}4/45 \approx 0{,}675$ $\alpha = 34°$, то визир следует установить на шкале C (D) на отсчет, полученный от деления $30{,}4:45 = 0{,}675$, а по шкале T под визиром прочитать ответ: 34 (3—4).

Пример 12. Глубина канализационного лотка в колодце A $a = 5{,}50$ м. Определить глубину лотков для строящихся колодцев B, C, D на расстоянии $L = 40$, 60, 95 м от колодца A канализационного участка с уклоном $i = 0{,}03$.

Следует учитывать, что b (или c, d) $= a - iL_B$ (или L_C, L_D). После этого совмещают цифру 1 шкалы C линейки с числом 0,03 (3—0) шкалы D. Затем устанавливают визир с числами 4 (4—0), 6' (6—0), 95 (9—5) на шкале C и прочитывают ответы на шкале D: 1,2; 1,8; 2,85 соответственно.

Глубина b, c, d лотков в колодцах B, C, D составит 4,30; 3,70; 2,65 м.

Если результат вычисления оказывается больше или меньше чисел, нанесенных на двойных логарифмических шкалах линейки, то в этом случае вычисляемые выражения необходимо предварительно преобразовать так, чтобы искомый результат можно было получить по частям.

При вычислениях с использованием постоянных коэффициентов удобно пользоваться особыми значками c, ρ'', π, ρ' и ρ°, нанесенными на шкалах D и C лицевых сторон корпуса и движка линейки. Используют эти значки при вычислениях так же, как и аналогичные значки на нормальной счетной линейке (см. рис. 4).

Поверка шкал линейки «Ленинград» производится так же, как и нормальной линейки ГОСТ 5161—72 (см. с. 11).

§ 10. ЛИНЕЙКА «ЛОГАРЕКС»

На лицевой стороне пластмассовой линейки «Логарекс» (рис. 13), изготовляемой в ЧССР, нанесено 8 шкал на корпусе: L(lg), P$\left(\sqrt{1-x^2}\right)$, K$(x^3)$, A$(x^2)$, D$(x)$, S(sin), T(tg), ST; 3 шкалы на движке: B(x^2), R$(1/x)$, V(x) и 2 шкалы на боковых сторонах (на скошенном — миллиметры, а на вертикальной грани — пропорциональный масштаб 1:25 для отрезка от 0 до 7 м).

Пользование этими шкалами, кроме шкалы P, ничем не отличается от вычислений на аналогичных шкалах нормальной линейки ГОСТ 5161—72 (см. рис. 4 и 5).

Шкала P$\left(\sqrt{1-x^2}\right)$, нанесенная на лицевой стороне корпуса линейки, называемая пифагорийской, кроме решения прямоугольных треугольников (a и b — катеты и $z=1$ — гипотенуза) может быть использована для различных вычислений, например для определения натуральных значений $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$ или $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$.

В табл. 6 показаны отдельные участки шкалы Р и значения наименьших делений их.

Таблица 6

Участки шкалы Р	Значение наименьшего деления	Участки шкалы Р	Значение наименьшего деления
0,995—0,99	0,0001	0,8—0,6	0,005
0,99—0,98	0,0002	0,6—0,4	0,01
0,98—0,95	0,0005	0,4—0,3	0,02
0,95—0,92	0,001	0,3—0,2	0,05
0,92—0,8	0,002		

Пример 1. Определить натуральное значение $\sin\alpha$, если натуральное значение $\cos\alpha = 0{,}927$.

Совмещают на шкале Р основной визир бегунка со штрихом, соответствующим числу 927 (заданному зна-

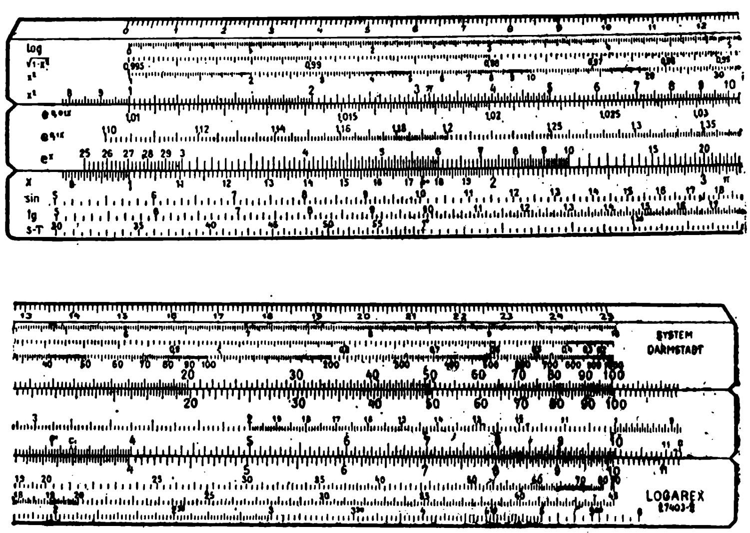

Рис. 13. Лицевая сторона линейки «Логарекс»

чению косинуса), и под этим визиром прочитывают на шкале D корпуса линейки число 375, которое находится против числа 22 на шкале S. Следовательно, sin 22°≈0,375.

Пример 2. Определить натуральные значения sin 15° и cos 15°.

Совмещают основной визир бегунка со штрихом, соответствующим числу 15 на шкале S корпуса линейки, и под этим же визиром на шкале D корпуса читают ответ: sin 15°≈0,259; на шкале P: cos 15°≈0,966.

Для определения на этой линейке натурального значения тангенса основной визир бегунка совмещают на шкале T корпуса линейки со штрихом, соответствующим заданному значению тангенса, и под этим визиром на шкале D корпуса читают искомый результат.

Пример 3. Определить натуральное значение tg 25°.

Совмещают основной визир бегунка на шкале T корпуса линейки со штрихом, соответствующим числу 25, и под этим визиром на шкале D корпуса линейки читают число 466, т. е. tg 25°≈0,466.

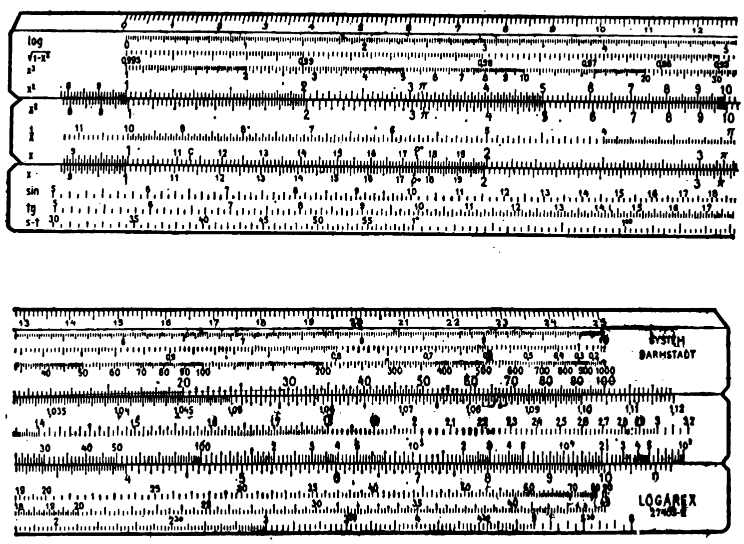

Рис. 14. Лицевая сторона линейки «Логарекс» с движком, поставленным обратной стороной.

Вычисление выражений, в которые входят значения $\sqrt{1-x^2}$, проследим на следующих примерах.

Пример 4. Вычислить $m=q\sqrt{1-x^2}$ при $q=0{,}382$ и $x=0{,}629$.

Основной визир бегунка устанавливают на штрих шкалы D, соответствующий числу 0,629, и на шкале P под этим визиром читают число 0,777. Затем производят умножение числа 0,382 на 0,777 так, как это описано в примере 2 (с. 19). Получают ответ: $m\approx 0{,}297$.

Пример 5. Определить $p=\dfrac{b}{\sqrt{1-x^2}}$ при $b=164$ и $x=0{,}16$.

Сначала определяют значение $a=\sqrt{1-x^2}$ при $x=0{,}16$. Для этого совмещают основной визир бегунка со штрихом на шкале D, соответствующим числу 0,16, и под этим визиром на шкале P читают число 987, т. е. $a\approx 0{,}987$. Затем производят деление числа 164 (b) на число 0,987 (a) так, как это описано в примере 4 (см. с. 20).

На обратной стороне движка линейки (рис. 14) нанесены три шкалы: $E_1(e^{0{,}01x})$, $E_2(e^{0{,}1x})$ и $E_3(e^x)$, являющиеся продолжением одна другой, как и шкалы LL_1, LL_2, LL_3 на корпусе линейки «Ленинград» (см. рис. 12). Наименьшие значения делений на этих шкалах линейки «Логарекс» на разных их участках различны (табл. 7).

Таблица 7

Участки шкал	Значение наименьшего деления	Участки шкал	Значение наименьшего деления
Шкала E_1		10—30	0,5
1,01—1,02	0,0001	30—50	1
1,02—1,05	0,002	50—100	2
1,05—1,1	0,005	100—2 (200)	5
Шкала E_2		2 (200)—4 (400)	10
1,1—1,2	0,001	4 (400)—7 (700)	20
1,2—1,4	0,002	7 (700)—10^3 (1000)	50
1,4—1,8	0,005	10^3 (1000)—3 (3000)	100
1,8—2	0,01	3 (3000)—5 (5000)	200
2—3	0,02	5 (5000)—10^4 (10000)	500
Шкала E_3		10^4 (10000)—2 (20000)	1000
3—6	0,05	2 (20000)—5 (50000)	2000
6—10	0,1	5 (50000)—10^5 (100000)	5000

При работе со шкалами E_1, E_2 и E_3 следует учитывать формулы (18) — (21), относящиеся к аналогичным шкалам LL_1, LL_2 и LL_3 линейки «Ленинград».

Для отсчета делений по шкалам E_1, E_2 и E_3 кроме основного визира бегунка служат штрихи, нанесенные на стеклах, являющихся продолжением паза корпуса линейки с обратной его стороны. Определяемые значения по шкалам E_1, E_2 и E_3 получают при неперевернутом движке.

Пример 6. Вычислить $y_1 = e^{0,05}$.

Основной визир бегунка устанавливают на штрих, отмеченный на шкале D корпуса линейки цифрой 1. Оставляя основной визир в этом положении, с ним совмещают штрих, отмеченный на шкале V движка (перемещая его влево) цифрой 5. Повернув линейку лицевой стороной вниз и пользуясь штрихом, нанесенным на стекле и являющимся продолжением паза корпуса линейки, на шкале E_1 читают ответ: $y_1 \approx 1{,}0512$.

Пример 7. Определить $y_2 = e^{0,95}$ и $y_3 = e^{1,59}$.

Для определения значения y_2 основной визир бегунка совмещают со штрихом, отмеченным на шкале D корпуса цифрой 1, и, перемещая движок влево, подводят под основной визир бегунка штрих шкалы V, соответствующий числу 0,95. Сохранив в этом положении движок, поворачивают линейку лицевой стороной корпуса вниз и по штриху на стекле, являющемуся продолжением паза линейки, с левой стороны читают на шкале E_2 ответ: $y_2 = e^{0,95} \approx 2{,}585$.

Для определения y_3 устанавливают основной визир бегунка на начальный (1) или конечный (10) штрих шкалы D корпуса линейки и под этот визир подводят штрих, соответствующий числу 1,59 на шкале V. Повернув корпус лицевой стороной вниз и пользуясь штрихом на правом или левом стекле (продолжение паза), на шкале E_3 читают ответ: $y_3 \approx 4{,}90$.

Для определения значения $y = e^x$ при движке, вставленном в пазы линейки обратной стороной (см. рис. 14), совмещают штрих, соответствующий числу 2,72 на шкале E_3, со штрихом, отмеченным цифрой 1 на шкале D. Сохраняя в этом положении движок в корпусе линейки, совмещают основной визир бегунка со штрихом, соответствующим числу, являющемуся показателем степени числа e. На соответствующей шкале (E_1, E_2 или E_3), пользуясь основным визиром бегунка, читают значение y.

Пример 8. Вычислить $y_2=e^{0,041}$ и $y_3=e^{0,145}$.

Совместив, как указано выше, штрих, соответствующий числу 2,72 на шкале E_3, со штрихом 1 на шкале D, и пользуясь основным визиром бегунка, против штрихов, соответствующих числам 0,041 и 0,145 на шкале D, читают соответственно на шкалах E_2 и E_1 значения $y_2\approx1{,}042$ и $y_3\approx1{,}156$.

Перед вычислением значений с тригонометрическими функциями движок должен быть вставлен в паз линейки левой стороной (см. рис. 13).

Пример 9. Вычислить $x=l\cos\alpha$ при $x=268$ и $\alpha=41°15'$.

Так как $x=268\cos 41°15'=268\sin 48°45'$, то устанавливают основной визир бегунка линейки на штрих, соответствующий $48°45'$ на шкале S. Передвигая движок влево, подводят под визир деление 10 шкалы V движка линейки. На шкале под визиром читают ответ: $x\approx201$.

Пример 10. Вычислить $h=d\operatorname{tg}\alpha$, если $d=41{,}6$, а $\alpha=3°25'$.

Устанавливают основной визир бегунка на штрих, соответствующий $3°25'$ на шкале ST корпуса линейки, и передвижением движка влево подводят под этот визир штрих, отмеченный числом 10 на шкале V. Затем совмещают основной визир бегунка со штрихом, соответствующим числу 41,6 на шкале V движка. На шкале D читают число 249. Так как тангенс малых углов близок к нулю, окончательно получим $h\approx2{,}49$.

Вычисление выражений, содержащих основание натурального логарифма e^x, на линейке «Логарекс» производят в два приема: вначале определяют число, соответствующее заданному значению e^x, а затем производят указанное действие с этим найденным числом.

Пример 11. Вычислить $q=me^x$, если $m=1{,}35$, а $x=0{,}632$.

Передвинув движок влево до совпадения штриха, соответствующего числу 0,632 на шкале V, со штрихом, отмеченным цифрой 1 на шкале D, читают (перевернув линейку лицевой стороной вниз) на шкале E_2 значение $y=e^{0,635}\approx1{,}86$. Производя умножение $my=q$ обычным путем, получают ответ: $q=1{,}35\cdot1{,}86\approx2{,}51$.

Пример 12. Вычислить $z=m/e^x$, если $m=0{,}55$, а $x=2{,}15$.

На шкале E_3 находят $y=e^{2,15}\approx8{,}60$. Далее, производя деление $m/y=z$ обычным путем, получают $z=0{,}55:8{,}60\approx0{,}0639$.

При вычислении значений $y=e^x$, когда $x>10$, поступают так же, как это было описано при работе с линейкой «Ленинград» (см. с. 42).

На стекле бегунка линейки «Логарекс» кроме основного визира (длинный штрих посередине стекла бегунка) нанесено три коротких штриха красного цвета. Левый верхний и правый нижний имеют такое же значение, как и аналогичные штрихи на бегунке линейки «Ленинград» (см. с. 39), а третий короткий штрих — левый (относительно основного) нижний и правый штрих служат для перевода киловатт-часов в лошадиные силы и обратно. (В настоящее время в соответствии с ГОСТ 8.417—81 «Единицы физических величин» единица работы — лошадиная сила — не употребляется.)

На шкалах A и D корпуса и на B и V лицевой стороны движка нанесены штрихи, соответствующие постоянным π, c, ρ°, ρ' и c_1, которые используются так же, как и аналогичные на нормальной логарифмической линейке (ГОСТ 5161—72).

§ 11. ЛИНЕЙКА «КЕЙФЕЛЬ И ЭССЕР»

Двусторонняя счетная логарифмическая линейка «Кейфель и Эссер» на лицевой стороне корпуса и движка (рис. 15) имеет такие же шкалы, как и на лицевой стороне

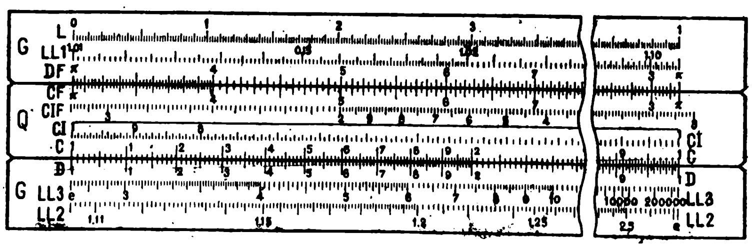

Рис. 15. Лицевая сторона корпуса и движка линейки «Кейфель и Эссер»

корпуса и движка линейки «Ленинград» (см. рис. 11). На обратной стороне корпуса и движка линейки (рис. 16) нанесено 10 шкал. Из них четыре шкалы на корпусе: A, D, DI (R) и K и четыре шкалы на движке: B, T (tg), ST и S (sin). Находящиеся на корпусе две двойные логарифмические шкалы LLO и LLOO, но нанесенные справа налево (в обратном направлении), т. е. как и шкала R, являются продолжением одна другой. Шкала LLO, состоящая из двух участков, начинается со штриха, отмеченного числом 0,9048 (справа), и кончается штрихом 0,9990 (левый ее конец). Шкала LLOO, имеющая семь участков, начинается штрихом, соответствующим числу 0,9048 (пра-

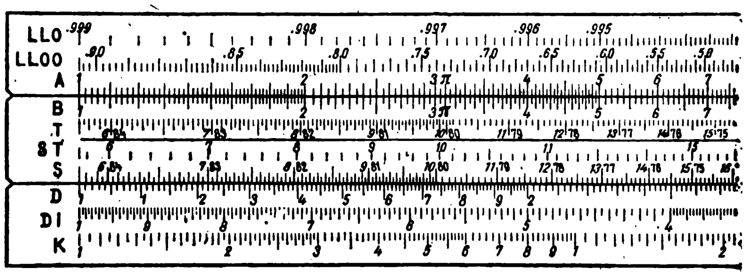

Рис. 16. Обратная сторона корпуса и движка линейки «Кейфель и Эссер»

вый конец), и кончается штрихом, отмеченным числом 0,000045 (левый конец). Эти шкалы служат для вычисления значений функций e^{-x}. При этом для определения значения функций e^{-x} показатель степени x следует находить на шкале A.

Пример. Вычислить $y=e^{-0,15}$.

На шкале A (в ее левой крайней части) отыскиваем штрих, соответствующий числу 0,15, совмещаем с ним основной штрих бегунка и под этим штрихом на шкале LLOO читаем ответ: $y \approx 0,861$.

Поверки линеек «Логарекс» и «Кейфель и Эссер» производятся так же, как и поверка нормальной линейки (ГОСТ 5161—72).

ДИСКОВАЯ СЧЕТНАЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА «СПУТНИК»

§ 12. ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙКИ «СПУТНИК»

Внимание вычислителей заслуживает выпускаемый московским заводом «Калибр» логарифмический диск «Спутник», предназначенный, как и нормальная счетная логарифмическая линейка, для различных вычислений.

Логарифмический диск (рис. 17), шкалы которого построены по принципу непрерывной (замкнутой) логарифмической шкалы, состоит из установочного кольца *1*, корпуса *2*, диска-движка *3*; он защищен с обеих

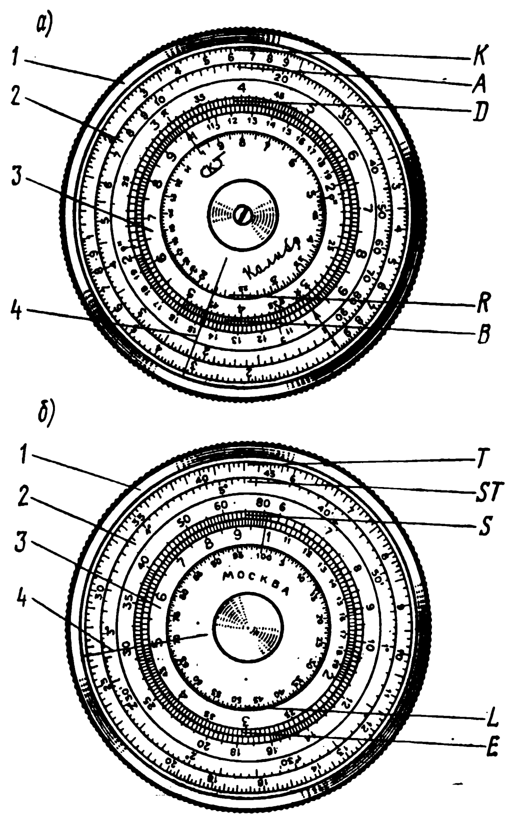

Рис. 17. Диск круговой логарифмической линейки «Спутник»:
а — лицевая сторона; *б* — обратная сторона

сторон двумя прозрачными дисками-бегунками *4* с нанесенной на них чертой — визиром (указателем). Все части «Спутника» имеют такое же назначение, как и соответствующие части нормальной линейки (см. § 1).

На корпусе лицевой стороны линейки (рис. 17, *а*) нанесены основная шкала D чисел, шкала A квадратов чисел и шкала K кубов чисел. На лицевой стороне движка расположены основная шкала В чисел и шкала R обратных чисел. На обратной стороне корпуса линейки (рис. 17, *б*) нанесены шкала Т тангенсов, шкала ST тангенсов и синусов малых углов и шкала S синусов, а на движке — шкала L мантисс логарифмов и основная шкала Е чисел.

На линейке «Спутник» три одинаковые основные шкалы В, D и Е являются логарифмическими. На шкалах В и D особыми штрихами отмечены некоторые константы: $\pi=3{,}14$; $c=\sqrt{4:\pi}$; $\rho'=3438'$; $\rho''=206265''$.

При малых габаритах (диаметр 7,2 см, толщина 0,5 см и масса 40 г) логарифмический диск «Спутник» по сравнению с малыми логарифмическими линейками с длиной шкал 12,5 см обеспечивает получение более точных результатов, так как шкалы этой линейки, кроме шкал R и L, длиннее соответствующих шкал малой логарифмической линейки.

Перед пользованием логарифмической линейкой «Спутник» необходимо проверить в ней выполнение следующих условий:

1. При совмещенных началах движка и корпуса лицевой стороны диска деления шкал В и D должны совпадать.

2. Движок и корпус линейки должны лежать в одной плоскости, а зазор между ними (т. е. между шкалами В и D, Е и S) должен отсутствовать.

3. При совмещенных началах движка и корпуса визир бегунка должен пересекать начала всех шкал; поверки 1—3 следует делать отдельно для обеих сторон диска.

4. Для проверки шкал необходимо произвести некоторые вычисления, например:

1) по шкалам R и В: $3=1:0{,}333$; $2=1:0{,}5$; $1{,}25=1:0{,}8$;
2) по шкалам Е, S и Т: $\sin 30°=0{,}5$; $\operatorname{tg} 45°=0{,}577$;
3) по шкалам В и D: $2\cdot3=6$; $3\cdot3=9$;
4) по шкалам D и А: $2^2=4$; $3^2=9$;
5) по шкалам К и D: $2^3=8$; $3^3=27$.

§ 13. УСТАНОВКА И ЧТЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ШКАЛАМ ЛИНЕЙКИ «СПУТНИК»

При установке и чтении чисел на рассматриваемой линейке пользуются теми же правилами, которые указаны для нормальной счетной логарифмической линейки (см. с. 14—17).

1. Каждая из основных шкал B, D и E представляет собой логарифмическую шкалу чисел 1, 2, ..., 9,1 (число 1 кроме подписи снабжено узкой чертой). В табл. 8

Таблица 8

Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления	Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления
B, D, E	1—2	0,02	0,10	R	10—5	0,10	0,50
	2—5	0,05	0,10		5—2	0,05	0,10
	5—10	0,10	0,50		2—1	0,02	0,10
A	1—3	0,05	0,10	S	5°43′,77—16°	10′	30′
	3—6	0,10	0,50		16—30°	20′	1°
	6—10	0,20			30—40°	30′	
	10—30	0,5	1,0		40—60°	1°	
	30—60	1,0	5,0		60—80°	2°	
	60—100	2,0			80—90°	10°	
K	1—2	0,05	0,10	ST	34′,4—1°	1′	5′
	2—4	0,10	0,50		1—3°	2′	10′
	4—10	0,20			3—5° 43′,77	5′	10′
L	0—100	0,5	1,0	T	5° 43′,77—8° 30′	5′	10′
					8° 30′—20°	10′	30′
					20—45°	20′	1°

Примечание: На шкалах B и D нанесены значки $c=\sqrt{4:\pi}$, $\rho''=206\,265''$, $\pi=C:2R$, а на шкале B — значок $\rho'=3438'$.

перечислены отдельные участки этих шкал с указанием для каждого из них цены наименьшего деления.

Для установки, например, на шкале D корпуса линейки визира бегунка на число 41,5 поступают так: так как число 41,5 находится в интервале 4—5, то, найдя этот интервал, замечают, что он разделен длинными штрихами на 10 частей, а затем каждая такая часть поделена пополам. Следовательно, визир бегунка должен занять положение, показанное на рис. 18, *а*.

Пример 1. Установить визир бегунка на число 0,0152 по шкале движка В.

На шкале В в интервале 1—2 между числами 1,5 и 1,6 находят число 0,0152 (рис. 18, *а*).

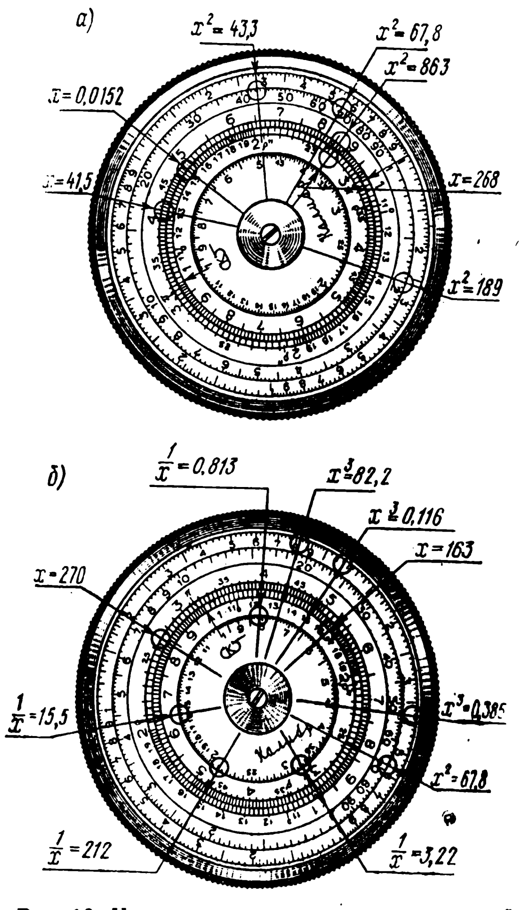

Рис. 18. Установка и чтение чисел на лицевой стороне логарифмической линейки «Спутник»:
а — по основным шкалам и по шкале квадратов; *б* — по шкалам кубов и обратных чисел

Пример 2. На рис. 18, *а* показаны отсчеты 268 и 863 по шкалам В и D на лицевой стороне линейки.

2. Шкала А, нанесенная на диске (рис. 18, *а*), состоит

из двух равных частей: первая с оцифровкой 1, 2, ..., 10 и вторая — 10, 20, ..., 90.

Первая часть этой шкалы предназначена для извлечения квадратных корней из чисел, у которых в первой грани высшего разряда — одна цифра, а второй частью шкалы пользуются, если в первой грани высшего разряда окажутся две цифры. Для установки по этой шкале визира бегунка следует предварительно это число разбить на грани. При определении наименьшего значения каждого деления шкалы А следует пользоваться данными табл. 8.

Пример 1. Установить число 43,3 на шкале А.

Так как в грани высшего разряда две цифры (4 и 3), то число устанавливают во второй половине шкалы А (рис. 18, *а*).

Пример 2. Установить число 189.

В данном случае в грани высшего разряда одна цифра (1), поэтому заданное число надо устанавливать в первой части шкалы (рис. 18, *а*), т. е. в интервале 1—2.

Пример 3. Прочитать на рис. 18, *а* по шкале квадратов число, находящееся под визиром бегунка. Порядок этого числа не может быть выяснен из-за недостатка данных в условиях задачи. Ответ: 67,8 или 0,678.

3. Шкала К состоит из трех совершенно одинаковых частей с нанесенными цифрами 1, 2, ..., 8, 9,1 (см. рис. 17, *а* и табл. 8).

Чтобы установить на этой шкале число x^3, следует предварительно разбить его на грани по три цифры; если в грани высшего разряда окажется одна цифра, то число x^3 следует отыскивать в первой трети шкалы К. Если же в грани высшего разряда две цифры, то число следует устанавливать в средней части шкалы К; если в грани высшего разряда три цифры, то число находят в третьей части шкалы К.

Пример 1. Установить на шкале К число 0,385.

Так как в грани высшего разряда этого числа три цифры, то число находят в третьей части шкалы К между цифрами 3 и 4 (рис. 18, *б*).

Пример 2. Установить визир бегунка на число 82,2 по шкале кубов.

Разбив число на грани по три цифры, имеем в грани старшего разряда две цифры (8 и 2), поэтому число следует устанавливать в интервале 8—9 второй трети шкалы К (рис. 18, *б*).

Пример 3. Прочитать на рис. 18, *б* на шкале К число под визиром бегунка.

Порядок этого числа неизвестен; ответ: 0,116 или 116 и т. д.

4. На шкале R обратных чисел (рис. 18, *а*) подписанные цифры возрастают в направлении против хода часовой стрелки. Цены делений различных интервалов этой шкалы указаны в табл. 8.

Пример 1. Установить на шкале R визир бегунка на значение 1: $x=15,6$.

Это число находится в интервале 1—2 шкалы между числами 1,5 и 1,6 (рис. 18, *б*).

Пример 2. Поставить на шкале R визир бегунка на отсчет 0,813.

Число 813 следует искать в интервале 8—9 шкалы R (рис. 18, *б*).

Пример 3. На рис. 18, *б* числа, находящиеся под визиром бегунка по шкале R, таковы: 322 и 212.

5. На обратной стороне диска на шкале T тангенсов в масштабе основной шкалы нанесены логарифмы тангенсов углов от 5° 43′,77 до 45°, соответствующие изменению этой функции от 0,1 до 1 (см. рис. 17, *б* и табл. 8).

Пример. На шкале T установлен визир бегунка на штрихи, соответствующие 12° 50′, 15° 00′, 38° 10′, и на отсчет 7° 35′ (рис. 19).

6. На шкале S синусов (см. рис. 17, *б*) от начальной точки в масштабе основной шкалы нанесены логарифмы синусов углов от 5° 43′,77 до 90°. Эта шкала состоит из пяти участков (см. табл. 8).

Пример. На шкале S установлен визир бегунка на отсчеты, соответствующие синусам углов 11° 19′, 32° 00′ и 68° 20′ (рис. 19).

7. На шкале ST — шкале синусов и тангенсов (см. рис. 17, *б*), как и на шкалах S и T, от начальной точки в масштабе основной шкалы нанесены логарифмы этих функций для значения острых углов от 0° 34′,38 до 5° 43′,77. Наименьшее деление на участке до 1° 30′ равно 1′, а на участках 1° 30′ — 3° 00′ и 3° 00′ — 5° 43′,77 — соответственно 2′ и 5′.

Пример. Визир бегунка установить на отсчеты по шкале ST соответственно на 0° 56′,5 и 5° 37′ (рис. 19).

8. Мантиссы логарифмов чисел шкалы E нанесены на движке обратной стороны линейки на шкале L (см. рис. 17, *б*),

которая представляет собой равномерную шкалу. Наименьшее деление соответствует 0,05.

Пример. На рис. 19 по визиру бегунка, поставленному

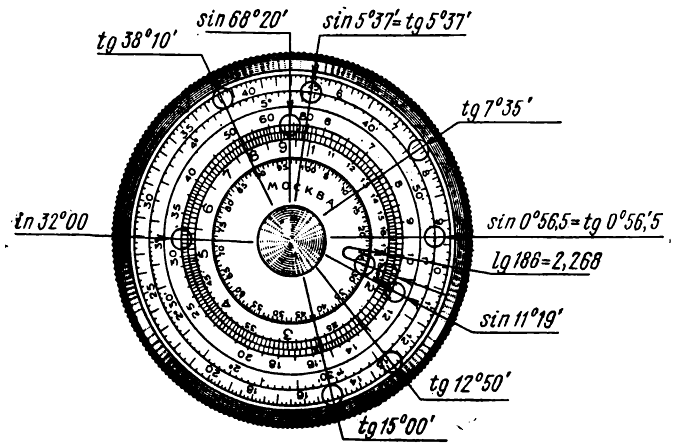

Рис. 19. Чтение чисел по шкалам T, ST и S и по шкале мантисс логарифмов линейки «Спутник»

на штрих, нанесенный на шкале E числом 185,8, можно по шкале L прочитать: $\lg 185{,}8 \approx 2{,}268$.

§ 14. ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙКИ «СПУТНИК»

При пользовании линейкой «Спутник» порядок числа определяют так же, как и при работе с нормальной счетной логарифмической линейкой (см. § 4 и 5).

Возведение чисел в квадрат

Для возведения числа x в квадрат визир бегунка устанавливают над этим числом на основной шкале корпуса D, а искомое число x^2 читают под визиром на шкале квадратов A.

Пример 1. Вычислить x^2, если $x=3{,}1$.

Визир бегунка совмещают с числом 31 на оеновной шкале D корпуса (рис. 20), а под визиром бегунка на шкале A читают ответ: $x^2=9{,}61$.

Пример 2. Вычислить x^2, если $x=0{,}422$.

Совместив визир бегунка с числом 422 на шкале D (рис. 20), на шкале A читают ответ: $x^2 \approx 0{,}178$.

Возведение в куб

Чтобы возвести число x в куб, нужно установить визир бегунка над числом x на основной шкале корпуса D и результат прочитать под визиром бегунка на шкале кубов K.

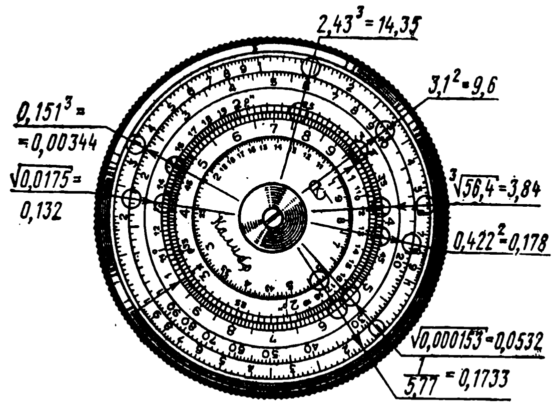

Рис. 20. Возведение в степень и извлечение корней на линейке «Спутник». Вычисление обратных чисел

Пример 1. Для возведения 0,151 в куб находят это число на шкале D корпуса и, совместив с ним визир бегунка (рис. 20), читают на шкале K по визиру бегунка ответ: $0{,}151^3 \approx 0{,}00344$.

Пример 2. $2{,}43^3 \approx 14{,}35$.

Результат читают по средней части шкалы K (рис. 20).

Пример 3. $48{,}2^3 \approx 112\,000$.

Результат читают по правой части шкалы K.

Извлечение квадратного корня

Для извлечения квадратного корня на шкале A отыскивают подкоренное число, с ним совмещают визир бегунка и на шкале D под визиром читают искомый корень.

Пример 1. $\sqrt{0{,}0175} \approx 0{,}132$.

Подкоренное число разбивают на грани. В грани высшего разряда имеем одну цифру, поэтому визир бегунка ставят над числом 175 в первой половине шкалы A и по основной шкале D корпуса линейки под визиром читают число 132 (рис. 20).

Пример 2. $\sqrt{11{,}65} \approx 3{,}41.$

Подкоренное число находят в правой части шкалы A.

Извлечение кубического корня

Пример 1. Вычислить $\sqrt[3]{56{,}4}$.

Подкоренное число находят на средней части шкалы K кубов, совмещают с ним визир бегунка, а на шкале D под визиром читают ответ: $\sqrt[3]{56{,}4} \approx 3{,}84$ (рис. 20).

Пример 2. Вычислить $\sqrt[3]{0{,}0098} \approx 0{,}214$.

Подкоренное выражение отыскивают в левой части шкалы K кубов.

Пример 3. $\sqrt[3]{0{,}000153} \approx 0{,}0532.$

Подкоренное выражение устанавливают в правой части шкалы K кубов (рис. 20).

Пользование шкалой обратных чисел

Для вычисления обратных чисел $(1:x)$ визир бегунка устанавливают на лицевой стороне диска над числом x основной шкалы B движка, а результат читают по визиру на шкале R.

Примеры.

1. $\frac{1}{5{,}77} \approx 0{,}1733$ (см. рис. 20).
2. $\frac{1}{3{,}14} \approx 0{,}318.$
3. $\frac{1}{16{,}0} \approx 0{,}0625.$
4. $\frac{1}{0{,}27} \approx 3{,}70.$
5. $\frac{1}{104} \approx 0{,}00962.$
6. $\frac{1}{486} \approx 0{,}00206.$

Вычисление тригонометрических функций

При пользовании логарифмическими шкалами T, S и ST на обратной стороне корпуса линейки «Спутник» начальные штрихи этих шкал должны совпадать с начальными штрихами шкалы E.

Пример 1. $\sin 59°,0 \approx 0,857$.

При совмещенном положении начала шкалы E движка с началом тригонометрических шкал (рис. 21) визир бегунка

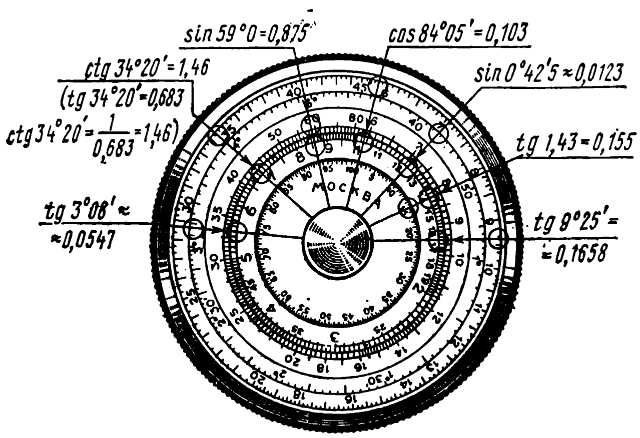

Рис. 21. Вычисление на тригонометрических и логарифмических шкалах линейки «Спутник»
(На рис. 21 вместо 0,875 следует читать 0,857.)

подводят к числу 59°,0 на шкале S, а на шкале E под визиром читают ответ: 0,857.

Примеры.

2. $\operatorname{tg} 9° 25' \approx 0,1658$.
3. $\cos 84° 05' = \sin 5° 55' \approx 0,1025$.
4. $\sin 0° 42',5 = \operatorname{tg} 0° 42',5 \approx 0,0123$.
5. $\operatorname{tg} 3° 08' = \sin 3° 08' \approx 0,0547$.

Примечание. Для вычисления значений котангенса, косеканса или секанса определяют соответственно функции тангенс, синус или косинус, а затем на лицевой стороне движка линейки, пользуясь его основной шкалой B и шкалой R обратных чисел, получают значения искомых функций.

Пример 6. Вычислить $\operatorname{ctg} 34° 20'$.

Пользуясь шкалами T и E, определяют $\operatorname{tg} 34° 20' \approx \approx 0,683$ (рис. 22), а на лицевой стороне движка по шкалам R и B получают $1:0,683 \approx 1,464$ (рис. 22). Следовательно, $\operatorname{ctg} 34° 20' \approx 1,464$.

Умножение чисел

Умножение чисел производят с помощью основных шкал корпуса и движка лицевой стороны диска. Это действие сводят к сложению соответствующих отрезков на логарифмических шкалах B и D.

Пример 1. Вычислить $82\times 6,6$.

Совмещают начальный штрих шкалы B движка с числом 82 на основной шкале D корпуса (рис. 23, *а*). Визир бегунка

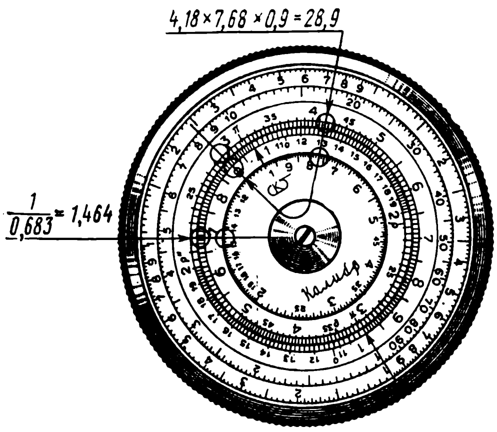

Рис. 22. Умножение чисел с помощью шкалы R и вычисление обратных чисел на линейке «Спутник»

устанавливают над числом 66 основной шкалы B движка и под визиром на шкале D корпуса читают ответ: 541.

Пример 2. $0,0455\times 0,166\approx 0,00755$ (рис. 23, *б*).

Пример 3. Вычислить $8,6\sqrt{3,1}$.

Визир бегунка совмещают с числом 31 в первой половине шкалы A. Движок началом основной шкалы B подводят под визир бегунка. Визир бегунка совмещают с числом 86 на основной шкале B движка. Под визиром бегунка по основной шкале D корпуса читают ответ: 15,14 (рис. 24).

Пример 4. Вычислить $0,455\cdot\sqrt[3]{2}$.

Движок ставят штрихом, соответствующим числу 455 на основной шкале B против начала основной шкалы D корпуса. Визир бегунка совмещают с числом 2 в левой части шкалы K. Под визиром бегунка на основной шкале B движка читают ответ: 0,573 (рис. 25).

Деление чисел

Действие деление, как обратное умножению, сводится к вычитанию на линейке соответствующих отрезков на логарифмических шкалах B и D.

Пример 1. Вычислить 43:35.

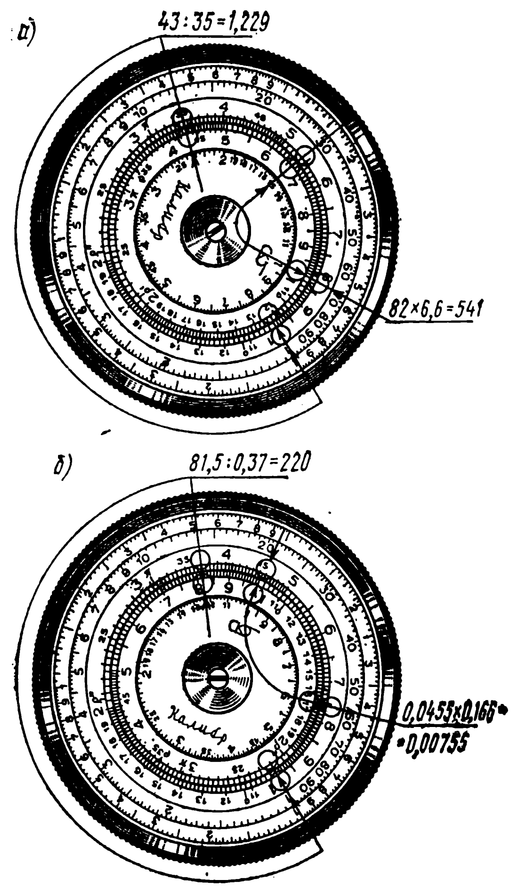

Рис. 23. Умножение и деление на шкалах B и D линейки «Спутник»

Визир бегунка ставят на деление 43 основной шкалы D корпуса линейки (см. рис. 23, *а*) и перемещают движок так, чтобы с визиром совпал штрих, отмеченный числом 35 на шкале B. Затем против начального штриха шкалы B читают на шкале D ответ: 1,229.

Пример 2. 81,5:0,37 ≈ 220 (см. рис. 23, *б*).

Пример 3. Вычислить $\sqrt{3}:7{,}8$ (рис. 25).

Визир бегунка совмещают с числом 3 на левой части шкалы A на корпусе линейки. Под визир бегунка подводят штрих, соответствующий 78 на основной шкале B движка.

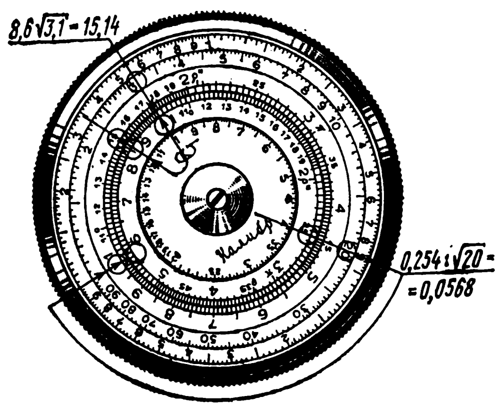

Рис. 24. Умножение и деление на шкалах B, D и A линейки «Спутник»

Против начального штриха шкалы B движка на шкале D корпуса читают ответ: $\sqrt{3}:7{,}8 \approx 0{,}222$.

Пример 4. Вычислить $0{,}254:\sqrt{20}$.

Визир бегунка совмещают с числом 2 во второй части шкалы K (см. рис. 24). Под визир бегунка подводят движок числом 254 основной шкалы движка B. На шкале B движка против начального штриха шкалы D корпуса читают ответ: 0,0568.

Применение шкалы мантисс

Для определения десятичного логарифма числа на линейке «Спутник» пользуются шкалой L мантисс логарифмов и основной шкалой B на лицевой стороне движка. Визир бегунка совмещают на шкале B со штрихом, соответствующим числу, логарифм которого определяют, а на шкале L по визиру читают мантиссу логарифма; впереди мантиссы к ней приписывают характеристику (см. с. 5—7).

Примеры.

1. $\lg 190 \approx 2{,}279$.
2. $\lg 47{,}9 \approx 1{,}680$.
3. $\lg 0{,}964 \approx \overline{1}{,}984$.
4. $\lg 0{,}00183 \approx \overline{3}{,}262$.
5. $\lg 25300 \approx 4{,}403$.
6. $\lg 8010000 \approx 6{,}904$.

Для нахождения числа по его десятичному логарифму мантиссу заданного логарифма устанавливают визиром

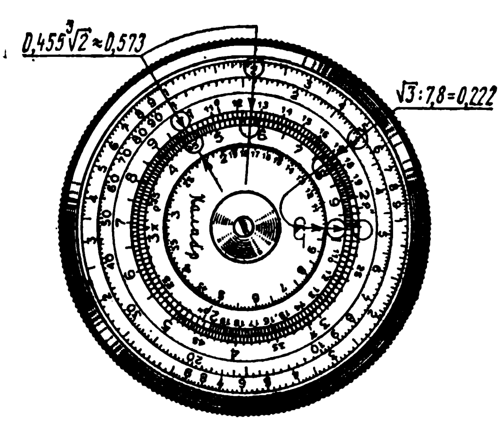

Рис. 25. Умножение и деление на шкалах B, D, A и K линейки «Спутника»

бегунка на шкале L, а число, ей соответствующее, читают по визиру на основной шкале B движка линейки.

Примеры.

1. $\overline{3}{,}450 \approx \lg 0{,}00282$.
2. $0{,}382 \approx \lg 2{,}41$.
3. $2{,}843 \approx \lg 697$.
4. $1{,}104 \approx \lg 12{,}7$.

Вычисления с помощью шкалы обратных чисел

Комбинированное умножение и деление. При вычислении обратных чисел $x = 1 : n$ пользуются шкалой R, устанавливая визир бегунка над числом n шкалы B и получая результат под визиром на шкале R (или наоборот). При вычислении чисел $1 : \sqrt{n}$ или $1 : \sqrt[3]{n}$ необходимо предварительно совместить начала шкал движка и корпуса (т. е. шкалы B и D), затем визир бегунка установить над числом n соответственно по шкалам A или K, а ответ прочитать по визиру на шкале R,

Примеры.

1. $1:0{,}683 \approx 1{,}464$ (см. рис. 18). 2. $1:\pi \approx 0{,}318$.

3. $1:\sqrt{7} \approx 0{,}378$. 4. $1:\sqrt[3]{54} \approx 0{,}265$.

Для вычисления выражений вида $x=\frac{a_1a_2}{b_1}$ поступают так: 1) на основной шкале D корпуса линейки визир бегунка совмещают со штрихом, соответствующим числу a_1; 2) под визир бегунка подводят движок штрихом, соответствующим числу b_1 шкалы B; 3) переставляют визир бегунка на штрих, соответствующий числу a_2 на шкале D; 4) по начальному штриху шкалы B на основной шкале корпуса D прочитывают результат x.

Пример 1. $x=\frac{16\cdot 87}{95} \approx 14{,}6$.

При вычислении выражений вида $x=a_1a_2a_3$ следует пользоваться шкалой R на движке, представляя это выражение в виде

$$x=\frac{a_1a_2}{\frac{1}{a_3}}.$$

Пример 2. Вычислить $x=4{,}18\cdot 7{,}68\cdot 0{,}9$ (см. рис. 18):

$$\frac{4{,}18\cdot 7{,}68}{\frac{1}{0{,}9}} \approx 28{,}9.$$

КРУГОВЫЕ СЧЕТНЫЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЛИНЕЙКИ КЛ-1 И КЛ-2

§ 15. ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙКИ КЛ-1

Наиболее портативным прибором для вычислений является круговая логарифмическая линейка закрытой конструкции с механическим управлением КЛ-1. На этой линейке можно выполнять умножение, деление, возведение в квадрат, и извлечение квадратного корня, производить вычисления с тригонометрическими функциями и определять обратные величины. Выполнение этих действий (кроме умножения и деления) на линейке КЛ-1 сходно с выполнением аналогичных действий на нормальной логарифмической линейке (см. § 5). Что же касается умножения и деления чисел, то эти действия на линейке КЛ-1 производят несколько иначе.

Линейка КЛ-1 состоит из двух циферблатов, заключенных в металлическую оправу с двумя головками *1* и *2* (рис. 26). Неподвижный циферблат — корпус линейки — наглухо скреплен с оправой. На этом циферблате нанесены три шкалы: основная шкала D длиной 12 см,

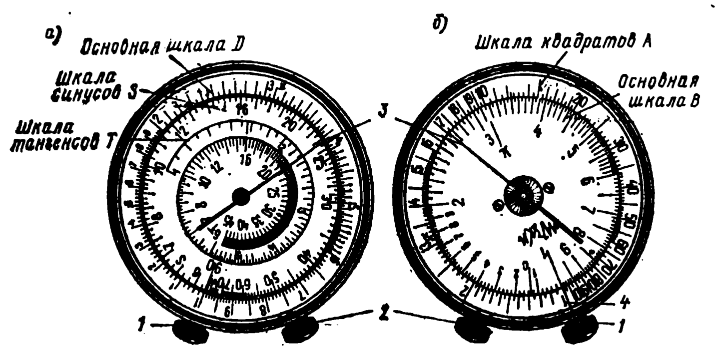

Рис. 26. Общий вид круговой логарифмической линейки КЛ-1:
а — вид со стороны корпуса; *б* — вид со стороны движка

шкала S синусов длиной 11,5 см и шкала T тангенсов длиной 13,5 см. Второй циферблат — подвижный — движок, вращающийся с помощью головки с черной точкой — черной головки *1*. На движке *4* нанесены две шкалы: внутренняя основная шкала B чисел и наружная шкала — шкала A квадратов; длины этих шкал по 11,5 см. Над движком против черной головки *1* помещена неподвижная маленькая стрелка красного цвета — индекс-указатель, которым отмечено начало основной шкалы неподвижного циферблата (корпуса). Над корпусом (неподвижным циферблатом) и над движком (подвижным циферблатом) одновременно вращается красная стрелка — бегунок *3*, управляемый головкой *2* с красной точкой — красной головкой (рис. 26).

Поверки линейки КЛ-1

1. При совмещении индекса и стрелки-бегунка последняя должна быть над началом шкал D, S, T корпуса.

2. Для поверки шкал B и D стрелку-бегунок устанавливают против числа *n* на шкале D корпуса, затем

движок началом шкалы В подводят под бегунок и смотрят, совпадает ли индекс с числом n; в этом случае линейкой работать можно. Такую поверку на шкалах D и В следует производить равномерно, пользуясь числами 15, 2, 25, 3, 35, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

3. Для поверки шкал А, S и Т проверяют некоторые равенства. Например, $2^2=4$, $3^2=9$, $\sin 30°=0{,}5$, $\operatorname{tg} 30° \approx 0{,}577$.

§ 16. УСТАНОВКА И ЧТЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ШКАЛАМ ЛИНЕЙКИ КЛ-1

1. Основная шкала D корпуса и аналогичная ей основная шкала В движка представляют собой обычную круговую сомкнутую логарифмическую шкалу чисел 1, 2, ..., 9,1.

Оцифровка интервалов этих шкал приведена в табл. 9.

Таблица 9

Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления	Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления
В и D	1—2	0,02	0,10	S	5° 44',2—10°	10'	30'
	2—6	0,05	0,10		10—20°	20'	1°
	6—10	0,10	0,50		20—30°	30'	1°
A	1—2	0,05	0,10		30—70°	1°	5°
	2—6	0,10	0,50		70—90°	5°	
	6—10	0,25	0,50	T	1—6°	5'	10'
	10—20	0,5	1,0		6—10°	10'	30'
	20—60	1,0	5,0		10—45°	20'	1°
	60—100	2,5	5,0				

Примечание. На шкалах В и D нанесен значок $c=\sqrt{4:\pi}$, на шкалах А, В, D — значок $\pi=C:2R$.

На основной шкале В движка нанесены два вспомогательных значка: $c=\sqrt{4/\pi}$ и $\pi=C/D$. Кроме того, число π нанесено еще на основной шкале D корпуса, а также на шкале А квадратов (рис. 26).

Пример 1. Установить на основной шкале D корпуса стрелку-бегунок на число 0,210.

Для этого следует, не обращая внимания на порядок числа, в интервале 2 — 3 шкалы D найти число 21 и вра-

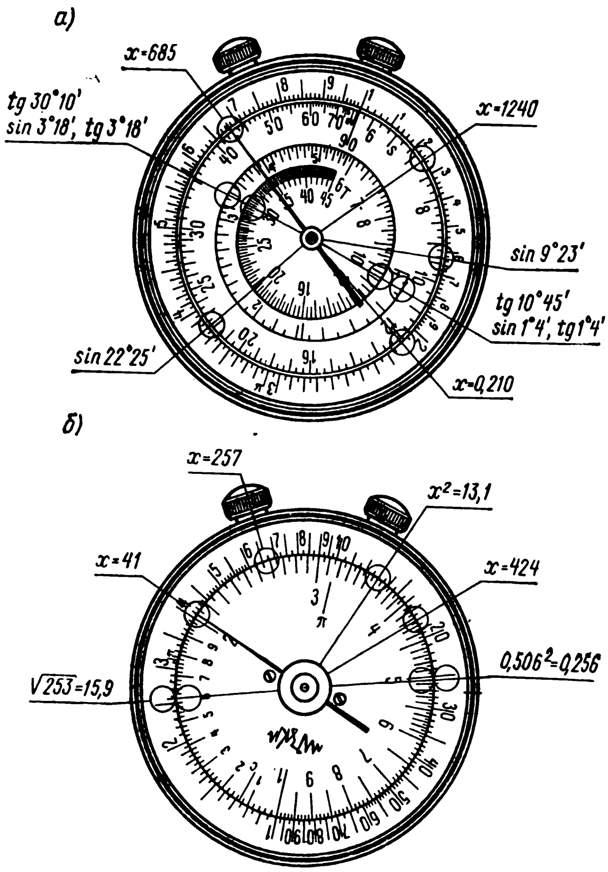

Рис. 27. Чтение и установка чисел на линейке КЛ-1:
а — положение со стороны корпуса; *б* — положение со стороны движка

щением красной головки *2* совместить с ним стрелку бегунок, как это показано на рис. 27, *а*.

Пример 2. На рис. 27, *а* показана установка на основной шкале D корпуса стрелки-бегунка на число 1240.

Пример 3. Прочитать число *x*, находящееся под стрелкой-бегунком на основной шкале D корпуса (рис. 27, *а*); $x=685$.

Пример 4. Найти на движке число 257 и поставить его против индекса.

Это число находится в интервале 2—3 шкалы B движка. Вращением черной головки его нужно подвести под индекс (рис. 27, *б*).

Пример 5. Прочитать число *x*, находящееся на основной шкале B движка под стрелкой-бегунком (рис. 27, *б*); $x=424$.

2. Логарифмическая шкала A квадратов чисел на движке линейки состоит из двух одинаковых частей (см. рис. 26, *б*), оцифрованных 1, 2, ..., 9, 10 и 10, 20, ..., 90,1, которые соответственно предназначены для извлечения корня квадратного из чисел с одной или с двумя цифрами в грани высшего разряда. Цена наименьшего деления на разных участках этой шкалы приведена в табл. 9.

Под стрелкой-бегунком на рис. 27, *б* находится на шкале A число 41; или, например, число 13,1 на шкале A находится между числами 10 и 20 (рис. 27, *б*).

3. На логарифмической шкале S синусов на корпусе линейки от начальной точки ее в масштабе основной шкалы нанесены логарифмы синусов углов от 5° 43′,77 до 90°(рис. 27, *а* и табл. 9).

Пример 1. На рис. 27, *а* стрелка-бегунок находится на шкале S над штрихом, соответствующим 22° 25′.

Пример 2. На рис. 27, *а* на шкале S стрелка-бегунок поставлена на штрих, соответствующий 9° 23′.

4. Логарифмическая шкала T тангенсов, представляющая собой спираль, расположена в центре корпуса линейки (рис. 27, *а*). Она состоит из двух частей. На первой ее части, предназначенной для определения натуральных значений тангенсов для углов от 1° до 6°, наименьшее деление равно 5′. Вторая часть этой шкалы, используемая для вычислений натуральных значений тангенсов углов от 6° до 45°, имеет наименьшее деление 10′.

Натуральные значения $\sin\alpha$ и $\operatorname{tg}\alpha$ для углов α менее 5° 43′,77 в пределах трех значащих цифр можно считать равными, поэтому шкалу T тангенсов используют и для определения натуральных значений синусов углов от 0° до 5° 43′,77.

Пример. На рис. 27,*а* стрелка-бегунок совмещена на шкале T со штрихами, соответствующими 30° 10′ и 3° 18′.

§ 17. ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙКИ КЛ-1

Возведение в квадрат и извлечение квадратного корня

Для возведения в квадрат числа x необходимо вращением красной головки поставить стрелку-бегунок над этим числом x на основной шкале B движка и выше по стрелке-бегунку на шкале A прочитать искомый результат. При этом для установления порядка результата следует руководствоваться указаниями, приведенными в табл. 3.

Для извлечения квадратного корня из числа x необходимо предварительно разбить это число на грани по две цифры влево или вправо от запятой (что соответствует числам больше 1 или меньше 1), и если в грани высшего разряда одна значащая цифра, то стрелку-бегунок следует установить над числом x в первой половине шкалы квадратов (там, где цифры 1, 2, ..., 9, 10); если же значащих цифр две, то бегунок нужно установить над числом x во второй половине шкалы квадратов (там, где числа 10, 20, ..., 90,1); в обоих случаях результат $\sqrt{x}$ следует прочитать ниже по нити бегунка на основной шкале.

Пример 1. Вычислить $0{,}506^2$.

Ставят стрелку-бегунок над числом 506 на основной шкале движка (рис. 27,*б*) и выше по шкале A, читают число 256; $0{,}506^2 \approx 0{,}256$.

Пример 2. Вычислить $\sqrt{253}$.

Разбивают подкоренное выражение на грани. В старшей грани будет лишь одна цифра, поэтому стрелку-бегунок ставят над числом 256 шкалы A в ее первой половине. Ниже на основной шкале B движка читают число 159 (рис. 27,*б*); $\sqrt{253} \approx 15{,}9$.

Вычисление выражений вида $1:x$, $1:x^2$, $1:\sqrt{x}$

В этом случае предварительно следует поставить движок в «нормальное положение», т. е. совместить начало движка с индексом (рис. 28). Чтобы вычислить значение обратной величины $1:x$, следует стрелку-бегунок совместить на основной шкале D корпуса со штрихом, соответствующим числу x, а на шкале B движка под стрелкой-бегунком прочитать искомый результат.

Для вычисления значения $1:x^2$ необходимо подвести стрелку-бегунок к числу x на основной шкале D корпуса линейки (рис. 28) и, повернув к себе диск обратной сто

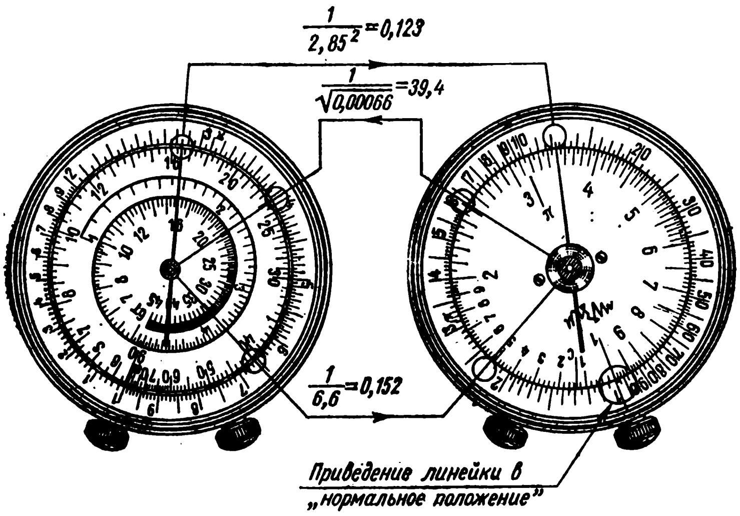

Рис. 28. Вычисление обратных чисел на линейке КЛ-1

роной, под стрелкой-бегунком прочитать на шкале A ответ.

Для вычисления выражений вида $1:\sqrt{x}$ стрелку-бегунок следует поставить над числом x шкалы A и, повернув к себе диск обратной стороной, под нитью стрелки-бегунка получить результат на основной шкале D корпуса.

Пример 1. На рис. 28 показано получение значения $1:6{,}6 \approx 0{,}152$.

Пример 2. Вычислить $n=1:2{,}85^2$.

Установить стрелку-бегунок над числом 285 по шкале D корпуса. Приведя движок в «нормальное положение», читаем под стрелкой-бегунком на шкале A число 123; $n=1:2{,}85^2 \approx 0{,}123$ (рис. 28).

Пример 3. Вычислить $a=1:\sqrt{0{,}00066}$.

После приведения диска в «нормальное положение» устанавливают стрелку-бегунок в первой половине шкалы A над числом 63, а число 398 читают под нитью стрелки-бегунка на шкале D; $a = 1 : \sqrt{0{,}00066} \approx 39{,}4$.

Вычисление натуральных значений тригонометрических функций

Для определения $\sin\alpha$ при $5°\,43',77 < \alpha < 90°$ стрелку-бегунок следует устанавливать над соответствующим

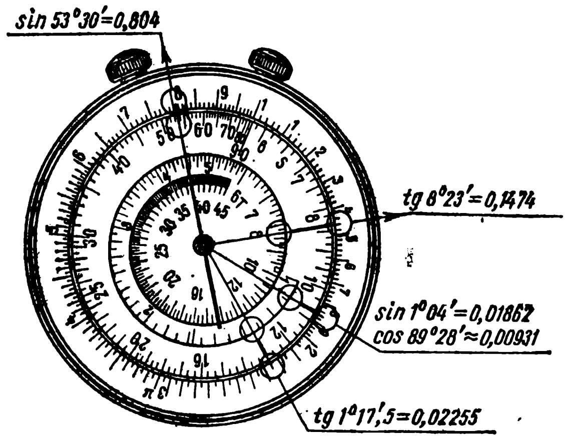

Рис. 29. Вычисление тригонометрических функций на линейке КЛ-1

штрихом на шкале S, а на шкале D корпуса читают ответ (рис. 29).

При вычислении натуральных значений $\cos\alpha$ пользуются формулой $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$ и по $\sin(90° - \alpha)$ определяют значение $\cos\alpha$. Для определения натурального значения $\operatorname{tg}\alpha$ при $5°43',77 < \alpha < 45°$ стрелку-бегунок следует устанавливать на шкале T над штрихом, соответствующим заданному значению α, а на шкале D корпуса под стрелкой-бегунком читают ответ. В этих двух случаях порядок результата $N = 0$ (см. § 4).

Вычисление натуральных значений $\sin\alpha$ и $\operatorname{tg}\alpha$ малых углов (при $1° < \alpha < 5°43',77$) производят по одной шкале T, так как в этих случаях можно считать $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$. Поэтому стрелку-бегунок устанавливают над соответствующим штрихом на шкале T, а ответ читают по шкале D корпуса (ответ имеет порядок $N=1$). Для определения натуральных значений $\sin\alpha$ и $\operatorname{tg}\alpha$ углов α менее 1° можно воспользоваться известным выражением $\sin\alpha \approx \approx \operatorname{tg}\alpha \approx (1/n)\sin n\alpha \approx (1/n)\operatorname{tg} n\alpha$, которое для этих углов остается справедливым до четырех значащих цифр.

При вычислении натуральных значений $\operatorname{ctg}\alpha\,(5°43',77 < < \alpha < 45°)$ и $\sec\alpha\,(5°43',77 < \alpha < 90°)$ поступают следующим образом. Если нужно вычислить натуральное значение $\operatorname{ctg}\alpha$, устанавливают стрелку-бегунок на шкале T (или если вычисляют $\sec\alpha$, то на шкале S) над штрихом, соответствующим значению α, и после приведения движка в «нормальное положение» читают ответ на обратной стороне диска под стрелкой-бегунком на основной шкале B движка.

При нахождении натурального значения $\sec\alpha$ следует воспользоваться формулой $\sec\alpha = \operatorname{cosec}(90° - \alpha)$ и далее по $\operatorname{cosec}(90° - \alpha)$ найти значение $\sec\alpha$ так, как это было изложено ранее.

Для определения натурального значения $\operatorname{tg}\alpha$ при $45° < \alpha < 90°$ определяют $\operatorname{ctg}(90° - \alpha)$, а далее поступают так, как это указано в § 5.

На линейке КЛ-1 можно производить вычисления значений $1:\sin^2\alpha$, $1:\operatorname{tg}^2\alpha$, а также значений $\sec^2\alpha$, $\operatorname{cosec}^2\alpha$ и $\operatorname{ctg}^2\alpha$. В этих случаях стрелку-бегунок необходимо совместить с соответствующим штрихом на шкале S или T, движок привести в «нормальное положение», а ответ прочитать под стрелкой-бегунком на шкале A движка.

Для нахождения угла по натуральному значению тригонометрической функции стрелку-бегунок на шкале D корпуса совмещают со штрихом, соответствующим заданному значению функции, а на шкале S или T читают под стрелкой-бегунком искомый угол. В случае определения значения угла α по заданному натуральному значению $\operatorname{ctg}\alpha$ или $\operatorname{cosec}\alpha$ стрелку-бегунок (приведя линейку в «нормальное положение») совмещают с соответствующим штрихом на шкале B движка, а ответ читают на соответствующих шкалах T или S корпуса линейки.

Пример 1. Определить натуральное значение $\sin 53°30'$.
На шкале S отыскивают штрих, соответствующий 53° 30′ (рис. 29), а на основной шкале D корпуса линейки читают число 804; $\sin 53°\,30' \approx 0{,}804$.

Пример 2. Определить натуральное значение $\operatorname{tg} 8°\,23'$.

На шкале T находят штрих, соответствующий $8°23'$ (рис. 29). Совмещают с этим штрихом стрелку-бегунок и по ней на шкале D корпуса читают 1474; $\operatorname{tg} 8°23' \approx \approx 0{,}1474$.

Пример 3. Вычислить натуральное значение $\operatorname{tg} 1°17',5$.

Устанавливают стрелку-бегунок на шкале T над штрихом, соответствующим $1°17',5$ (рис. 29), а на основной шкале D корпуса линейки читают 2255; $\operatorname{tg} 1°17'5 \approx \approx 0{,}02255$.

Пример 4. Определить натуральное значение $\cos 89°28'$.

Учитывая, что $\cos 89°28' = \sin 0°32' \approx 0{,}5 \sin 1°04'$, совмещают по шкале T стрелку-бегунок со штрихом, соответствующим $1°04'$ (рис. 29), а под стрелкой-бегунком на шкале D читают 1862; $\cos 89°28' \approx 0{,}00931$.

Примеры.

5. $\operatorname{ctg} 10°13' \approx 5{,}55$, а $\operatorname{cosec} 68°30' \approx 1{,}075$.
6. Натуральное значение $\operatorname{tg} 54°25' = \operatorname{ctg} 35°35' \approx 1{,}398$.
7. $1 : \sin^2 17°30' \approx 11{,}06$.
8. $\operatorname{cosec}^2 40°15' \approx 2{,}395$.
9. $1 : \operatorname{tg}^3 3°16' \approx 307$.
10. $\sec^2 63°02' \approx 4{,}86$.
11. $\operatorname{cosec}^2 3°02' \approx 357$.
12. $\operatorname{ctg}^2 5°20' \approx 114{,}7$.
13. Если $\sin \alpha = 0{,}505$, то для определения значения угла α следует стрелку-бегунок поставить над числом 505 основной шкалы D корпуса и по стрелке-бегунку на шкале S прочитать значение угла $\alpha \approx 30°20'$.
14. $\operatorname{ctg} \alpha = 2{,}66$; $\alpha \approx 20°36'$.

Умножение и деление чисел

Для умножения чисел стрелку-бегунок необходимо совмещать со штрихом, соответствующим значению первого сомножителя на основной шкале D корпуса. Затем, повернув линейку, под стрелку-бегунок подвести основную шкалу B движка штрихом, соответствующим второму сомножителю, и под индексом движка прочитать ответ.

Пример 1. Вычислить $16{,}4 \cdot 20{,}7$ (рис. 30).

Стрелку-бегунок совмещают со штрихом 164 на основной шкале D корпуса. На шкале B движка находят число 207 и подводят его под стрелку-бегунок. Результат 339 читают под индексом движка на основной шкале B.

При делении чисел на шкале B движка отыскивают штрих, соответствующий делимому, и движок этим числом подводят под индекс. После этого стрелку-бегунок ставят на шкале B на штрих, соответствующий делителю. Повернув линейку, на шкале D корпуса под стрелкой-бегунком прочитывают частное.

Пример 2. Вычислить 266: 15,2 (рис. 31).

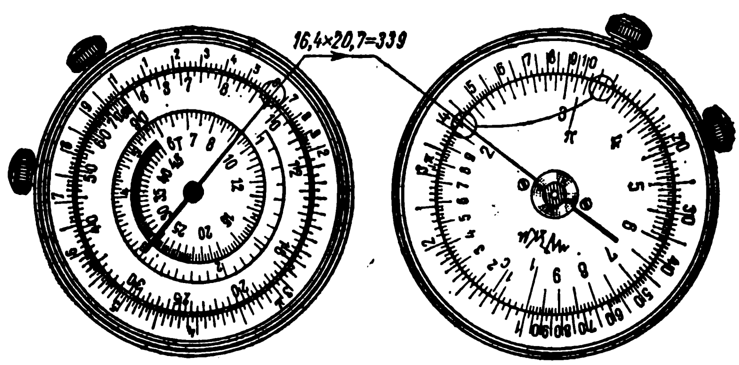

Рис. 30. Умножение чисел на КЛ-1

Подводят движок штрихом 266 основной шкалы B под индекс. Ставят стрелку-бегунок над числом 152

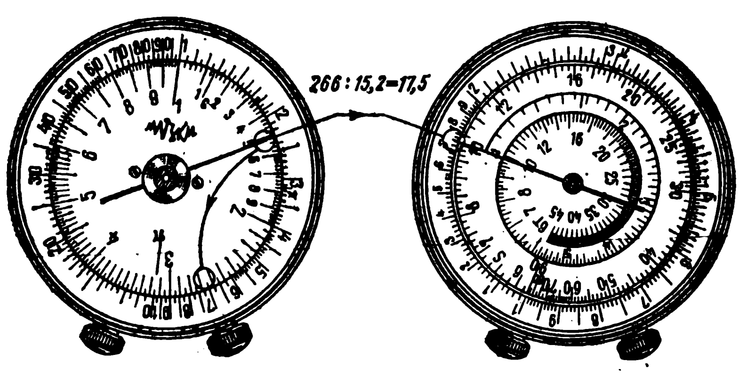

Рис. 31. Деление чисел на линейке КЛ-1

основной шкалы B движка. Под стрелкой-бегунком на шкале D корпуса читают ответ: 266: 15,2 ≈ 17,5.

Пример 3. Вычислить $n = \frac{2,5 \cdot \pi}{4,37}$.

Движок штрихом 25 на основной шкале B ставят под индекс. Стрелку-бегунок подводят к штриху 437

Таблица 10

Порядок действий	Вычисление выражений вида					
	$a \times b^2$	$\sqrt{a} \times b$	$a^2 : b$	$\sqrt{a} : b$	$a : b^2$	$a : \sqrt{b}$
1	Приведение движка в «нормальное положение» (отсчет 1 по индексу)					
2	Установка стрелки-бегунка на начало a на шкале:					
	А	А	В	А	А	В
3	Перемещение движка цифрой 1 под стрелку-бегунок		Перемещение движка под стрелку-бегунок числом b по шкале:			
			А	В	В	А
4	Перестановка стрелки-бегунка на число b по шкале:		Перестановка стрелки-бегунка на начало движка			
	В	В				
5	Приведение движка в «нормальное положение»					
Ответ	Отсчет под стрелкой-бегунком по шкале:					
	А	В	А	В	А	В

основной шкалы В движка. Под стрелку-бегунок подводят штрих, отмеченный на шкале В движка значком π. Под индексом на основной шкале В движка читают ответ: 1,797.

Пример 4. Вычислить $n=\frac{0,67C}{8,6}$.

Найдя на шкале А квадратов движка штрих, соответствующий числу 86, вращением черной головки подводят этот штрих под индекс. С помощью поворота красной головки устанавливают стрелку-бегунок над штрихом, соответствующим числу 67 на основной шкале движка. Подводят под стрелку-бегунок значок C на основной шкале В движка и читают ответ: $n \approx 0,0879$.

При умножении или делении чисел с одновременным возведением в квадрат одного из них (или извлечением корня квадратного) вычисления целесообразно производить без поворота линейки последовательным откладыванием сомножителей (или делимого и делителя) на соответствующих шкалах В и А, пользуясь попеременно перестановками движка и стрелки-бегунка. Порядок действий для этих случаев указан в левой колонке табл. 10. Умножение выражений вида $x=ab$ без поворота линейки также возможно, но не рационально.

Примеры.

5. $1,63^2 \cdot 0,85 \approx 2,26$.	**6.** $\sqrt{\pi} \cdot 19,3 \approx 34,2$.
7. $5,3^2 : 265 \approx 1,060$.	**8.** $\sqrt{0,38} : 0,472 \approx 1,306$.
9. $365 : 24^2 \approx 0,633$.	**10.** $6,16 : \sqrt{2,09} \approx 4,26$.

Для вычисления выражений вида $x=\frac{1}{\sqrt{ab}}$ предварительно выполняют умножение $\sqrt{ab}$ (см. табл. 10), однако результат читают под стрелкой-бегунком на шкале D корпуса.

Пример 11. $\frac{1}{3\sqrt{\pi}} \approx 0,188$.

§ 18. КРУГОВАЯ ЛИНЕЙКА КЛ-2

Счетная логарифмическая линейка КЛ-2 представляет собой усовершенствованный вариант закрытой линейки КЛ-1. Вычислительные операции на этой линейке основаны на сложении или вычитании взаимно перемещающихся и обратных шкал (так же как в варианте КЛ-1, логарифмические шкалы обеих сторон линейки являются взаимно обратными и эта связь фиксируется системой «стрелка-бегунок — неподвижный корпус или индекс»)

Таблица 11

Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления	Шкалы	Участки шкал	Цена наименьшего деления	Длинными штрихами выделены деления
B, D, E	1—2 2—6 6—10	0,02 0,05 0,10	0,10 0,10 0,50	S	5°43′,77—10° 10—20° 20—30° 30—60° 60—70° 70—80° 80—90°	10′ 20′ 30′ 1° 2° 5° 10°	1° 1° 5°
A	1—2 2—6 6—10	0,05 0,10 0,25	0,10 0,50 0,50				
	Вторая половина шкалы имеет аналогичную оцифровку			T	5° 43′,77—10° 10—45°	10′ 20′	1°
L	0—100	1,0	5,0	ST	34′,4—1°	2′	
K	1—2 2—4 4—10	0,05 0,10 0,20	0,10 0,50		1—5° 5°—5° 43′,77	5′ 10′	10′
	Вторая и третья части шкалы имеют аналогичную оцифровку						

Примечание. На шкалах B, D, E нанесен значок $\pi = C : 2R$, а на шкалах B и E также $c = \sqrt{4 : \pi}$.

и прямых шкал (подобно операциям на лицевой стороне нормальной линейки).

На неподвижной стороне корпуса линейки КЛ-2 расположены пять шкал: основная D, кубов K, синусов S, тангенсов T, синусов и тангенсов малых углов ST. Их длины соответственно равны 12, 12,5, 10,8 и 5,5 см. Со стороны движка имеется одна неподвижная шкала — основная шкала E корпуса и три шкалы на движке: основная B, квадратов A, мантисс логарифмов L; длины

Таблица 12

Порядок действий	Вычисление выражений вида					
	a^2	$\sqrt{a}$	a^3	$\sqrt[3]{a}$	$1/\sqrt{a^3}$	$1/\sqrt{a}$
1	Установка стрелки-бегунка на отсчет a по шкале:					
	B	A	D	K	K	A
2					Приведение движка в «нормальное положение»	
Ответ	Отсчет под стрелкой-бегунком по шкале:					
	A	B	K	D	E	D

этих четырех шкал соответственно равны 120, 115, 80 и 70 мм. Перемещение движка производится головкой с черной точкой, которая укреплена на оправе корпуса. Головка с красной точкой служит для перестановки красной стрелки-указателя, вращающейся одновременно над обеими сторонами линейки и выполняющая роль визира бегунка.

Перед началом работы с линейкой КЛ-2 необходимо усвоить оцифровку шкал на разных ее участках (табл. 11). При этом необходимо учитывать, что шкала A состоит из двух одинаково оцифрованных участков; первый из них предназначен для извлечения корней квадратных из чисел, у которых в первой грани высшего разряда одна цифра, второй — для извлечения корня квадратного из чисел, у которых в первой грани высшего разряда две цифры. Шкала K также содержит три участка, соответствующих одной, двум или трем цифрам в первой грани высшего разряда при извлечении корня кубического из числа.

При возведении чисел в квадрат или извлечении квадратного корня пользуются шкалами B и A движка, а при вычислении выражений, содержащих x^3 или $\sqrt[3]{x}$, — шкалами Д и К корпуса; порядок операций приведен в табл. 12. Для вычисления обратных чисел поль-

Таблица 13

Порядок действий	Вычисление выражений вида							
	$\sin\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{cosec}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\sin^2\alpha$	$\operatorname{tg}^2\alpha$	$1/\sin^2\alpha$	$\operatorname{ctg}^2\alpha$
1	Установка стрелки-бегунка на отсчет α по шкале:							
	S	T	S	T	S	T	A	A
2							Приведение движка в «нормальное положение»	
Ответ	Отсчет под стрелкой-бегунком по шкале:							
	D	D	E	E	K	K	A	A

зуются соответственно шкалами A и D или K и E, причем в первом случае предварительно нужно привести движок в «нормальное положение», совместив шкалу B движка со шкалой E корпуса (см. табл. 12).

Примеры.

1. $5{,}3^2 \approx 28{,}1$.
2. $\sqrt{\pi} \approx 1{,}772$.
3. $1{,}46^3 \approx 3{,}11$.
4. $\sqrt[3]{2{,}13} \approx 1{,}287$.
5. $1:\sqrt[3]{63} \approx 0{,}251$.
6. $\sqrt{1:\pi} \approx 0{,}564$.

Нахождение тригонометрических функций выполняют по шкалам S, T, а для углов менее $5^\circ 43',77$ — по шкале ST (табл. 13).

Примеры.

7. $\sin 10^\circ 25' \approx 0{,}1808$. 8. $\operatorname{tg} 2^\circ 41' \approx 0{,}0469$.
9. $\operatorname{cosec} 63^\circ 15' \approx 1{,}120$. 10. $\operatorname{ctg} 28^\circ 40' \approx 1{,}829$.
11. $\sin^3 31^\circ 07' \approx 0{,}145$. 12. $\operatorname{tg}^3 40^\circ 30' \approx 0{,}623$.
13. $\operatorname{cosec}^2 6^\circ 16' \approx 83{,}9$. 14. $\operatorname{ctg}^2 14^\circ 26' \approx 15{,}10$.

Умножение и деление простых чисел производится, как правило, без поворота корпуса линейки в том же

Таблица 14

<table>
<tr><th rowspan="2">Порядок действий</th><th colspan="9">Вычисление выражений вида</th></tr>
<tr><th>$a \times b$</th><th>$a\sqrt{b}$</th><th>$\frac{b}{a}$</th><th>$\frac{b}{\sqrt{a}}$</th><th>$\frac{b \times c}{a}$</th><th>$\frac{b \times c}{\sqrt{a}}$</th><th>$\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$</th><th>$\frac{a}{\sin \alpha}$</th><th>$\frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td colspan="2" rowspan="2">Совмещение начального отсчета (1) шкалы D движка против числа a шкалы E</td><td colspan="7">Установка стрелки-бегунка на отсчет b (α) по шкале:</td></tr>
<tr><td>E</td><td>E</td><td>E</td><td>E</td><td>K</td><td>S</td><td>T</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td colspan="2">Установка стрелки-бегунка на отсчет b по шкале:</td><td colspan="4">Перемещение движка под стрелку-бегунок отсчетом a по шкале:</td><td colspan="3" rowspan="2">Установка начала движка под стрелку-бегунок</td></tr>
<tr><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>A</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td colspan="2" rowspan="2">—</td><td colspan="2" rowspan="2">Перестановка стрелки-бегунка на начало в ней штрих 1</td><td colspan="5">Перестановка стрелки-бегунка на отсчет a по шкале:</td></tr>
<tr><td>B</td><td>A</td><td>B</td><td>B</td><td>B</td></tr>
<tr><td>Ответ</td><td colspan="9">Отсчет под стрелкой-бегунком по шкале E</td></tr>
</table>

порядке, как и на нормальной линейке. Порядок действий указан в табл. 14.

Примеры.

15. $47{,}3 \cdot 0{,}1852 \approx 8{,}76.$

16. $3\sqrt{0{,}246} \approx 1{,}487.$

17. $15{,}05 : 6{,}3 \approx 2{,}39.$

18. $\pi : \sqrt{3} \approx 1{,}813.$

19. $\dfrac{2{,}6 \cdot 0{,}14}{1{,}28} \approx 0{,}284.$

20. $\dfrac{16 \cdot 3{,}25}{\sqrt{53}} \approx 7{,}13.$

21. $\dfrac{46{,}3}{\sqrt[3]{7{,}2}} \approx 2{,}38.$

22. $15{,}2 \operatorname{cosec} 21^\circ 15' \approx 41{,}9.$

23. $27{,}8 \operatorname{ctg} 25^\circ 20' \approx 48{,}7.$

Если необходимо вычислить обратные величины $1:n$ или их кубы $1:n^3$ (следовательно, при вычислении выражений вида $1:(a \times b)$ или $1:(a \times b)^3$, $(a \times b)$ или $(b:a)^3$ и т. д., в том числе $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$, $\dfrac{a}{b \times c}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{b \times c}$, $\dfrac{b}{a^3}$, $\dfrac{\sin \alpha}{a}$ и $\dfrac{\operatorname{tg} \alpha}{a}$), то ответ читают под стрелкой-бегунком не по шкале E, а по шкале D или при возведении в куб — по шкале K. Все сказанное относительно порядка действий на шкалах S и T в равной мере относится и к операциям при пользовании шкалой ST.

Примеры.

24. $\dfrac{1}{2\pi} \approx 0{,}318.$

25. $\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}} \approx 0{,}282.$

26. $\sqrt{43} : 5{,}3 \approx 1{,}24.$

27. $\dfrac{0{,}65}{4{,}1 \cdot 0{,}09} \approx 1{,}76.$

28. $\dfrac{\sqrt{143}}{11{,}2 \cdot 0{,}6} \approx 1{,}78.$

29. $\dfrac{2{,}5}{1{,}2^3} \approx 1{,}45.$

30. $\dfrac{\sin 3^\circ 26'}{3{,}4} \approx 0{,}0176.$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выборе счетной логарифмической линейки той или иной конструкции следует учитывать эксплуатационные особенности каждой из них.

1. Линейка «Ленинград», нормальная логарифмическая линейка и подобные им (см. § 8) обладают несравнимым преимуществом перед другими конструкциями линеек, так как эксплуатация их, выдержавшая «испытание временем», не требует переучивания.

Их недостатком является наличие съемных бьющихся частей и неустойчивость против воздействия температуры и влажности воздуха.

2. Дисковая линейка «Спутник», наоборот, весьма устойчива против механических повреждений. Кроме того, она позволяет иметь набор дисков с различными шкалами, смена которых не вызывает затруднений.

Недостатком таких линеек является неустойчивое положение в них визира, что может привести к ошибкам при вычислениях.

3. Линейки типа КЛ-1 и КЛ-2 являются весьма портативными и устойчивыми против влияния температуры, влажности и пыли. Они также позволяют легко производить замену шкал.

В линейке КЛ-2 устранен эксплуатационный недостаток, имеющий место в предшествующей ей модели КЛ-1, заключавшийся в необходимости переворачивания линейки при выполнении на ней умножения и деления.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Основные правила приближенных вычислений

1. В записи приближенного числа с помощью десятичной дроби оставляют только верные знаки.

2. При сложении или вычитании приближенных чисел в результате (сумме или разности) необходимо оставлять столько десятичных знаков, сколько их дано в компоненте с наименьшим числом этих знаков.

3. При умножении и делении приближенных чисел в результате необходимо оставлять столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное данное из заданных с наименьшим числом значащих цифр.

4. При возведении приближенных чисел в квадрат или в куб в результате необходимо оставлять столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени; однако при этом последняя цифра, и особенно при возведении в куб, будет все же менее надежна, чем последняя цифра основания.

5. При извлечении квадратного или кубического корня из приближенного числа в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное число. При этом последняя цифра квадратного, и особенно кубического, корня будет получаться более надежной, чем последняя цифра подкоренного числа.

6. Если для получения искомой величины требуется произвести ряд различных действий, то в этом случае во всех промежуточных результатах необходимо сохранять лишь на одну цифру больше, чем это указано в правилах 2—4, отбрасывая эту лишнюю цифру только в окончательном результате.

7. Если некоторые данные, участвующие в вычислениях, имеют десятичных знаков (при сложении и вычитании) или значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень или извлечении корня) больше, чем другие, то их предварительно округляют, сохраняя лишь одну лишнюю цифру против числа, заданного с наименьшим числом значащих цифр.

8. Выполняя вычисления, необходимо всегда помнить о той точности, которую можно получить или которая необходима в каждом конкретном случае.

9. Для получения результата с n цифрами исходные данные для вычисления необходимо брать с таким числом цифр, какое дают согласно правилам 2—5 $n+1$ цифр результата.

Памятка вычислителю

1. Приступая к вычислениям, следует прежде всего подготовить рабочее место и иметь все необходимые для этого средства.

2. Так как практически все вычисления производят главным образом по соответствующим формулам, то последние предварительно должны быть преобразованы так, чтобы при данных средствах вычислений определение искомой величины выполнялось с минимальной затратой времени.

3. Числовой материал, используемый при вычислениях, следует располагать в определенной последовательности. Для этой цели при вычислениях пользуются специально разработанными схемами (бланками, ведомостями, журналами с соответствующей разграфкой), позволяющими каждый результат, участвующий в вычислениях, разместить в отведенном для него месте. В заголовке схем, ведомостей часто приводят формулы, для которых они составлены.

4. При вычислениях числа в столбцах следует записывать так, чтобы цифры соответствующих разрядов были под цифрами тех же разрядов в выше записанном числе. При этом ошибочные результаты или ошибочно записанные числа не стирают, а аккуратно перечеркивают красными чернилами и ими же сверху записывают верный результат или число.

5. Вычисление нельзя считать законченным, если не произведена тем или иным способом их проверка. При этом лучше, если эту проверку выполнить новым способом, не зависящим от принятого при первоначальных вычислениях.

Особенно внимательно следует производить вычисления, которые нельзя проконтролировать.

6. При вычислениях в числах дробную часть от целой следует отделять запятой, а в логарифмах — точкой.

7. Вычисления необходимо вести на одной стороне листа; обратная сторона не должна использоваться.

8. При вычислениях числа, состоящие из многих цифр, должны быть записаны с интервалами, например 8 320 000.

9. При однотипных вычислениях должен быть выработан стандарт в последовательности их выполнения.

10. Всякая замеченная ошибка в вычислениях должна быть исправлена немедленно.

11. Результаты отдельных вычислений должны быть выделены более крупным шрифтом и подчеркнуты.

Историческая справка

Логарифмическая шкала — прямолинейный отрезок, на котором отложены логарифмы чисел и тригонометрических функций — основа устройства счетной линейки,— была предложена лондонским профессором Эдмунтом Гунтером (1581—1626), т. е. спустя примерно шесть лет после опубликования (1614) Д. Непером (1550—1617) его работы о логарифмах. В 1620 г. Э. Гунтер сделал доклад об этом в Парижской Академии наук с демонстрацией своей линейки, на которой основными являлись шкалы — чисел, квадратов, кубов, синусов и тангенсов.

Прототипом современной счетной линейки явилась конструкция прямоугольной логарифмической линейки, разработанной англичанином Р. Биссакером в 1654 г. И только в 1851 г. Мангейм (Франция) предложил к линейке бегунок; с этого времени она приняла современный вид.

В России логарифмическая линейка впервые была описана А. Д. Фарварсоном в его работе «Книжица о сочинении и описании сектора шкал плоской и гунтерской со употреблением оных инструментов в решении различных математических проблем», опубликованной в 1739 г.

В конце XIX в. счетные логарифмические линейки стали изготовляться на фабриках и с этого времени начали появляться не только универсальные счетные линейки со шкалами разной длины и с различными приспособлениями (микрометренными винтами, лупами и другими деталями) для уточнения и облегчения вычислений, но и специальные счетные линейки (электротехнические, для экономистов, а позднее — геодезические, для радиотехнических расчетов и др.), отличающиеся от универсальных наличием специальных шкал. К этому же времени относится и появление счетных линеек с двойными логарифмическими шкалами.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Умножение

1. $25 \cdot 18 = 450$.
2. $44 \cdot 31 \approx 1364$.
3. $127 \cdot 29 = 3683$.
4. $0{,}25 \cdot 4{,}08 \approx 1{,}020$.
5. $14{,}2 \cdot 2{,}42 \approx 34{,}4$.
6. $16{,}2 \cdot 23 \approx 373$.
7. $5{,}65 \cdot 31{,}7 \approx 171{,}1$.
8. $4{,}25 \cdot 1{,}27 \approx 5{,}40$.
9. $0{,}005 \cdot 611 \approx 3{,}06$.
10. $0{,}041 \cdot 1{,}35 \approx 0{,}0554$.
11. $2{,}03 \cdot 0{,}05 \approx 0{,}1015$.
12. $0{,}007 \cdot 0{,}0316 \approx 0{,}000221$.

Деление

1. $680:5 = 136$.
2. $0{,}873:0{,}25 \approx 3{,}49$.
3. $15{,}2:0{,}43 \approx 35{,}3$.
4. $12{,}81:0{,}073 \approx 175{,}5$.
5. $5600:25 = 224$.
6. $1400:2{,}5 = 560$.
7. $6{,}25:5 = 1{,}25$.
8. $6800:11{,}5 \approx 591$.
9. $1400:2{,}50 = 560$.
10. $30:0{,}079 \approx 380$.
11. $0{,}017:0{,}25 = 0{,}068$.
12. $0{,}0036:8 = 0{,}00045$.

Умножение и деление

1. $(2{,}34 \cdot 3{,}21):2{,}35 \approx 3{,}20$.
2. $(0{,}23 \cdot 2{,}35):1{,}64 \approx 0{,}330$.
3. $(1{,}57 \cdot 51{,}4 \cdot 2{,}15):(1{,}09 \cdot 6{,}17 \cdot 2{,}4) \approx 10{,}75$.
4. $(2{,}16 \cdot 0{,}09 \cdot 3{,}11):(0{,}05 \cdot 2{,}17 \cdot 8{,}64) \approx 0{,}645$.
5. $(2{,}73 \cdot 0{,}08 \cdot 12{,}6 \cdot 3{,}11):(2{,}16 \cdot 7{,}39) \approx 0{,}536$.
6. $(4{,}17 \cdot 0{,}16 \cdot 23{,}1 \cdot 4{,}19):(4{,}42 \cdot 8{,}91) \approx 1{,}640$.
7. $(0{,}211 \cdot 4{,}16):(0{,}64 \cdot 33{,}8 \cdot 462) \approx 0{,}0000883$.
8. $(0{,}32 \cdot 16{,}9 \cdot 2{,}31):(0{,}05 \cdot 0{,}45) \approx 555$.
9. $2{,}38:(0{,}16 \cdot 0{,}39) \approx 38{,}1$.
10. $0{,}81:(0{,}05:0{,}17) \approx 2{,}75$.
11. $6{,}19:(0{,}83 \cdot 411) \approx 0{,}01815$.
12. $(0{,}16 \cdot 8{,}45):(2{,}31 \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}95) \approx 8{,}80$.

Возведение в квадрат

1. $14^2 = 196$.
2. $94^2 \approx 8840$.

3. $891^2 \approx 794\,000$.
4. $0{,}0046^2 \approx 0{,}0000212$.
5. $0{,}239^2 \approx 0{,}0571$.
6. $16{,}3^2 \approx 266$.
7. $0{,}0643^2 \approx 0{,}00413$.
8. $0{,}0086^2 \approx 0{,}0000740$.
9. $6{,}93^2 \approx 48{,}0$.
10. $0{,}0074^2 \approx 0{,}0000548$.
11. $12{,}6^2 \approx 158{,}8$.
12. $3{,}11^2 \approx 9{,}67$.

Возведение в куб

1. $22^3 \approx 10\,600$.
2. $12^3 \approx 1730$.
3. $128^3 \approx 2\,100\,000$.
4. $17{,}8^3 \approx 5640$.
5. $84{,}7^3 \approx 608\,000$.
6. $0{,}216^3 \approx 0{,}101$.
7. $0{,}0571^3 \approx 0{,}000186$.
8. $0{,}00619^3 \approx 0{,}000000238$.
9. $15{,}9^3 \approx 4020$.
10. $1{,}69^3 \approx 4{,}83$.
11. $0{,}014^3 \approx 0{,}00000274$.
12. $0{,}691^3 \approx 0{,}330$.

Возведение в четвертую степень

1. $51^4 \approx 6\,760\,000$.
2. $37^4 \approx 1\,870\,000$.
3. $6{,}1^4 \approx 1380$.
4. $2{,}4^4 \approx 33{,}2$.
5. $0{,}56^4 \approx 0{,}0983$.
6. $0{,}072^4 \approx 0{,}0000269$.
7. $0{,}018^4 \approx 0{,}0000001050$.
8. $1{,}54^4 \approx 5{,}62$.

Извлечение квадратного корня

1. $\sqrt{150} \approx 12{,}25$.
2. $\sqrt{662} \approx 25{,}7$.
3. $\sqrt{0{,}267} \approx 0{,}517$.
4. $\sqrt{1+0{,}104^2} \approx 1{,}005$.
5. $\sqrt{1+2{,}02^2} \approx 2{,}25$.
6. $\sqrt{0{,}0311} \approx 0{,}176$.
7. $\sqrt{1+0{,}75^2} \approx 1{,}250$.
8. $\sqrt{16{,}3^2-2{,}31^3} \approx 15{,}92$.
9. $\sqrt{5{,}11^4+6{,}03^2} \approx 26{,}8$.
10. $\sqrt{6{,}23^3-3{,}16^2} \approx 15{,}22$.

Извлечение кубического корня

1. $\sqrt[3]{811} \approx 9{,}33$.
2. $\sqrt[3]{23{,}9} \approx 2{,}88$.
3. $\sqrt[3]{0{,}0611} \approx 0{,}394$.
4. $\sqrt[3]{12{,}3^2+0{,}216^3} \approx 5{,}33$.
5. $\sqrt[3]{487} \approx 7{,}87$.
6. $\sqrt[3]{68{,}1} \approx 4{,}08$.
7. $\sqrt[3]{0{,}0317} \approx 0{,}316$.
8. $\sqrt[3]{11{,}3^2 \cdot 0{,}916^3} \approx 4{,}61$,

Вычисления с десятичными логарифмами

1. $\lg 250 \approx 2{,}398$.
2. $\lg 22{,}6 \approx 1{,}354$.

3. $\lg 3{,}18 \approx 0{,}502$.
4. $\lg 0{,}216 \approx \bar{1}{,}335$.
5. $\lg n = 1{,}708$; $n \approx 51{,}1$.
6. $\lg n = 2{,}061$; $n \approx 115$.
7. $\lg n = 0{,}258$; $n \approx 1{,}81$.
8. $\lg n = \bar{1}{,}318$; $n \approx 0{,}208$.

Возведение числа в любую степень $A^n = n \lg A$

1. $26{,}4^9 \approx 623 \cdot 10^{10}$.
2. $1{,}2^{3{,}11} \approx 1{,}763$.
3. $283^{1{,}26} \approx 1228$.
4. $16{,}7^{0{,}0333} \approx 1{,}095$.
5. $841^{0{,}611} \approx 61{,}2$.
6. $12{,}1^{100} \approx 1901 \cdot 10^{105}$.
7. $8400^{0{,}41} \cdot 264^{0{,}4} \approx 378$.

Извлечение корня любой степени

1. $A = \sqrt[29]{302} \approx 1{,}218$.
2. $A = \sqrt[3{,}16]{100} = 4{,}29$.
3. $A = \sqrt[8{,}1]{216} \approx 1{,}942$.
4. $A = \sqrt[8]{5680} \approx 2{,}95$.
5. $A = \sqrt[9]{186} \approx 1{,}787$.
6. $A = \sqrt[16{,}1]{35{,}9} \approx 1{,}249$.
7. $A = \sqrt[5]{216^{0{,}64} + 0{,}216^{2{,}19}} \approx 1{,}990$.
8. $A = \sqrt[9]{\left(28\,300 \sqrt{416^3}\right) : 0{,}0819} \approx 5{,}16$.

Вычисления с тригонометрическими функциями

1. $\operatorname{tg} 60° \approx 1{,}732$.
2. $\sin 40°\,10' \approx 0{,}645$.
3. $\cos 42°\,10' \approx 0{,}741$.
4. $\sec 21°\,20' \approx 1{,}074$.
5. $\operatorname{cosec} 18°\,10' \approx 3{,}21$.
6. $18 \operatorname{tg} 16°\,10' \approx 5{,}22$.
7. $311 \sin 49°\,10' \approx 235$.
8. $264 \operatorname{ctg} 69°\,20' \approx 99{,}6$.
9. $3{,}14 \sec 6°\,30' \approx 3{,}16$.
10. $291 : \sin 96° \approx 293$.
11. $\sin 31° : \sin 27° \approx 1{,}134$.
12. $0{,}6 \operatorname{tg} 18° : \operatorname{tg} 10' \approx 67$.

Определение угла α функции

1. $\sin \alpha = 0{,}199$; $\alpha \approx 11°\,30'$.
2. $\cos \alpha = 0{,}900$; $\alpha \approx 25°\,50'$.
3. $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}869$; $\alpha \approx 41°\,00'$.
4. $\operatorname{tg} \alpha = 1{,}02$; $\alpha \approx 45°\,30'$.
5. $\sec \alpha = 1{,}07$; $\alpha \approx 20°\,30'$.
6. $\sec \alpha = 2{,}03$; $\alpha \approx 60°\,30'$.
7. $\operatorname{cosec} \alpha = 2{,}19$; $\alpha \approx 27°\,10'$.
8. $\operatorname{cosec} \alpha = 1{,}40$; $\alpha \approx 45°\,30'$.

Перевод градусов в радианную меру $\operatorname{Arc} \alpha° = (\pi \alpha°) : 180°$

1. $6°\,10' \approx 0{,}108$.
2. $50°\,40' \approx 0{,}885$.
3. $77°\,40' \approx 1{,}356$.
4. $76°\,20' \approx 1{,}332$.
5. $24°\,40' \approx 0{,}431$.
6. $24°\,20' \approx 0{,}425$.
7. $86°\,30' \approx 1{,}510$.
8. $61°\,10' \approx 1{,}050$.
9. $47°\,50' \approx 0{,}835$.
10. $55°\,50' \approx 0{,}974$.

Комплексные вычисления

1. Площадь круга $S=\pi d^2:4$

1. $d=30{,}5$; $S\approx731$.
2. $d=163$; $S\approx20\,900$.
3. $d=0{,}816$; $S\approx0{,}523$.
4. $d=1{,}29$; $S\approx1{,}307$.
5. $d=4{,}11$; $S\approx13{,}27$.
6. $d=0{,}918$; $S\approx0{,}662$.
7. $d=12{,}7$; $S\approx126{,}7$.
8. $d=0{,}819$; $S\approx0{,}527$.
9. $d=631$; $S\approx3130$.
10. $d=13{,}1$; $S\approx134{,}8$.

2. Длина одной трети окружности $L=2\pi R:3$

1. $R=16{,}3$; $L\approx34{,}1$.
2. $R=0{,}316$; $L\approx0{,}662$.
3. $R=2{,}84$; $L\approx5{,}95$.
4. $R=0{,}816$; $L\approx1{,}709$.
5. $R=8{,}13$; $L\approx17{,}03$.
6. $R=85{,}2$; $L\approx178{,}4$.
7. $R=416$; $L\approx871$.
8. $R=0{,}0755$; $L\approx0{,}1581$.

3. Величина $K=250\pi\alpha:180^\circ$

1. $\alpha=30^\circ$; $K\approx130{,}9$.
2. $\alpha=17^\circ$; $K\approx74{,}2$.
3. $\alpha=44^\circ$; $K\approx192{,}0$.
4. $\alpha=71^\circ$; $K\approx315$.
5. $\alpha=58^\circ$; $K\approx253$.
6. $\alpha=2^\circ30'$; $K\approx10{,}09$.
7. $\alpha=7^\circ15'$; $K\approx31{,}2$.
8. $\alpha=10^\circ30'$; $K\approx45{,}8$.

4. Длина отрезка $B=125(\sec(\alpha/2)-1)$

1. $\alpha=10^\circ30'$; $B\approx0{,}526$.
2. $\alpha=14^\circ30'$; $B\approx1{,}01$.
3. $\alpha=17^\circ00'$; $B\approx1{,}39$.
4. $\alpha=22^\circ$; $B\approx2{,}34$.
5. $\alpha=31^\circ$; $B\approx4{,}72$.
6. $\alpha=45^\circ$; $B\approx10{,}3$.
7. $\alpha=125^\circ$; $B\approx146{,}0$.
8. $\alpha=147^\circ$; $B\approx315{,}0$.

5. Дуга провеса $h=250(1-\cos(\alpha/2))$

1. $\alpha=29^\circ30'$; $h\approx4{,}12$.
2. $\alpha=38^\circ$; $h\approx6{,}81$.
3. $\alpha=47^\circ$; $h\approx10{,}59$.
4. $\alpha=56^\circ$; $h\approx14{,}6$.
5. $\alpha=62^\circ$; $h\approx17{,}9$.
6. $\alpha=64^\circ30'$; $h\approx19{,}28$.
7. $\alpha=71^\circ$; $h\approx23{,}2$.
8. $\alpha=73^\circ$; $h\approx24{,}5$.
9. $\alpha=75^\circ$; $h\approx25{,}8$.
10. $\alpha=78^\circ$; $h\approx27{,}9$.

6. Величины $h=(1/2)S\sin2\nu$ и $\Delta=2S\sin^2(\lambda/2)$

S	ν	h	Δ
131	10°	22,4	1,99
211	2°	7,36	0,129
123	18°	36,2	6,02
54	19°	16,6	2,94
81	4°	5,64	0,197

7. Определение числа *n* по данному десятичному логарифму

anti lg	n
2,168	147
1,843	69,7
2,315	207
$\overline{1}$,164	0,146
0,152	1,42

anti lg	n
$\overline{3}$,216	0,00164
$\overline{2}$,356	0,0227
$\overline{3}$,122	0,00132
1,158	14,1
2,164	146

ЛИТЕРАТУРА

1. *Березин С. И.* Техника элементарных вычислений. 2-е изд., доп. и перераб.— Л.: Машиностроение, 1974.
2. *Дзюба Ф. Т.* О логарифмической линейке.— Среднее специальное образование, 1964, № 4.
3. *Ларченко Е. Г.* Техника вычислений.— М.: Геодезиздат, 1952.
4. *Лифшиц Ф. Д.* Счетная линейка для экономистов.— М.: Госстатиздат, 1954.
5. Механизация вычислительных работ./Под общ. ред. проф. *Л. С. Хренова.*— М.: Высшая школа, 1975.
6. *Назаров В. Г.* Справочник по логарифмической линейке.— М.: Физматгиз, 1959.
7. *Панов Ю. Д.* Счетная линейка. 18-е изд.— М.: Наука, 1971.
8. *Румшиский Л. З.* Счетная линейка. 4-е изд.— М.: Наука, 1972.
9. *Рывкин А. А., Рывкин А. З., Хренов Л. С.* Справочник по математике. 3-е изд.— М.: Высшая школа, 1975.
10. *Широких И. И.* Логарифмическая линейка и ее применение. Томское книжное изд-во, 1964.
11. *Хренов Л. С.* Малые вычислительные машины. 4-е изд.— М.: Наука, 1966.

СОДЕРЖАНИЕ

Леонид Сергеевич Хренов
Юлий Васильевич Визиров

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА

Зав. редакцией Е. С. Гридасова. Редактор Н. П. Майкова. Художник В. Н. Хомяков. Художественный редактор В. И. Пономаренко. Технический редактор Н. В. Яшукова. Корректор Г. И. Кострикова.

ИБ № 2862

Изд. № ФМ-792. Сдано в набор 27.04.83. Подп. в печать 26.08.83. Формат 84×108/32. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 5,04 усл. печ. л. 5,25 усл. кр.-отт. 4,82 уч.-изд. л. Тираж 100 000 экз. Зак. № 337. Цена 30 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14

Типография изд-ва «Уральский рабочий», г. Свердловск, проспект Ленина, 49.